

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка



**ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки**

Випуск 17

Кам'янець-Подільський
2024

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради фізико-математичного факультету Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол №12 від 27 листопада 2024 р.).

Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. Випуск 17. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2024. 218 с.

Рецензенти:

Конет І. М. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Білик Р. М. – кандидат педагогічних наук.

Редакційна колегія:

Геселева К. Г. – кандидат фізико-математичних наук;
Іванюк В. А. – доктор технічних наук, доцент;
Кух А. М. – доктор педагогічних наук, доцент;
Оптасюк С. В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Пилипюк Т. М. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Сморжевський Ю. Л. – кандидат педагогічних наук, доцент;
Теплінський Ю. В. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Федорчук В. А. – доктор технічних наук, професор;
Щирба В. С. – кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний секретар – Поведа Т. П., кандидат педагогічних наук, доцент.

©Автори матеріалів, 2024

ЗМІСТ

Олексій ВАСИЛЕВИЧ

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МОНІТОРИНГУ ПОЗИЦІЇ ТА РУХУ ТІЛА В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ.....8

Алла ВАРВАРЮК, Тетяна ПОВЕДА

ЗАДАЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ, АНАЛІТИЧНИХ ТА ДОСЛІДНИЦЬКИХ НАВИЧОК УЧНІВ.....12

Роман ГОНЧАР

РЕФАКТОРИНГ БРЕНД-АЙДЕНТИКИ, ДИЗАЙНУ ТА КОРИСТУВАЦЬКОГО ДОСВІДУ ІНФОРМАЦІЙНОГО СЕРЕДОВИЩА КАФЕДРИ ЗАКЛАДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ.....16

Валерій ГАДЖУК

УМОВИ ЄДИНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ФРЕДГОЛЬМА.....18

Василь ГНАТЮК, Уляна ГУДИМА, Микола БАБИН

ВЛАСТИВОСТІ КОНУСІВ ДОПУСТИМИХ НАПРЯМКІВ ДЛЯ МНОЖИН ЛІНІЙНИХ НАД ПОЛЕМ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ ТА ДЕЯКІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ.....21

Василь ГНАТЮК, Уляна ГУДИМА, Олександр РОМАНЮК

КРИТЕРІЙ ЕКСТРЕМАЛЬНОСТІ ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОГО У РОЗУМІННІ НЕПЕРЕРВНОГО СУБЛІЙНОГО ФУНКЦІОНАЛА НАБЛИЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ МНОЖИНОЮ ЦЬОГО ПРОСТОРУ ЗА НАЯВНОСТІ ДОДАТКОВИХ ОБМЕЖЕНЬ ТИПУ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ.....26

Василь ГНАТЮК, Уляна ГУДИМА, Денис ТЕРЕХОВ

ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНІСТЬ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ ТИПУ ЗАДАЧІ ШТЕЙНЕРА В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ.....32

Уляна ГУДИМА

ТЕОРЕМИ ІСНУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ДЕЯКОЇ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ У РОЗУМІННІ ПІВНОРМИ ОДНОЧАСНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ КІЛЬКОХ НЕПЕРЕРВНИХ НА КОМПАКТІ ДІЙСНОЗНАЧНИХ ФУНКЦІЙ.....36

Уляна ГУДИМА, Василь ГНАТЮК КРИТЕРІЙ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ФІКСОВАНОГО ЕЛЕМЕНТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ ЙОГО ПІДПРОСТОРОМ З ДОДАТКОВИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ ТИПУ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ.....	42
Тетяна ДУМАНСЬКА ПРИКЛАДНА ЗАДАЧА, KEYС-МЕТОД І ПРОЄКТНА ДІЯЛЬНІСТЬ: ОГЛЯД І ПОРІВНЯННЯ.....	47
Максим ІГНАТОВ ПАРАЛЕЛЬНИЙ БЛОЧНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ З СТРІЧКОВИМИ МАТРИЦЯМИ....	51
Ангеліна КЛОЧКОВСЬКА УКРАЇНСЬКІ ЖІНКИ-НАУКОВЦІ В КОСМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ.....	54
Микола КОНДРУШЕНКО ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕЙРОМЕРЕЖ-ТРАНСФОРМЕРІВ В ЗАДАЧАХ ГЕНЕРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ.....	58
Михайло КОСІНОВ СУЧАСНІ ФРЕЙМВОРКИ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ТЕСТУВАННЯ: ІНСТРУМЕНТИ ДЛЯ РІЗНИХ ПЛАТФОРМ.....	63
Владислав КРАВЧУК РОЗРОБКА ПРОЄКТУ ПРОГРАМОВАНОГО ЗАРЯДНОГО ПРИСТРОЮ НА БАЗІ МІКРОКОНТРОЛЕРА ARDUINO.....	66
Дмитро КУЗЬ МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ ЗА ПРОГРАМОЮ ФІЗИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ.....	71
Аркадій КУХ, Оксана КУХ ПІДГОТОВКА ФАХІВЦІВ ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ І ВИКЛИКИ СЬОГОДЕННЯ.....	76
Аркадій КУХ, Оксана КУХ МЕДІАПРОЄКТ ЯК МЕТОД ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ.....	83

Антон ЛУЦИК ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ ДО АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ УПРАВЛІННЯ ОСВІТНИМИ СТРУКТУРАМИ.....	91
Юрій МЕДВІДЬ СУЧАСНІ ТЕХНІКИ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ У СТВОРЕННІ ІГРОВИХ СВІТІВ.....	93
Сергій МИКУЛІН МЕТОД НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА ПОБУДОВИ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ КОШІ.....	97
Микола МОЗОЛЮК ЕФЕКТИВНІСТЬ ІНДИВІДУАЛІЗАЦІЇ ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНІВ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ КОНВЕРСІЇ ТА ЗАЛУЧЕННЯ КЛІЄНТІВ.....	100
Іван МУЗИКА РОЗРОБКА МЕТОДІВ АНАЛІЗУ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЕЙ ГРАФІВ.....	105
Владислав НЕТЕЧА, Оксана КУХ ОСНОВИ 3D-ГРАФІКИ У SKETCHUP	108
Богдан ПАВЛЮК ЗАСТОСУВАННЯ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ.....	114
Олег ПАНЧУК ЗНАЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН БЕЗПЕКОВОГО ЦИКЛУ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ФАХІВЦЯ.....	117
Дмитро ПАСТУШКОВ МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ УПРАВЛІННЯ ПАРКУВАННЯМ НА ОСНОВІ МОБІЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ.....	121
Тетяна ПИЛИПЮК, Тетяна ЄВТУШЕНКО ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ЧАСОВИХ РЯДІВ.....	123
Олександр САВЧУК, Аркадій КУХ МЕТОД ПРОЄКТІВ В РЕАЛІЗАЦІЇ STEM ОСВІТИ З ФІЗИКИ НА ОСНОВІ ARDUINO ДЛЯ УЧНІВ 8-ГО КЛАСУ.....	130

Юрій СМОРЖЕВСЬКИЙ, Наталія ДУДІНА, Лілія МЕЛЬНИК
ФОРМУВАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ
ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....134

Віктор СОРИЧ, Богдан ПАВЛЮК
СУМІСНЕ НАБЛИЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ АНАЛІТИЧНИХ
ФУНКЦІЙ.....141

Віктор СОРИЧ, Наталія КОВАЛЬЧУК
ПОБУДОВА НАЙКРАЩОГО ЛІНІЙНОГО МЕТОДУ СУМІСНОГО
НАБЛИЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ПОХІДНИХ.....146

Олександр СТАШКЕВИЧ
ВИВЧЕННЯ ЗАКОНУ ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА З ВИКОРИСТАННЯМ
БІМЕТАЛЕВИХ ПЛАСТИН.....152

Юрій СТЕФУРА
МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ МАРШРУТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ
ГРАФІВ.....158

Павло СТРІЛКОВСЬКИЙ, Тетяна ПОВЕДА
ЕЛЕМЕНТИ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ У ГУРТКОВІЙ РОБОТІ З ФІЗИКИ.....163

Валерія СУКМАНЮК
МЕТОДИ СТВОРЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ.....167

Юлія СУРЖЕНКО
РОБОТА З ВЕЛИКИМ НАБОРОМ ДАНИХ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СКБД
ТА ЗАСОБІВ ЇХ ОБРОБКИ.....170

Олександр ТАІРОВ
РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ РУНГЕ-КУТТИ В СЕРЕДОВИЩІ МАТЛАВ.....173

Стефан ТОМІЧ
ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ
РІВНЯНЬ.....176

Юлія УСЕНКО, Аркадій КУХ
ПЕРШИЙ АСТРОНАВТ НЕЗАЛЕЖНОЇ УКРАЇНИ – ЛЕОНІД КАДЕНІЮК...180

Ігор ЦИБУЛЯ, Оксана КУХ
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ В СЕРЕДОВИЩІ GNU OCTAVE.....183

Сергій ЧЕРКОВСЬКИЙ, Аркадій КУХ СПЕКТР ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «СВІТЛОВІ ЯВИЩА» В 9-МУ КЛАСІ.....	189
Назар ЧЕЧЕЛЬНИЦЬКИЙ, Аркадій КУХ МІЖНАРОДНА КОСМІЧНА СТАНЦІЯ: СТРУКТУРА ТА МОЖЛИВОСТІ...	193
Оксана ЧОРНА ШЛЯХИ АКТИВІЗАЦІЇ НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ЇХ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ.....	197
Олександр ШЕВЧУК АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗРОБКИ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ.....	201
Віктор ЩИРБА, Дмитро АНДРОНІК ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ В ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ.....	205
Віктор ЩИРБА, Дмитро КОЛЕСНИК МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ МАРШРУТІВ В МЕРЕЖАХ ЗІ ЗМІННОЮ ПРОПУСКНОЮ ЗДАТНІСТЮ.....	208
Віктор ЩИРБА, Богдан ПРОДОЛЯК РОЗРОБКА ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НАДАННЯ ПОСЛУГ ЗІ СТВОРЕННЯ КАСТОМІЗОВАНИХ ОНЛАЙН БІЗНЕСІВ НА СТЕКУ MEAN.....	211
Віктор ЩИРБА, Руслан ЯРЕМКО ЗАСОБИ БЛОКУВАННЯ РОБОТИ ПАРАЛЕЛЬНИХ ПОТОКІВ.....	214

УДК: 616-76

Олексій ВАСИЛЕВИЧ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Сергій ОПТАСЮК**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МОНІТОРИНГУ ПОЗИЦІЙ ТА РУХУ ТІЛА В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ

У даній статті проведено огляд сучасних методів та засобів моніторингу позицій та руху тіла в реальному часі. Розглянуто інерційні сенсори (IMU), оптичні системи, ультразвукові та радіочастотні технології, а також рішення на основі штучного інтелекту. Проаналізовано переваги та обмеження кожного методу, їх застосування у спорті, медицині та інших галузях. Особливу увагу приділяється перспективам використання технологій ШІ для покращення точності та ефективності моніторингу. Отримані результати демонструють широкий потенціал інтеграції цих технологій для підвищення якості аналізу рухів у різних сферах.

Ключові слова: визначення тіла в просторі, інерційні сенсори, IMU, оптичні системи, моніторинг руху, реальний час, штучний інтелект, аналіз позицій тіла, комп'ютерний зір, ультразвукові системи.

Сучасні технології моніторингу позицій та руху тіла знайшли широке застосування в багатьох сферах, включаючи спорт, охорону здоров'я, віртуальну реальність, робототехніку та безпеку. Вони дозволяють відстежувати динаміку рухів, оцінювати фізичний стан та коригувати рухові активності в режимі реального часу. Завдяки розвитку сенсорних технологій, алгоритмів обробки даних та бездротових мереж, з'явилися нові можливості для створення високоточних систем моніторингу, що забезпечують точність і швидкість зворотного зв'язку.

Основна мета даної статті – провести огляд сучасних методів і засобів моніторингу позицій та руху тіла в реальному часі, а також розглянути їх основні характеристики, переваги та недоліки.

Серед методів та засобів до вирішення даної задачі можна виділити наступні: інерційні сенсори (IMU), оптичні системи, ультразвукові та радіочастотні технології, технології на основі штучного інтелекту.

Інерційні сенсори (IMU) є одними з найпоширеніших засобів моніторингу руху та позицій тіла в реальному часі. IMU (Inertial Measurement Unit) – це пристрій, який об'єднує кілька сенсорів, таких як акселерометри, гіроскопи, а іноді й магнітометри, для вимірювання прискорення, кутової швидкості та орієнтації об'єкта в просторі. Такі сенсори здатні відслідковувати тривимірний рух і зміну положення з високою точністю. Завдяки цьому IMU широко використовуються у спортивній науці, біомеханіці, робототехніці та навіть в

індустрії розваг для аналізу рухів спортсменів, керування дронами, роботами та віртуальною реальністю.

Основний принцип роботи IMU полягає у вимірюванні змін у русі та орієнтації за допомогою вбудованих сенсорів. Акселерометри фіксують лінійне прискорення у трьох осях, тоді як гіроскопи вимірюють кутову швидкість обертання. Магнітометри, якщо вони включені, використовуються для калібрування орієнтації по відношенню до магнітного поля Землі, що дозволяє отримувати ще точніші дані. Комбінація цих трьох типів сенсорів дозволяє IMU обчислювати позицію і орієнтацію тіла навіть за відсутності зовнішніх систем відстеження, таких як камери або GPS.

Однією з головних переваг IMU є їх компактність, низька вага та відносно низька вартість, що робить їх ідеальними для портативних і мобільних застосувань. Вони можуть бути вбудовані в різні пристрої, від фітнес-браслетів і смартфонів до складних систем моніторингу для медичних потреб. Завдяки цьому IMU стали важливим інструментом у спортивних тренуваннях, де потрібен детальний аналіз рухів у реальному часі, що допомагає спортсменам покращити свою техніку та знизити ризик травм.

Проте, як і будь-яка технологія, IMU має певні обмеження. Одним із основних недоліків є накопичення помилки (drift) при тривалому використанні без калібрування. Це пов'язано з тим, що гіроскопи мають тенденцію до поступового зсуву показників, що призводить до неточностей у визначенні кута орієнтації. Для мінімізації цієї проблеми часто використовуються спеціальні фільтри, такі як фільтр Калмана або комплементарні фільтри, що дозволяють коригувати дані, отримані з різних сенсорів, для підвищення точності вимірювань. Незважаючи на ці обмеження, IMU залишається одним із найефективніших рішень для моніторингу руху в реальному часі завдяки своїй універсальності та широкому спектру застосувань [1].

Оптичні системи моніторингу позиції та руху тіла є високоточними технологіями, що використовують камери та інфрачервоні датчики для тривимірного відстеження рухів. Принцип їх роботи базується на захопленні зображень з високою частотою кадрів, після чого спеціальні алгоритми аналізують положення маркерів або окремих точок на тілі людини. Ці системи, такі як Vicon, OptiTrack та Kinect, широко використовуються у спортивній науці, реабілітаційній медицині, а також у розважальній індустрії для створення персонажів у відеоіграх та анімації.

Однією з головних переваг оптичних систем є їх висока точність і можливість отримання детальних даних про рухи в реальному часі. Вони дозволяють відстежувати навіть найменші зміни в положенні тіла, що робить їх незамінними для наукових досліджень та аналізу складних рухів, таких як спортивні тренування або кінезіологічні дослідження. Крім того, ці системи можуть відстежувати декілька об'єктів одночасно, що відкриває можливості для аналізу командних видів спорту або комплексних рухових завдань.

Проте оптичні системи мають і певні обмеження. Вони вимагають спеціально обладнаного середовища з кількома камерами, що може обмежувати їх використання на відкритому повітрі або в нестандартних умовах. Також вони можуть бути чутливими до освітлення та потребують регулярної калібрування для підтримки точності. Незважаючи на ці недоліки, оптичні системи залишаються одними з найпопулярніших рішень для високоточних додатків завдяки своїй здатності надавати деталізовану інформацію про динаміку руху [2].

Ультразвукові та радіочастотні технології використовують для моніторингу позиції та руху тіла звукові або електромагнітні хвилі для визначення просторового положення об'єктів. Ультразвукові системи працюють за принципом ехолокації: спеціальні сенсори випромінюють ультразвукові хвилі, які відбиваються від тіла і повертаються до приймача. Час, за який хвиля досягає приймача, дозволяє обчислити відстань до об'єкта. Такі системи часто застосовуються в медичних додатках, наприклад, для моніторингу положення пацієнтів під час реабілітації або операцій.

Радіочастотні технології, у свою чергу, використовують радіохвилі для відстеження руху. Вони можуть працювати на основі технологій, таких як RFID (Radio Frequency Identification) та UWB (Ultra-Wideband). Ці системи здатні забезпечувати моніторинг у складних умовах, де інші методи можуть виявитися неефективними, наприклад, через перешкоди або відсутність прямої видимості. Радіочастотні системи також використовуються для безконтактного моніторингу у спортивних та медичних додатках, забезпечуючи точне відстеження у реальному часі навіть у рухомих середовищах.

Основною перевагою цих технологій є їх висока стійкість до зовнішніх перешкод, а також здатність працювати на великій відстані без втрати точності. Вони менш чутливі до умов освітлення та можуть працювати у складних середовищах, де інші технології, як-от оптичні системи, можуть мати обмеження. Однак ультразвукові системи можуть втрачати точність через ефект відбиття хвиль від різних поверхонь, тоді як радіочастотні технології можуть потребувати складного налаштування і калібрування для забезпечення максимальної точності. Незважаючи на ці виклики, вони залишаються важливими інструментами для застосувань, що потребують надійного моніторингу у режимі реального часу [3].

Технології на основі штучного інтелекту (ШІ) відіграють все більшу роль у моніторингу позиції та руху тіла в реальному часі. Використовуючи машинне навчання, комп'ютерний зір та алгоритми глибокого навчання, ці системи здатні аналізувати рухи з високою точністю без необхідності в додаткових сенсорах або маркерах. Завдяки камерам і потужним алгоритмам обробки зображень, такі системи можуть розпізнавати складні рухові патерни, оцінювати позу тіла, ідентифікувати помилки у виконанні вправ та навіть прогнозувати ризик травм.

Однією з основних переваг технологій на базі ШІ є їх здатність працювати у режимі реального часу, що дозволяє отримувати оперативний зворотний

зв'язок для користувача. Це має важливе значення у спортивних тренуваннях, реабілітації та навіть у системах розумного будинку, де потрібне швидке реагування на рухи. Такі системи можуть адаптуватися до індивідуальних особливостей користувача, аналізуючи дані для побудови персоналізованих тренувальних програм або оптимізації терапії. Крім того, ШІ-технології можуть працювати безпосередньо з відеопотоком із звичайних камер, що робить їх доступними для широкого кола користувачів без необхідності у спеціалізованому обладнанні.

Однак, незважаючи на всі переваги, ці технології мають і свої виклики. Висока точність аналізу рухів залежить від якості та кількості навчальних даних, що використовуються для навчання моделей. Недостатня кількість даних або їхня однорідність можуть призвести до помилок у розпізнаванні рухів або позицій тіла. Крім того, використання ШІ вимагає значних обчислювальних ресурсів, особливо якщо мова йде про обробку відеопотоку у високій роздільній здатності. Тим не менш, розвиток хмарних технологій та спеціалізованих чипів для ШІ дозволяє розширювати можливості цих систем, роблячи їх більш доступними та ефективними у різних сферах застосування.

Завдяки своїй універсальності та здатності адаптуватися до різних завдань, ШІ-технології мають потенціал стати однією з основних платформ для моніторингу руху в реальному часі у майбутньому. Вони вже знаходять застосування у таких сферах, як спорт, охорона здоров'я, виробництво та навіть безпека, забезпечуючи точний аналіз і моніторинг без необхідності у фізичних сенсорах або маркерах.

Висновок. Моніторинг позиції та руху тіла в реальному часі є критично важливим завданням у різних сферах, включаючи медицину, спорт, робототехніку та розваги. Сучасні технології, такі як інерційні сенсори (IMU), оптичні системи, ультразвукові та радіочастотні технології, а також рішення на основі штучного інтелекту, пропонують різні підходи до вирішення цього завдання. Кожен метод має свої переваги та обмеження, що робить їх придатними для різних сценаріїв використання. Інтеграція цих технологій дозволяє отримувати точні дані про рухи та позицію, забезпечуючи високий рівень деталізації та оперативності, що є надзвичайно цінним для оптимізації тренувань, реабілітації та розробки інноваційних продуктів. У майбутньому розвиток цих технологій, зокрема ШІ, відкриє нові можливості для моніторингу руху з ще більшою точністю та доступністю.

Список використаних джерел:

1. Інерційний вимірювальний пристрій (ІВП). URL: https://www.wikidata.uk-ua.nina.az/Інерційний_вимірювальний_пристрій.html (дата звернення: 11.11.2024)
2. Stancic I., Grujic Supuk T., Panjkota A. (2013). Design, development and evaluation of optical motion-tracking system based on active white light markers. *IET Science, Measurement & Technology*, 7(4), 206-214.

3. Основи радіолокації, активна радіолокація URL: <https://www.radartutorial.eu/02.basics/rp04.uk.html> (дата звернення 12.11.2024)

This article provides an overview of modern methods and tools for monitoring body position and movement in real time. Inertial sensors (IMUs), optical systems, ultrasonic and radio frequency technologies, as well as artificial intelligence solutions are considered. The advantages and limitations of each method, their application in sports, medicine, and other industries are analyzed. Special attention is paid to the prospects of using AI technologies to improve the accuracy and efficiency of monitoring. The results demonstrate the wide potential of integrating these technologies to improve the quality of motion analysis in various fields.

Keywords: body detection in space, inertial sensors, IMU, optical systems, motion monitoring, real time, artificial intelligence, body position analysis, computer vision, ultrasonic systems.

УДК 373.5.016:53

Алла ВАРВАРЮК, здобувач вищої освіти

Тетяна ПОВЕДА, кандидат педагогічних наук, доцент

ЗАДАЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ, АНАЛІТИЧНИХ ТА ДОСЛІДНИЦЬКИХ НАВИЧОК УЧНІВ

У статті розкрито роль і місце задачних технологій на уроках фізики в закладах загальної середньої освіти. Розглянуто найпоширенішу класифікацію фізичних задач. Проаналізовано види задач, які найбільше використовуються у на уроках фізики та методи їх розв'язування. Доведено, що задачі є потужним інструментом у навчанні фізики, який дозволяє робити уроки цікавими, інтерактивними та практично корисними, розвивати в учнів критичне мислення, аналітичні та дослідницькі навички, здатність використовувати теоретичні знання в реальному житті.

Ключові слова: задачні технології, задача з фізики, методи розв'язування задач.

Фізика – це наука, яка розкриває фундаментальні закони природи та дозволяє зрозуміти, як працює навколишній світ. Для багатьох учнів фізика залишається складною через абстрактні поняття та математичне навчання. Задачні технології в навчанні фізики є актуальним інструментом для глибокого засвоєння навчального матеріалу, оскільки задачі допомагають учням краще зрозуміти фізичні закони, принципи та розвивають навички дослідницької роботи.

Мета нашого дослідження визначити особливості та розробити методичні рекомендації з використання задачних технологій на уроках фізики у закладах загальної середньої освіти для покращення якості знань учнів.

Дослідження науковців свідчать про те, що інтеграція різних типів задач підвищує зацікавленість учнів у фізиці, сприяє розвитку їхніх аналітичних здібностей і логічного мислення. У дослідженні американського вченого Дж. Бруна зазначається, що «використання реалістичних задач значно підвищує мотивацію учнів, оскільки дозволяє їм побачити цінність своїх знань у повсякденному житті».

Задачі на уроках фізики в школах роблять предмет цікавим та практично орієнтованим і показуючи учням, що фізика — це наука про життя. Розв'язуючи задачі, учні стають дослідниками, які вчать розуміти й змінювати навколишній світ. Навчання фізики стає не лише корисним, а й захоплюючим, формуючи майбутніх винахідників, інженерів і науковців.

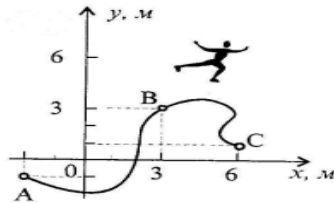
Задачні технології — це методи навчання, які спрямовані на розв'язання певних проблемних ситуацій чи завдань. На уроках фізики цей підхід полягає у використанні різноманітних видів завдань: від класичних завдань із підручниками до інтерактивних завдань, лабораторних експериментів та дослідницьких проєктів. Основна ідея полягає в тому, щоб залучити учнів до активного процесу вирішення проблеми.

Залежно від цілей навчання та методів їх розв'язання, фізичні задачі класифікуються за різними типами.

Розрахункові задачі. Це класичні задачі, в яких учням необхідно знайти числові значення фізичних величин, виходячи з даних умов.

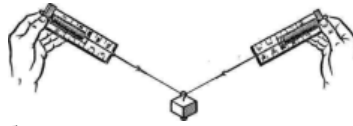
Графічні задачі. Завдання цього типу вимагають від учнів інтерпретації графіків, діаграм чи схем. Наприклад, учні можуть проаналізувати графік залежності швидкості від часу для визначення пройденого шляху або прискорення об'єкта. Основний метод розв'язання полягає у здатності розпізнавати ключові точки на графіку, визначати їх значення та здійснювати аналіз зміни величин.

Наприклад, на малюнку зображено траєкторію руху тіла із точки А в точку С. Накресліть малюнок у зошиті, позначте на ньому вектор переміщення. Вкажіть способи визначення шляху, пройденого тілом, використавши дані задачі?



Експериментальні задачі. Ці задачі передбачають проведення експериментів або дослідів для отримання необхідних результатів. *Наприклад, спостереження залежності модулів сил натягу ниток від кута між ними при сталій рівнодійній силі. Прилади та матеріали: вантаж масою 100 г з двома*

гачками, динамометри навчальні-2 шт., нитка довжиною 200 мм з петлями на кінцях.

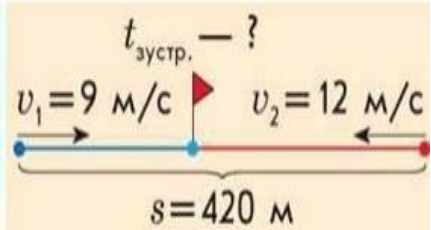
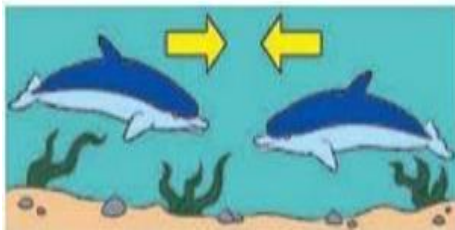


Порядок виконання роботи:

- З'єднайте динамометри ниткою. На нитку підвісьте вантаж масою 100 г, як показано на малюнку.
- Змінюючи кут між нитками від 30 до 150°, спостерігайте за показами динамометрів.
- Дайте відповідь на питання:
- Чому дорівнюють модулі сил натягу ниток? Чи змінювалися вони під час досліду?
- Чому дорівнює модуль рівнодійної двох сил натягу ниток? Чи змінювався він під час досліду?
- Що можна сказати про залежність модулів сил натягу ниток від кута між ними при сталій рівнодійній силі?

Якісні задачі. У таких задачах не потрібно робити обчислення, але важливо зрозуміти і пояснити фізичне явище або принцип. *Наприклад, чому гаряча вода замерзає швидше, ніж холодна?*

Наочні задачі з використанням ілюстрацій. Завдання з наочними матеріалами, такими як рисунки чи схеми, допомагають учням краще уявити та зрозуміти фізичний процес. *Наприклад, два дельфіни почали рухатись одночасно назустріч один одному й зустрілися через 20 с. Визнач відстань, яка була між дельфінами на момент початку руху, якщо перший дельфін рухався зі швидкістю 9 м/с, а другий – зі швидкістю 12 м/с.*



Задачі-парадокси. Цей тип задач базується на суперечливих умовах, які викликають у учнів подив і змушують їх переглянути власні уявлення про фізичні явища. *Наприклад, завдання про двох собак, які одночасно біжать одна до одної і при цьому здається, що кожна проходить різну відстань, враховуючи відносність руху.*



Сьогодні існує безліч цифрових інструментів для вивчення фізики: інтерактивні симуляції, 3D-моделі, віртуальна і доповнена реальність. Використання таких технологій на уроках дозволяє створювати середовище, де учні можуть самостійно експериментувати, моделювати інше і навіть занурюватися у світ мікросвіту чи космосу. За допомогою спеціальних програм вони самі можуть змінювати параметри, явищ і бачити, як це працює на результат.

Використання різних типів задач – розрахункових, графічних, наочних і якісних – дозволяє розширити розуміння учнями фізичних законів і підвищує їхню зацікавленість у предметі. Розрахункові задачі розвивають логічне мислення і вміння застосовувати фізичні закони у числових розв’язаннях, у той час як наочні й графічні задачі дозволяють візуально уявити фізичні процеси, що значно полегшує засвоєння абстрактних понять. Якісні задачі, натомість, спонукають до пошуку і пояснення причинно-наслідкових зв’язків, розвивають інтуїтивне розуміння фізики та здатність до аргументованих висновків. Інтерактивні методи навчання, які застосовуються при розв’язанні графічних і наочних задач, суттєво розширюють можливості для розвитку аналітичних здібностей учнів, мотивуючи їх до самостійного дослідження й аналізу динаміки фізичних величин.

Практичне впровадження задачних технологій у навчальний процес із фізики доводить свою важливість для формування ключових компетенцій, які необхідні як для розуміння фізичних законів, так і для їх застосування в реальних життєвих ситуаціях. Навчання на уроці фізики стає не лише корисним, а й захоплюючим, формуючи майбутніх винахідників, інженерів і науковців.

Задачні технології є потужним інструментом у навчанні фізики, що дозволяє зробити уроки цікавими, інтерактивними та практично корисними. Вони допомагають розвивати в учнів критичне мислення, аналітичні та дослідницькі навички, а також показують, як теоретичні знання можна використовувати в реальному житті. Розв’язуючи задачі, учні стають дослідниками, які вчаться розуміти й змінювати навколишній світ.

Список використаних джерел:

1. Хоменко С. П. Методика навчання фізики в загальноосвітніх школах. Київ: Освіта, 2020. 160 с.
2. Орлов В. В. Сучасні підходи до використання задач у навчанні фізики // Фізика в школі. 2021. №3. С. 45–50.

3. Іванова І. М. Науково-методичні засади застосування задач на уроках фізики. Харків: Прапор, 2019. 200 с.

The article reveals the role and place of problem technologies in physics lessons in general secondary education institutions. The most common classification of physical problems is considered. The types of problems that are most often used in physics lessons and the methods of solving them, which contribute to increasing the interest of students and the development of students' thinking, are analyzed.

Keywords: *problem technologies, physics problem, problem solving methods.*

УДК 004.9:378, 659.1:378

Роман ГОНЧАР, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Віталій ІВАНЮК**, доктор технічних наук, доцент

РЕФАКТОРИНГ БРЕНД-АЙДЕНТИКИ, ДИЗАЙНУ ТА КОРИСТУВАЦЬКОГО ДОСВІДУ ІНФОРМАЦІЙНОГО СЕРЕДОВИЩА КАФЕДРИ ЗАКЛАДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Стаття присвячена проблемі модернізації інформаційного середовища кафедри закладу вищої освіти на прикладі кафедри комп'ютерних наук Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Дослідження охоплює аналіз існуючого стану, розробку стратегії рефакторингу, включаючи оновлення візуальної ідентичності, удосконалення функціоналу та оптимізацію користувацького досвіду. Запропоновані інноваційні методи дослідження та розробки, такі як аналіз бренд-айдентики, опитування стейкхолдерів, застосування принципів геїтальту та WCAG, дозволили створити ефективну модель модернізації, що може бути масштабована на інші кафедри. Результати дослідження демонструють, що рефакторинг інформаційного середовища сприяє підвищенню якості освітнього процесу, покращенню іміджу закладу та залученню нових учасників освітнього процесу.

Ключові слова: *рефакторинг, інформаційне середовище, бренд-айдентика, дизайн, користувацький досвід, UI/UX.*

Інформаційні технології стали невід'ємною частиною сучасної освіти, і заклади вищої освіти (ЗВО) змушені швидко реагувати на динамічні зміни в цій сфері. З плином часу інформаційне середовище може втратити свою актуальність, і для задоволення стейкхолдерів та учасників інформаційного середовища його необхідно вдосконалювати. Підвищення функціональності й оновлення візуальної ідентичності цього середовища сприятиме ефективнішій комунікації та полегшить доступ до потрібної інформації. Такі зміни можуть значно посилити позитивний імідж освітнього закладу. Сучасні користувачі, зокрема абітурієнти, студенти, викладачі, адміністративні працівники та

роботодавці, очікують побачити інноваційне, зручне й багатофункціональне інформаційне середовище, яке забезпечить простий доступ до інформації і полегшить комунікацію в межах освітнього процесу та роботи.

Оскільки інформаційне середовище кафедри комп'ютерних наук Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка є яскравим прикладом такого середовища, що потребує оновлення, було вирішено провести ретельний аналіз його стану та розробити стратегію рефакторингу. Саме це інформаційне середовище стало експериментальним майданчиком для впровадження нових рішень та інструментів, що дозволило не тільки підвищити якість послуг для всіх стейкхолдерів університету, але й розробити ефективну модель модернізації, яку можна масштабувати на інші кафедри та факультети.

Для вирішення поставлених проблем, першим етапом був аналіз та дослідження наявного середовища для розуміння можливостей для його покращення та впровадження змін, зокрема використовуючи наступні, інноваційні для кафедри методи:

- ✓ аналіз наявного інформаційного середовища;
- ✓ аналіз бренд-айдентики кафедри;
- ✓ опитування студентів та викладачів (стейкхолдерів) на рахунок потенційно бажаних нововведень та збір відгуків на рахунок поточного функціоналу сайту та середовища в цілому;
- ✓ аналіз наявної функціональності веб-сайту;
- ✓ аналіз дизайну сайту на базі принципів Гештальту, евристиків Якоба Нільсена та стандартів WCAG (Web Content Accessibility Guidelines);
- ✓ аналіз конкурентів;
- ✓ створення юзер-персон;
- ✓ документація інформаційної архітектури сайту.

Завдяки цим методам вдалося зібрати важливу інформацію для майбутніх удосконалень. Хоча ці підходи добре знайомі у сфері ІТ, для кафедри вони є інноваційними, оскільки раніше не застосовувалися.

Наступним етапом був рефакторинг наявних елементів інформаційного середовища. В першу чергу це були впровадження змін пов'язаних з дизайном сайту відносно результатів аналізу та дослідження. Також, в цей етап входить редизайн наявних графічних елементів кафедри (листівки, календарі, банери тощо).

Заключним етапом було створення нового дизайну, а саме:

- ✓ створення дизайну для нового функціоналу сайту кафедри;
- ✓ створення дизайну для нових графічних елементів.

Варто також зазначити, що у кваліфікаційній роботі представлено пропозиції для підвищення ефективності інформаційного середовища, а не лише новий дизайн, що підкреслює цілісність підходу до покращення.

Застосування наведених раніше пропозицій, підходів та інновацій значно поліпшить взаємодію з інформаційним середовищем, підвищуючи якість

освітнього процесу та роботи. Крім того, вдосконалення бренд-айдентики кафедри може привабити більше абітурієнтів, викладачів, фахівців і потенційних роботодавців, що сприятиме конкурентоспроможності закладу. Рефакторинг інформаційного середовища є важливим кроком для покращення рівня ІТ-освіти.

Список використаних джерел:

1. Aarron Walter (2020) Designing for Emotion: Second Edition Paperback. Book Apart; 2nd ed. Edition. 118 p.
2. Samhita Tankala (2024) 15 User Research Methods to Know Beyond Usability Testing. URL: <https://www.nngroup.com/videos/15-user-research-methods-beyond-usability-testing/>
3. Maria Rosala (2023) The Gestalt Principles for User Interface Design. URL: <https://www.nngroup.com/videos/the-gestalt-principles-intro/>
4. David Dylan Thomas (2020) DESIGN FOR COGNITIVE BIAS. A BOOK APART. 107 p.
5. Kate Moran and Jakob Nielsen (2023) AI for UX: Getting Started. URL: <https://www.nngroup.com/articles/ai-ux-getting-started/>
6. Jakob Nielsen (2024) 10 Usability Heuristics for User Interface Design. URL: <https://www.nngroup.com/articles/ten-usability-heuristics/>

This article focuses on the problem of modernizing the information environment of a department within a higher education institution, using the Department of Computer Science at Ivan Ohienko Kamianets-Podilskyi National University as a case study. The research encompasses an analysis of the current state, the development of a refactoring strategy, including the updating of visual identity, the improvement of functionality, and the optimization of user experience. Innovative research and development methods such as brand identity analysis, stakeholder surveys, and the application of Gestalt principles and WCAG have enabled the creation of an effective modernization model that can be scaled to other departments. Research results demonstrate that refactoring the information environment contributes to improving the quality of the educational process, enhancing the institution's image, and attracting new participants in the educational process.

Keywords: refactoring, information environment, brand identity, design, user experience, UI/UX.

УДК 517.9

Валерій ГАДЖУК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Катерина ГЕСЕЛЕВА**, кандидат фізико-математичних наук

УМОВИ ЄДИНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ФРЕДГОЛЬМА

У статті розглянуто інтегральне рівняння Фредгольма та його властивості. Описані умови, які повинні бути накладені на оператор та функцію, щоб інтегральне рівняння мало єдиний розв'язок.

Ключові слова: рівняння Фредгольма, інтегральний оператор, параметр, неперервна функція.

Розглянемо інтегральне рівняння Фредгольма другого роду

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x;t)u(t)dt, \quad (1)$$

де $f(x)$ та $K(x;t)$ задані відповідно на $[a;b]$ та $[a;b]^2$ функції, λ – комплексний параметр, $u(x)$ – шукана функція.

Вияснимо спочатку, які властивості є характерними для інтегрального оператора K :

$$(Kv)(x) = \int_a^b K(x;t)v(t)dt, \quad \forall v(x) \quad (2)$$

Спряжений до нього інтегральний оператор K^* має вигляд

$$(K^*v)(x) = \int_a^b K^*(x;t)v(t)dt, \quad (3)$$

де

$$K^*(x;t) = \overline{K(t;x)}. \quad (4)$$

Розглянемо рівняння

$$u(x) \equiv \int_a^b K(x;t)u(t)dt; \quad (5)$$

$$v(x) \equiv \int_a^b K^*(x;t)v(t)dt. \quad (6)$$

Якщо оператор (2) – Фредгольмів, то рівняння (5) та рівняння (6) мають однакову кількість лінійно-незалежних розв'язків [1]. Ця характеристика інколи може бути використана, як означення оператора Фредгольма. Виникає питання, які умови потрібно накласти на функції $K(x;t)$ та $f(x)$, щоб рівняння (1) мало єдиний розв'язок і щоб оператор K відображав певний клас функцій сам в себе.

Нехай:

а) функція $f(x)$ є неперервною на $[a;b]$, і $\|f\| = \max_{x \in [a;b]} |f(x)|$, тобто, $f(x) \in C[a;b]$. Будемо вважати, що є ядро $K(x;t)$ – функція 2-х змінних, що є неперервною на квадраті $[a;b]^2$ по обох змінних. Уведемо в розгляд число

$$M = \max_{a \leq x \leq b} \int_a^b |K(x;t)| dt. \quad (7)$$

При таких міркуваннях оператор K відображатиме простір $C[a;b]$ в себе, тобто, якщо існує розв'язок рівняння (1), то він належить простору $C[a;b]$. Більше того можна довести, що $\|K\| = M$.

б) функція $f(x) \in L_2(a;b)$, тобто, $\|f\| = \sqrt{\int_a^b f^2(x) dx}$. Вважатимемо, що існує число

$$B^2 = \int_a^b \int_a^b K^2(x;t) dx dt < \infty \quad (8)$$

При виконанні цієї умови оператор K відображає функціональний простір $L_2(a,b)$ в себе, тобто, якщо існує розв'язок рівняння (1), то він належить простору $L_2(a,b)$. Число B – це оцінка норми оператора K в просторі $L_2(a,b)$.

в) $f(x) \in L(a,b)$, тобто, функція $f(x)$ із простору інтегрованих по абсолютній величині функцій на $[a;b]$ і $\|f\| = \int_a^b |f(x)| dx$.

Нехай існує число L , таке що

$$L = \max_{a \leq t \leq b} \int_a^b |K(x;t)| dt, \quad (9)$$

тоді оператор K переводить простір $L(a,b)$ в простір $L(a,b)$, тобто якщо існує розв'язок рівняння (1), і він належить цьому ж простору.

Якщо виконується одна із умов (7) – (9), то можна довести, що оператор K – Фредгольмів, тобто, існує однакова кількість лінійно-незалежних розв'язків як для оператора K так і для оператора K^* .

Список використаних джерел:

1. Morris Tenenbaum and Harry Pollard. Ordinary Differential Equations. Dover Publication. 2009. 604 p.

2. Габрусев Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння : навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. 172 с.

The article discusses the Fredholm integral equation and its properties. The conditions that must be imposed on the operator and the function for the integral equation to have a unique solution are described.

Keywords: *Fredholm equation, integral operator, parameter, continuous function.*

УДК 517.5

Василь ГНАТЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Микола БАБИН, здобувач вищої освіти

ВЛАСТИВОСТІ КОНУСІВ ДОПУСТИМИХ НАПРЯМКІВ ДЛЯ МНОЖИН ЛІНІЙНИХ НАД ПОЛЕМ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ ТА ДЕЯКІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

У роботі поширено на множини лінійних над полем дійсних чисел топологічних просторів поняття, властивості та деякі застосування конусів допустимих напрямків, розглянуті, зокрема, у праці [1] для множин лінійних нормованих просторів.

Ключові слова: *лінійний топологічний простір, лінійний нормований простір, конуси допустимих напрямків, критерій оптимальності допустимих розв'язків.*

Через (T, τ) будемо позначати лінійний над полем дійсних чисел топологічний простір (далі – лінійний топологічний простір).

Означення 1 (див., наприклад, [2, с.31]). Множину K лінійного над полем дійсних чисел простору T називають конусом з вершиною в точці O , якщо для будь-яких $x \in K$ та $t > 0$ $tx \in K$.

Означення 2. Нехай (T, τ) є лінійним топологічним простором. Тоді точку $x \in T$ назвемо внутрішнім напрямком для множини A з точки $x_0 \in T$, якщо існує такий окіл $O(x)$ точки x простору (T, τ) та таке число $\varepsilon > 0$, що $x_0 + \alpha u \in A$ для всіх $\alpha \in (0, \varepsilon)$ та всіх $u \in O(x)$.

Той факт, що для всіх $\alpha \in (0, \varepsilon)$ та всіх $u \in O(x)$ $x_0 + \alpha u \in A$ будемо позначати таким чином: $x_0 + (0, \varepsilon) O(x) \subset A$.

Отже, точку $x \in T$ будемо називати внутрішнім напрямком для множини A з точки x_0 , якщо існує окіл $O(x)$ точки x простору (T, τ) та число $\varepsilon > 0$, що $x_0 + (0, \varepsilon) O(x) \subset A$.

Множину усіх внутрішніх напрямків для множини $A \subset T$ з точки x_0 будемо позначати через $K(A, x_0)$.

Твердження 1. Нехай (T, τ) – лінійний топологічний простір, $A \subset T$, $x_0 \in T$. Тоді $K(A, x_0)$ є відкритим конусом лінійного топологічного простору (T, τ) з вершиною в точці 0 .

Означення 3. Нехай (T, τ) є лінійним топологічним простором. Точку $x \in T$ назвемо граничним напрямком для множини A з точки $x_0 \in T$, якщо для довільного околу $O(x)$ точки x простору (T, τ) та довільного дійсного числа $\varepsilon > 0$ існує $\alpha \in (0, \varepsilon)$ та елемент $y \in O(x)$, що $x_0 + \alpha y \in A$, тобто, якщо $(\forall O(x))(\forall \varepsilon > 0)(\exists \alpha \in (0, \varepsilon))(\exists y \in O(x)) x_0 + \alpha y \in A$.

Множину всіх граничних напрямків для множини A лінійного топологічного простору (T, τ) з точки $x_0 \in T$ будемо позначати через $K^*(A, x_0)$.

Твердження 2. Нехай (T, τ) – лінійний топологічний простір, $A \subset T$, $x_0 \in T$. Тоді $K^*(A, x_0)$ є замкненим конусом лінійного топологічного простору (T, τ) з вершиною в точці 0 .

Означення 4. Конуси $K(A, x_0)$, $K^*(A, x_0)$ внутрішніх і граничних напрямків для множини A лінійного топологічного простору (T, τ) з точки $x_0 \in T$ назвемо конусами допустимих напрямків для множини A з точки x_0 .

Теорема 1. Нехай (T, τ) – лінійний топологічний простір, A є опуклою множиною цього простору, внутрішність $\overset{\circ}{A}$ множини A не є порожньою, $x_0 \in \bar{A}$. Має місце рівність

$$K(A, x_0) = \left\{ x \in T : x = \lambda(y - x_0), \lambda > 0, y \in \overset{\circ}{A} \right\}.$$

В цьому випадку $K(A, x_0)$ є опуклим відкритим конусом з вершиною в точці 0 .

Теорема 2. Нехай (T, τ) є лінійним топологічним простором, A – опукла множина цього простору, $x_0 \in \bar{A}$. Має місце рівність

$$K^*(A, x_0) = \overline{\left\{ x \in T : x = \lambda(y - x_0), \lambda > 0, y \in \bar{A} \right\}}.$$

В цьому випадку $K^*(A, x_0)$ є опуклим замкненим конусом з вершиною в точці 0 .

Теорема 3. Нехай (T, τ) є лінійним топологічним простором, φ - ненульовий лінійний неперервний функціонал, заданий на (T, τ) , $d \in \mathbb{R}$, $P = \{x \in T : \varphi(x) \leq d\}$. Тоді

$$K(P, x_0) = \begin{cases} T, \text{ якщо } \varphi(x_0) < d; \\ \{x \in T : \varphi(x) < 0\}, \text{ якщо } \varphi(x_0) = d; \\ \emptyset, \text{ якщо } \varphi(x_0) > d. \end{cases}$$

Теорема 4. Нехай (T, τ) є лінійним топологічним простором, P - замкнений підпростір (T, τ) , $\bar{x} \in T$, $A = P + \bar{x}$ - лінійний многовид (T, τ) , $x_0 \in A$. Тоді $K^*(A, x_0) = P$.

Теорема 5. Нехай (T, τ) лінійний топологічний простір, $F(x)$ - опукла та неперервна функція, задана на (T, τ) , $A_i, i = \overline{1, r}$, - опуклі множини простору (T, τ) , $\mathring{A}_1 \cap \dots \cap \mathring{A}_{r-1} \cap A_r \neq \emptyset$, $B = \bigcap_{i=1}^r A_i, x_0 \in B$, $A_0 = \{x \in T : F(x) < F(x_0)\} \neq \emptyset$.

Тоді x_0 буде оптимальним розв'язком задачі

$$\inf \{F(x) : x \in A_1, x \in A_2, \dots, x \in A_r\} \quad (1)$$

тоді і тільки тоді, коли

$$K(A_0, x_0) \cap K(A_1, x_0) \cap \dots \cap K(A_{r-1}, x_0) \cap K^*(A_r, x_0) = \emptyset.$$

Твердження 3. Нехай T - лінійний над полем дійсних чисел простір, $\varphi_i, i = \overline{1, m}$, - ненульові лінійні функціонали, задані на T . Для того щоб система лінійних нерівностей $\varphi_i(x) < 0, i = \overline{1, m}$, була несумісною, необхідно і достатньо, щоб існували числа $\alpha_i \geq 0, i = \overline{1, m}$, не всі рівні нулю, такі, що $\sum_{i=1}^m \alpha_i \varphi_i = 0$.

Наслідок 1. Нехай T - лінійний над полем дійсних чисел простір, $\varphi_i, i = \overline{1, m+1}$, - ненульові лінійні функціонали, задані на T . Для того щоб система співвідношень $\varphi_i(x) < 0, i = \overline{1, m}$, $\varphi_{m+1}(x) = 0$ була несумісною, необхідно і достатньо, щоб існували не всі рівні нулю числа $\alpha_i, i = \overline{1, m+1}$, для яких $\alpha_i \geq 0, i = \overline{1, m}$, та виконувалась рівність $\sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i \varphi_i = 0$.

Встановимо критерії оптимальності допустимого розв'язку деякої задачі лінійного програмування в лінійному топологічному просторі.

Будемо припускати, що (T, τ) є лінійним топологічним простором, $F, \varphi_1, \dots, \varphi_r, \varphi$ – лінійні неперервні функціонали, задані на (T, τ) , тобто $F, \varphi_1, \dots, \varphi_r, \varphi \in$ функціоналами із $(T, \tau)^*$; $c, c_i, i = \overline{1, r}$, – дійсні числа.

Поставимо задачу відшукування

$$\inf F(x) \quad (2)$$

за умов

$$\varphi_i(x) \leq c_i, i = \overline{1, r}, \quad (3)$$

$$\varphi(x) = c. \quad (4)$$

Будемо припускати, що існує елемент $\bar{x} \in T$, такий, що

$$\varphi_i(\bar{x}) < c_i$$

$$\varphi(\bar{x}) = c.$$

Задачу (2)-(4) будемо називати деякою задачею лінійного програмування в лінійному топологічному просторі (T, τ) .

Легко переконатися, що задача (2)-(4) є частковим випадком задачі (1), тобто для неї виконуються усі умови теореми 5.

Теорема 6. Нехай виконуються усі умови, за яких розглядається задача (2)-(4), $F \neq 0$, x_0 є допустимим розв'язком цієї задачі, тобто $\varphi_i(x_0) \leq c_i, i = \overline{1, r}$, $\varphi(x_0) = c$, $I(x_0) = \{i \in \{1, \dots, r\}, \varphi_i \neq 0, \varphi_i(x_0) = c_i\}$.

Для того щоб x_0 був оптимальним розв'язком задачі (2)-(4), необхідно і достатньо, щоб:

1) за умови, коли $\varphi = 0$, існували числа $\alpha_0 \geq 0; \alpha_i \geq 0, i \in I(x_0)$, не всі рівні нулю і такі, що

$$\alpha_0 F + \sum_{i \in I(x_0)} \alpha_i \varphi_i = 0; \quad (5)$$

2) за умови коли, $\varphi \neq 0$, існували числа $\alpha_0 \geq 0; \alpha_i \geq 0, i \in I(x_0); \alpha$, не всі рівні нулю і такі, що

$$\alpha_0 F + \sum_{i \in I(x_0)} \alpha_i \varphi_i + \alpha \varphi = 0. \quad (6)$$

Доведення. Позначимо через $A_i = \{x \in T : \varphi_i(x) \leq c_i\}, i = \overline{1, r}$, $A_{r+1} = \{x \in T : \varphi(x) = c\}$. Тоді задачу (2)-(4) можна подати в такій еквівалентній формі

$$\inf \{F(x) : x \in A_1, \dots, x \in A_r, x \in A_{r+1}\}. \quad (7)$$

Оскільки задача (7) є частковим випадком задачі (1), то відповідно до теореми 5 x_0 буде оптимальним розв'язком задачі (2)-(4) тоді і тільки тоді, коли

$$K(A_0, x_0) \cap K(A_1, x_0) \cap \dots \cap K(A_r, x_0) \cap K^*(A_{r+1}, x_0) = \emptyset, \quad (8)$$

де $A_0 = \{x \in T : F(x) < F(x_0)\}$.

Оскільки $F \in (T, \tau)^*$, $F \neq 0$, то $A_0 \neq \emptyset$.

Якщо для $i \in \{1, \dots, r\}$ $\varphi_i = 0$, то

$$A_i = \{x \in T : \varphi_i(x) = 0(x) = 0(x_0) = 0 \leq c_i\} = T.$$

Зрозуміло що в цьому випадку $K(A_i, x_0) = K(T, x_0) = T$.

Якщо $\varphi = 0$, то $\varphi(x_0) = 0(x_0) = 0 = c$. Тоді $A_{r+1} = \{x \in T : 0(x_0) = c = 0\} = T$. В цьому випадку $K^*(A_{r+1}, x_0) = K^*(T, x_0) = T$.

Нехай $i \in \{1, \dots, r\}$, $\varphi_i \neq 0$ та $\varphi_i(x_0) < c_i$. Тому згідно з теоремою 3 $K(A_i, x_0) = T$. Легко переконатися, що

$$K(A_0, x_0) = K(\overline{A_0}, x_0) = K(\{x \in T : F(x) \leq F(x_0)\}, x_0),$$

тому згідно з теоремою 3 $K(A_0, x_0) = \{x \in T : F(x) < 0\}$.

Якщо $i \in I(x_0)$, тобто $\varphi_i \neq 0$ та $\varphi_i(x_0) = c_i$, то згідно з теоремою 3 в цьому випадку

$$K(A_i, x_0) = K(\{x \in T : \varphi_i(x) \leq c_i = \varphi_i(x_0)\}, x_0) = \{x \in T : \varphi_i(x) < 0\}.$$

З урахуванням зазначеного та (8) отримаємо, що у випадку, коли $\varphi = 0$, то точка x_0 буде оптимальним розв'язком задачі (2)-(4) тоді і тільки тоді, коли

$$\{x \in T : F(x) < 0\} \cap \left(\bigcap_{i \in I(x_0)} \{x \in T : \varphi_i(x) < 0\} \right) = \emptyset, \text{ тобто тоді і тільки тоді, коли}$$

система лінійних нерівностей $F(x) < 0$; $\varphi_i(x) < 0$, $i \in I(x_0)$ є несумісною.

Останнє твердження має місце тоді і тільки тоді, коли існують числа $\alpha_0 \geq 0$; $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(x_0)$, не всі рівні нулю і такі, що виконується (5).

Для випадку коли $\varphi = 0$ теорему доведено.

Якщо $\varphi \neq 0$, то легко переконатися, що

$$A_{r+1} = \{x \in T : \varphi(x) = c = \varphi(x_0)\} = P + x_0, \text{ де } P = \{x \in T : \varphi(x) = 0\} -$$

замкнений підпростір простору (T, τ) . З урахуванням цього та теореми 4, отримаємо, що $K^*(A_{r+1}, x_0) = P = \{x \in T : \varphi(x) = 0\}$.

Тому x_0 буде оптимальним розв'язком задачі (2)-(4) за умови, коли $\varphi \neq 0$, тоді і тільки тоді, коли несумісною буде система співвідношень

$$F(x) < 0; \varphi_i(x) < 0, i \in I(x_0), \varphi(x) = 0. \quad (9)$$

Згідно з наслідком 1 система співвідношень (9) буде несумісною тоді і тільки тоді, коли існують не всі рівні нулю числа $\alpha_0 \geq 0; \alpha_i \geq 0, i \in I(x_0), \alpha$, такі, що має місце рівність (6).

Теорему доведено.

Зауважимо, що отримані в роботі результати є поширенням на лінійні топологічні простори відповідних результатів, наведених, зокрема, у праці [1] для лінійних нормованих просторів.

Список використаних джерел:

1. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация. М.: Мир, 1975. 496 с.
2. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия экстремума. М.: Наука, 1982. 144 с.

In the work the concept, properties, and some applications of cones of admissible directions are extended for the set of linear normed spaces over the field of real numbers of topological spaces, that were considered in particular, in the work [1] for the set of linear normed spaces.

Keywords: *the linear topological space, the linear normed spaces, the cone of admissible directions, the criterion of optimality of admissible solutions.*

УДК 517.5

Василь ГНАТЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Олександр РОМАНЮК, здобувач вищої освіти

КРИТЕРІЙ ЕКСТРЕМАЛЬНОСТІ ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОГО У РОЗУМІННІ НЕПЕРЕРВНОГО СУБЛІНІЙНОГО ФУНКЦІОНАЛА НАБЛИЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТА ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ МНОЖИНОЮ ЦЬОГО ПРОСТОРУ ЗА НАЯВНОСТІ ДОДАТКОВИХ ОБМЕЖЕНЬ ТИПУ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

У роботі для задачі найкращого у розумінні неперервного сублінійного функціонала наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору за наявності додаткових обмежень типу лінійних нерівностей встановлено співвідношення двоїстості і доведено критерії екстремального елемента, оснований на цьому співвідношенні.

Ключові слова: *сублінійний функціонал, найкраще наближення, співвідношення двоїстості, екстремальний елемент, критерій.*

Нехай $(L, \|\cdot\|)$ – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір;
 $L^* = (L, \|\cdot\|)^*$ – простір, спряжений з $(L, \|\cdot\|)$; $f_i \in L^*$, $c_i \in R$, $i = \overline{1, m}$;
 $D_0 = \{u \in L : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}\}$; D_1 – опукла та замкнена множина простору
 $(L, \|\cdot\|)$; $u_0 \in L$; d – неперервний сублінійний функціонал, заданий на $(L, \|\cdot\|)$,
 тобто такий неперервний на $(L, \|\cdot\|)$ функціонал, для якого:

- 1) $d(\lambda u) = \lambda d(u), u \in L, \lambda > 0$;
- 2) $d(u_1 + u_2) \leq d(u_1) + d(u_2), u_1, u_2 \in L$.

Поставимо задачу відшукування величини

$$E(d; u_0; D_0 \cap D_1) = \inf \{d(u_0 - u) : u \in D_0 \cap D_1\}. \quad (1)$$

Задачу відшукування величини (1) будемо називати задачею найкращого у розумінні неперервного сублінійного функціонала d наближення елемента u_0 лінійного нормованого простору $(L, \|\cdot\|)$ множиною D_1 цього простору за наявності додаткових обмежень – нерівностей $f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}$, які визначають множину $D_0 \subset L$. Якщо існує елемент $u^* \in D_0 \cap D_1$, такий, що

$$d(u_0 - u^*) = \inf \{d(u_0 - u) : u \in D_0 \cap D_1\} = E(d; u_0; D_0 \cap D_1),$$

то його будемо називати елементом найкращого у розумінні неперервного сублінійного функціонала d наближення елемента u_0 множиною $D_0 \cap D_1$ або просто екстремальним елементом для величини (1).

Твердження 1. Нехай d є сублінійним неперервним функціоналом, заданим на лінійному нормованому просторі $(L, \|\cdot\|)$. Тоді існує опукла, обмежена підмножина M_d простору L^* , яка замкнена у розумінні слабкої* топології простору L^* і така, що $d(u) = \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u), u \in L$.

Функціонал $d(u), u \in L$, задовольняє умові Ліпшиця з константою $\gamma_d = \sup_{\varphi \in M_d} \|\varphi\|$ на $(L, \|\cdot\|)$.

Множину M_d , про яку йде мова у твердженні 1, називають множиною функціоналів із $(L, \|\cdot\|)^*$, опорних до $d(u), u \in L$.

Нехай F є дійснозначною функцією, заданою на $(L, \|\cdot\|)$. Полярною F^* функції F називають функцію, задану на $L^* = (L, \|\cdot\|)^*$, таку, що $F^*(\varphi) = \sup_{u \in L} (\varphi(u) - F(u))$, $\varphi \in L^*$, (див., наприклад, [1, с.64]).

Твердження 2. Нехай d є неперервним сублінійним функціоналом, заданим на $(L, \|\cdot\|)$. Тоді для $\varphi \in L^*$

$$d^*(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \varphi \in M_d, \\ +\infty, & \text{якщо } \varphi \notin M_d \end{cases} \quad (2)$$

і, отже, $dom d^* = M_d$, а $d^*(\varphi) = 0$ для $\varphi \in dom d^*$.

Доведення. Нехай $\varphi \in M_d$, тобто $\varphi(u) \leq d(u)$, $u \in L$. Звідки $d^*(\varphi) = \sup_{u \in L} (\varphi(u) - d(u)) \leq 0$. Але ж $\varphi(0) - d(0) = 0$, оскільки $\varphi(0) = d(0) = 0$.

Тому $d^*(\varphi) = \max_{u \in L} (\varphi(u) - d(u)) = 0$, $\varphi \in M_d$. Звідси випливає, що $M_d \subset dom d^*$.

Нехай тепер $\varphi \in dom d^*$. Тоді $d^*(\varphi) = \sup_{u \in L} (\varphi(u) - d(u)) < +\infty$. Звідси випливає, що $\varphi(u) \leq d(u)$, $u \in L$, тобто, що $\varphi \in M_d$. Тому $dom d^* \subset M_d$. Вище встановлено, що $M_d \subset dom d^*$. З цих співвідношень робимо висновок, що $dom d^* = M_d$. Оскільки має місце рівність (2), то $d^*(\varphi) = 0$ для $\varphi \in dom d^*$.

Твердження доведено.

Позначимо через $F(\mathcal{G}) = E(d; \mathcal{G}; D_0 \cap D_1) = \inf \{d(\mathcal{G} - u) : u \in D_0 \cap D_1\}$, $\mathcal{G} \in L$.

Функцію $F(\mathcal{G})$, $\mathcal{G} \in L$, назвемо функцією найкращого в розумінні неперервного сублінійного функціонала d наближення елемента $\mathcal{G} \in L$ множиною $D_0 \cap D_1$.

Теорема 1. Для того, щоб функція $F(\mathcal{G})$, $\mathcal{G} \in L$, приймала скінченні значення на L достатньо, щоб множина

$$M_d^* = \left\{ \varphi \in M_d : \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) < +\infty \right\} \neq \emptyset. \quad (3)$$

Доведення. Припустимо, що $M_d^* \neq \emptyset$. Тоді існує функціонал $\varphi_0 \in M_d$, такий, що $\sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi_0(u) < +\infty$. Для $\bar{u} \in D_0 \cap D_1$ та довільного $\mathcal{G} \in L$ будемо мати,

що

$$\begin{aligned} +\infty > d(\mathcal{G} - \bar{u}) &\geq \inf \{d(\mathcal{G} - u) : u \in D_0 \cap D_1\} = F(\mathcal{G}) = \\ &= \inf \left\{ \max_{\varphi \in M_d} \varphi(\mathcal{G} - u) : u \in D_0 \cap D_1 \right\} \geq \inf_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi_0(\mathcal{G} - u) = \varphi_0(\mathcal{G}) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi_0(u) > -\infty. \end{aligned}$$

Отже, встановлено, що за умови виконання співвідношення (3) $F(\mathcal{G}) \in R$ для всіх $\mathcal{G} \in L$.

Теорему доведено.

Можна переконатися, що коли функція $F(\mathcal{G}), \mathcal{G} \in L$, приймає скінченне значення хоча б в одній точці, то вона приймає скінченні значення на L та має місце співвідношення (3).

З метою виключення з подальших міркувань тривіального випадку $F(\mathcal{G}) = -\infty$ для всіх $\mathcal{G} \in L$ будемо вважати, що $M_d^* \neq \emptyset$.

Теорема 2 (співвідношення двоїстості для величини (1)). Для кожного $u_0 \in L$ має місце рівність

$$\begin{aligned} E(d; u_0; D_0 \cap D_1) &= \inf \{d(u_0 - u) : u \in D_0 \cap D_1\} = \\ &= \max \left\{ \varphi(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) : \varphi \in M_d \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Доведення. Згідно з теоремою 9 [2]

$$E(d; u_0; D_0 \cap D_1) = \max \left\{ \varphi(u_0) - d^*(\varphi) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) : \varphi \in M \right\}, \quad (5)$$

$$\text{де } M = \left\{ \varphi \in \text{dom } d^* : \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) < +\infty \right\}.$$

Відповідно до твердження 2 $\text{dom } d^* = M_d$, $d^*(\varphi) = 0$, $\varphi \in \text{dom } d^*$. З урахуванням цього (5) запишеться у вигляді

$$E(d; u_0; D_0 \cap D_1) = \max \left\{ \varphi(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) : \varphi \in M \right\}, \quad (6)$$

$$\text{де } M = \left\{ \varphi \in M_d : \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) < +\infty \right\}.$$

Оскільки для $\varphi \in M_d \setminus M$ $\sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) = +\infty$ і, отже, $\varphi(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) = -\infty$,

то

$$\max \left\{ \varphi(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) : \varphi \in M \right\} = \max \left\{ \varphi(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi(u) : \varphi \in M_d \right\}.$$

З цієї рівності та рівності (6) одержуємо рівність (4).

Теорему доведено.

Теорема 3 (критерій екстремальності елемента для величини (1)). Для того, щоб елемент $u^* \in D_0 \cap D_1$ був екстремальним елементом для величини (1), необхідно і достатньо, щоб існував функціонал $\varphi^* \in L^*$, такий, що

$$1) \varphi^* \in M_d; \quad 2) \varphi^*(u_0 - u^*) = \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u_0 - u^*) = d(u_0 - u^*);$$

$$3) \max_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi^*(u) = \varphi^*(u^*).$$

Доведення. Необхідність. Нехай $u^* \in D_0 \cap D_1$ є екстремальним елементом для величини (1), а $\varphi^* \in M_d$ і реалізує максимум в (4). Тоді з (4) отримаємо, що

$$\begin{aligned} d(u_0 - u^*) &= \varphi^*(u_0) - \sup_{u \in D_0 \cap D_1} \varphi^*(u) \leq \varphi^*(u_0) - \varphi^*(u^*) = \varphi^*(u_0 - u^*) \leq \\ &\leq \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u_0 - u^*) = d(u_0 - u^*). \end{aligned}$$

Звідси випливає, що для $\varphi^* \in L^*$ мають місце співвідношення 1)-3).

Необхідність доведено.

Достатність. Нехай $u^* \in D_0 \cap D_1$ та для $\varphi^* \in L^*$ виконуються умови 1)-3) теореми. З 3) одержимо, що

$$\varphi^*(u_0 - u) \geq \varphi^*(u_0 - u^*), \quad u \in D_0 \cap D_1.$$

Звідси та з 2) для $u \in D_0 \cap D_1$ маємо, що

$$d(u_0 - u) = \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u_0 - u) \geq \varphi^*(u_0 - u) = d(u_0 - u^*).$$

$$\text{Тому } \min \{d(u_0 - u) : u \in D_0 \cap D_1\} = d(u_0 - u^*).$$

Достатність доведено. Теорему доведено.

Теорема 4. Нехай в задачі відшукування величини (1) $D_1 = \{u \in L : \varphi_j(u) = \delta_j, j = \overline{1, r}\}$, де функціонали $\varphi_j \in L^*, j = \overline{1, r}$, та утворюють лінійно незалежну систему, отже, задача відшукування величини (1) набере вигляду:

$$E(d; u_0; D_0 \cap D_1) = \inf \{d(u_0 - u) : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}; \varphi_j(u) = \delta_j, j = \overline{1, r}\}. \quad (7)$$

Припустимо, що існує $\bar{u} \in D \cap D_1$, що $f_i(\bar{u}) < c_i, i = \overline{1, m}$.

Для того, щоб елемент $u^* \in D_0 \cap D_1$ був екстремальним елементом для задачі (7), необхідно і достатньо, щоб існував функціонал $\varphi^* \in L^*$ та числа $\lambda_i \geq 0, i \in I(u^*) = \{i \in \{1, \dots, m\} : f_i(u^*) = c_i\}; \mu_j, j = \overline{1, r}$, такі, що

$$1) \varphi^* \in M_d; \quad 2) \varphi^*(u_0 - u^*) = \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u_0 - u^*) = d(u_0 - u^*);$$

$$3) \varphi^* = \sum_{i \in I(u^*)} \lambda_i f_i + \sum_{j=1}^r \mu_j \varphi_j.$$

Доведення. Необхідність. Нехай $u^* \in D_0 \cap D_1$ є екстремальним елементом для величини (7). Згідно з теоремою 2 існує функціонал $\varphi^* \in L^*$, для якого виконуються умови 1), 2) теореми, і, крім того,

$$\max \{ \varphi^*(u) : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}; \varphi_j(u) = \delta_j, j = \overline{1, r} \} = \varphi^*(u^*). \quad (8)$$

З (8) випливає, що u^* є екстремальним елементом задачі

$$\min \{ (-\varphi^*)(u) : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}; \varphi_j(u) = \delta_j, j = \overline{1, r} \}.$$

Згідно з теоремою 1.9.7 [3, с.45] існують числа $\lambda_i \geq 0, i \in I(u^*);$

$\mu_j, j = \overline{1, r}$, такі, що $-\varphi^* + \sum_{i \in I(u^*)} \lambda_i f_i + \sum_{j=1}^r \mu_j \varphi_j$. Звідси випливає справедливість умови 3) теореми. Необхідність доведено.

Достатність. Нехай для допустимого елемента u^* задачі відшукування величини (7) виконуються умови 1)-3) теореми. Переконаємося, що u^* є екстремальним елементом для величини (7). Для будь-якого $u \in D_0 \cap D_1$ з урахуванням 1) – 3) отримаємо:

$$\begin{aligned} d(u_0 - u) &= \max_{\varphi \in M_d} \varphi(u_0 - u) \geq \varphi^*(u_0 - u) = \varphi^*(u_0 - u^*) + \varphi^*(u^* - u) = \\ &= d(u_0 - u^*) + \sum_{i \in I(u^*)} \lambda_i (c_i - f_i(u)) + \sum_{j=1}^r \mu_j (\varphi_j(u^*) - \varphi_j(u)) \geq d(u_0 - u^*), \end{aligned}$$

оскільки $f_i(u) \leq c_i, i \in I(u^*); \varphi_j(u^*) = \varphi_j(u) = \delta_j, j = \overline{1, r}$.

Звідси випливає, що $d(u_0 - u) \geq d(u_0 - u^*), u \in D_0 \cap D_1$.

Отже, u^* є екстремальним елементом для величини (7).

Достатність доведено. Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Опуклий аналіз: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. 112 с.
2. Гнатюк В.А., Щирба В.С. Общие свойства наилучшего приближения по выпуклой непрерывной функции. Украинский математический журнал №5, том 4, 1982. С. 608-613.
3. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация. Москва: Мир, 1975. 496 с.

In the paper a duality relation establishes and proves the criteria of an extremal element based on this duality relation for the problem of the best in the sense of a continuous sublinear functional approximation of an element of a linear normalized space by a set of this space in the presence of additional constraints of the type of linear inequalities.

Keywords: the sublinear functional, the best approximation, the duality relation, the extremal element, the criteria.

УДК 517.5

Василь ГНАТЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Денис ТЕРЕХОВ, здобувач вищої освіти

ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНІСТЬ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ ТИПУ ЗАДАЧІ ШТЕЙНЕРА В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРИ

У роботі для задачі типу задачі Штейнера доведено теорему існування і єдиності екстремального елемента цієї задачі.

Ключові слова: задача типу задачі Штейнера, гільбертовий простір, екстремальний елемент, теорема існування та єдиності.

Нехай E гільбертів простір над полем дійсних чисел; $\langle x, y \rangle$ – скалярний добуток елементів x та y цього простору; a_i , $i = \overline{1, m}$, – фіксовані елементи E ; $V \subset E$; $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$, $x \in E$, – норма на E , породжена скалярним добутком $\langle x, y \rangle$, заданим на E .

Ставиться задача відшукування величини

$$\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) = \inf_{x \in V} \sum_{i=1}^m \|x - a_i\|^2 = \inf_{x \in V} \sum_{i=1}^m \langle x - a_i, x - a_i \rangle. \quad (1)$$

Задачу відшукування величини (1) назвемо задачею типу задачі Штейнера в гільбертовому просторі E .

Якщо існує елемент $x^* \in V$, такий, що

$$\sum_{i=1}^m \|x^* - a_i\|^2 = \inf_{x \in V} \sum_{i=1}^m \|x - a_i\|^2 = \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m),$$

то його будемо називати оптимальним розв'язком задачі відшукування величини (1) або просто екстремальним елементом для величини (1).

Важливими питаннями при дослідженні екстремальних задач є питання існування та єдиності екстремальних елементів цих задач.

Доведемо, що за певних умов екстремальний елемент для задачі відшукування величини (1) існує і єдиний.

Лема. Якщо $(E, \|\cdot\|)$ є будь-яким лінійним нормованим простором, то функція $p(x) = \|x\|^2$, $x \in E$, є опуклою та неперервною на E .

Доведення. Переконаємося в опуклості функції p . Оскільки p є власною функцією, заданою на E , то для встановлення її опуклості достатньо переконатися, що для будь-яких $x_1, x_2 \in E$, $\alpha \in [0, 1]$ має місце нерівність

$$p((1-\alpha)x_1 + \alpha x_2) \leq (1-\alpha)p(x_1) + \alpha p(x_2) \quad (2)$$

(див., наприклад, [1, с.56]).

Маємо, що $\|(1-\alpha)x_1 + \alpha x_2\| \leq (1-\alpha)\|x_1\| + \alpha\|x_2\|$, тому

$$\begin{aligned} p((1-\alpha)x_1 + \alpha x_2) &= (\|(1-\alpha)x_1 + \alpha x_2\|)^2 \leq \\ &\leq (1-\alpha)^2 \|x_1\|^2 + 2\alpha(1-\alpha)\|x_1\|\|x_2\| + \alpha^2 \|x_2\|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Переконаємося, що

$$(1-\alpha)^2 \|x_1\|^2 + 2\alpha(1-\alpha)\|x_1\|\|x_2\| + \alpha^2 \|x_2\|^2 \leq (1-\alpha)\|x_1\|^2 + \alpha\|x_2\|^2. \quad (4)$$

Маємо, що

$$\begin{aligned} &(1-\alpha)\|x_1\|^2 + \alpha\|x_2\|^2 - \left((1-\alpha)^2 \|x_1\|^2 + 2\alpha(1-\alpha)\|x_1\|\|x_2\| + \alpha^2 \|x_2\|^2 \right) = \\ &= \alpha(1-\alpha)\|x_1\|^2 - 2\alpha(1-\alpha)\|x_1\|\|x_2\| + \alpha(1-\alpha)\|x_2\|^2 = \\ &= \alpha(1-\alpha) \left(\|x_1\|^2 - 2\|x_1\|\|x_2\| + \|x_2\|^2 \right) = \alpha(1-\alpha) (\|x_1\| - \|x_2\|)^2 \geq 0, \end{aligned}$$

оскільки $0 \leq \alpha \leq 1$.

З останньої нерівності випливає нерівність (4). З нерівностей (3), (4) одержуємо, що

$$p((1-\alpha)x_1 + \alpha x_2) \leq (1-\alpha)\|x_1\|^2 + \alpha\|x_2\|^2 = (1-\alpha)p(x_1) + \alpha p(x_2).$$

Отже, має місце співвідношення (2). Опуклість функції $p(x) = \|x\|^2$, $x \in E$, встановлено. Її неперервність випливає з неперервності функції $x \in E \rightarrow \|x\|$ (див., наприклад, [1, с.59]).

Лему доведено.

Теорема. Якщо в задачі відшукування величини (1) V є опуклою та замкненою множиною гільбертового простору E , то екстремальний елемент для величини (1) існує та єдиний.

Доведення. Згідно з характеристичною властивістю інфімуму для будь-якого натурального n існує елемент $x_n \in V$, такий, що

$$\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) \leq \sum_{i=1}^m \|x_n - a_i\|^2 \leq \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + \frac{1}{n}. \quad (5)$$

З урахуванням опуклості множини V будемо мати, що для будь-яких $n, p \in \mathbb{N}$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)x_n + \frac{1}{2}x_p = \frac{x_n + x_p}{2} \in V. \quad (6)$$

Оскільки E є гільбертовим простором, то в E має місце рівність паралелограма:

$$2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 = \|x+y\|^2 + \|x-y\|^2, \quad x, y \in E. \quad (7)$$

Для $i \in \{1, \dots, m\}$, $x_n, x_p, n, p \in N$, покладемо в цій рівності $x = x_n - a_i$, $y = x_p - a_i$. Тоді одержимо, що

$$2\|x_n - a_i\|^2 + 2\|x_p - a_i\|^2 = \|x_n + x_p - 2a_i\|^2 + \|x_n - x_p\|^2.$$

Звідки для $x_n, x_p, n, p \in N, i \in \{1, \dots, m\}$:

$$\begin{aligned} \|x_n - x_p\|^2 &= 2\|x_n - a_i\|^2 + 2\|x_p - a_i\|^2 - \|x_n + x_p - 2a_i\|^2 = \\ &= 2\|x_n - a_i\|^2 + 2\|x_p - a_i\|^2 - 4\left\|\frac{x_n + x_p}{2} - a_i\right\|^2. \end{aligned}$$

З цієї рівності та співвідношень (5), (6) випливає, що

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \|x_n - x_p\|^2 &= 2\sum_{i=1}^m \|x_n - a_i\|^2 + 2\sum_{i=1}^m \|x_p - a_i\|^2 - 4\sum_{i=1}^m \left\|\frac{x_n + x_p}{2} - a_i\right\|^2 < \\ &< 2\left(\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + \frac{1}{n}\right) + 2\left(\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + \frac{1}{p}\right) - 4\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) = \frac{2}{n} + \frac{2}{p}. \end{aligned}$$

Отже, встановлено, що для будь-яких $n, p \in N$

$$0 \leq m\|x_n - x_p\|^2 \leq \frac{2}{n} + \frac{2}{p}, \quad 0 \leq \|x_n - x_p\| \leq \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{p}\right)}.$$

Перейшовши в останній нерівності до границі при $n \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$, одержимо, що $\lim_{\substack{n \rightarrow \infty, \\ p \rightarrow \infty}} \|x_n - x_p\| = 0$. Звідси випливає, що послідовність $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$

фундаментальною послідовністю гільбертового простору $(E, \|\cdot\|)$. Оскільки гільбертів простір є повним, то існує $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x^*$. З урахуванням замкненості V

одержимо, що $x^* \in V$. Переконаємося, що x^* є екстремальним елементом для величини (1). Для цього перейдемо в нерівності (5) до границі при $n \rightarrow \infty$ та врахуємо неперервність норми в будь-якому лінійному нормованому просторі. Тоді одержимо, що

$$\sum_{i=1}^m \|x^* - a_i\|^2 = \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) = \inf_{x \in V} \sum_{i=1}^m \|x - a_i\|^2, \quad \text{причому } x^* \in V.$$

Це й означає, що x^* є екстремальним елементом для величини (1).

Переконаємося у його єдиності. Припустимо, що x^* та \bar{x} є екстремальними елементами для величини (1). Переконаємося, що $\frac{x^* + \bar{x}}{2}$ також є екстремальним елементом для величини (1). Маємо, що

$$\sum_{i=1}^m \|x^* - a_i\|^2 = \sum_{i=1}^m \|\bar{x} - a_i\|^2 = \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m). \quad (8)$$

Оскільки V є опуклою множиною, то $\frac{x^* + \bar{x}}{2} \in V$. Врахувавши це, лему та рівність (8) отримаємо, що

$$\begin{aligned} \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) &\leq \sum_{i=1}^m \left\| \frac{x^* + \bar{x}}{2} - a_i \right\|^2 = \sum_{i=1}^m \left\| \left(1 - \frac{1}{2}\right)(x^* - a_i) + \frac{1}{2}(\bar{x} - a_i) \right\|^2 \leq \\ &\leq \left(1 - \frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^m \|x^* - a_i\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \|\bar{x} - a_i\|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + \frac{1}{2} \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) = \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m). \end{aligned}$$

Тому

$$\sum_{i=1}^m \left\| \frac{x^* + \bar{x}}{2} - a_i \right\|^2 = \alpha_V^*(a_1, \dots, a_m), \text{ причому } \frac{x^* + \bar{x}}{2} \in V. \quad (9)$$

Звідси робимо висновок, що $\frac{x^* + \bar{x}}{2}$ є екстремальним елементом для величини (1). Для $i \in \{1, \dots, m\}$ покладемо в (7) $x = x^* - a_i$, $y = \bar{x} - a_i$. Тоді одержимо, що

$$\begin{aligned} 2\|x^* - a_i\|^2 + 2\|\bar{x} - a_i\|^2 &= \|x^* + \bar{x} - 2a_i\|^2 + \|x^* - \bar{x}\|^2 = \\ &= 4\left\| \frac{x^* + \bar{x}}{2} - a_i \right\|^2 + \|x^* - \bar{x}\|^2. \end{aligned}$$

Просумувавши ліві і праві частини цієї рівності по $i = \overline{1, m}$ та врахувавши рівності (8) і (9) одержимо, що

$$\begin{aligned} 2\sum_{i=1}^m \|x^* - a_i\|^2 + 2\sum_{i=1}^m \|\bar{x} - a_i\|^2 &= 4\sum_{i=1}^m \left\| \frac{x^* + \bar{x}}{2} - a_i \right\|^2 + m\|x^* - \bar{x}\|^2, \\ 2\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + 2\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) &= 4\alpha_V^*(a_1, \dots, a_m) + m\|x^* - \bar{x}\|^2. \end{aligned}$$

З останньої нерівності одержуємо, що $\|x^* - \bar{x}\| = 0$. Отже, $\bar{x} = x^*$. Це означає, що величина (1) має єдиний екстремальний елемент.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Опуклий аналіз: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. 112с.

The existence and uniqueness theorem of the extremal element for a problem of type of problem the Steiner is proved in the work.

Keywords: *the problem of type of problem the Steiner, the Hilbert space, the extremal element, the creation and uniqueness theorem.*

УДК 517.5

Уляна ГУДИМА, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ТЕОРЕМИ ІСНУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ДЕЯКОЇ ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ У РОЗУМІННІ ПІВНОРМИ ОДНОЧАСНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ КІЛЬКОХ НЕПЕРЕРВНИХ НА КОМПАКТІ ДІЙСНОЗНАЧНИХ ФУНКЦІЙ

У роботі для задачі найкращої у розумінні півнорми одночасної апроксимації кількох неперервних на компактї дійснозначних функцій встановлено теореми існування її екстремального елемента.

Ключові слова: *півнорма, компакт, дійснозначна функція, екстремальний елемент, теореми існування.*

Постановка задачі. Нехай Z – компакт, K – компактна підмножина компакта Z , $C(Z)$ – лінійний над полем дійсних чисел підпростір дійснозначних функцій g , визначених і неперервних на Z , з нормою $\|g\| = \max_{z \in Z} |g(z)|$. Розглянемо функцію:

$$v(g) = \max_{t \in K} |g(t)|, \quad g \in C(Z).$$

Твердження 1. Дійснозначна функція $v(g)$ є півнормою, заданою на $C(Z)$.

Слід зауважити, що, взагалі кажучи, коли $Z \neq K$, то $p(g)$ не є нормою, заданою на $C(Z)$, оскільки з умови $v(g) = \max_{t \in K} |g(t)| = 0$, не випливає, що $g(t) = 0$, $t \in Z$.

Нехай $\omega_i \in C(Z)$, $i = \overline{1, n}$, – дійснозначні функції, $V \subset C(Z)$.

Розглянемо задачу відшукування величини:

$$\alpha_V^* \left(\{\omega_i\}_{i=1}^n, K \right) = \inf_{g \in V} \max_{1 \leq i \leq n} \nu(g - \omega_i) = \inf_{g \in V} \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |g(t) - \omega_i(t)|. \quad (1)$$

Задачу відшукування величини (1) будемо називати задачею найкращої у розумінні півнорми одночасної апроксимації кількох неперервних на компактї Z дійснозначних функцій ω_i , $i = \overline{1, n}$.

Якщо існує елемент $g^* \in V$ такий, що

$$\alpha_V^* \left(\{\omega_i\}_{i=1}^n, K \right) = \max_{1 \leq i \leq n} \nu(g^* - \omega_i) = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |g^*(t) - \omega_i(t)|,$$

то g^* будемо називати екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1).

Крім простору $C(Z)$ будемо розглядати далі простір $C(K)$ всіх заданих і неперервних на компактї K дійснозначних функцій. Для кожної функції $g \in C(Z)$ будемо позначати через g_K звуження функції g на компакт K , тобто для кожного $z \in K$ покладемо $g_K(z) = g(z)$.

Твердження 2. Для кожної функції $g \in C(Z)$ функція $g_K \in C(K)$.

В просторі $C(K)$ розглянемо норму $\|g\| = \max_{t \in K} |g(t)|$, $g \in C(K)$; $V_K = \{g_K : g \in V\}$ та функції $(\omega_i)_K$, $i = \overline{1, n}$, де $(\omega_i)_K(z) = \omega_i(z)$, $i = \overline{1, n}$, $z \in K$.

Поставимо задачу відшукування величини:

$$\begin{aligned} \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) &= \inf_{p \in V_K} \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |p(t) - (\omega_i)_K(t)| = \\ &= \inf_{p \in V_K} \max_{1 \leq i \leq n} \|p - (\omega_i)_K\|_{C(K)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Теорема 1. Якщо V_K є локально компактною та замкненою множиною простору $C(K)$, то екстремальні елементи для величин (1) та (2) існують.

Доведення. Переконаємося, що за умов теореми екстремальний елемент для величини (2) існує. Згідно властивості інфімуму для кожного $m \in \mathbb{N}$ існує елемент $p_m \in V_K$, $m = 1, 2, \dots$, такий, що

$$\alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) \leq \max_{1 \leq i \leq n} \|p_m - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \leq \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) + \frac{1}{m}. \quad (3)$$

З цих співвідношень для $i \in \{1, \dots, n\}$ будемо мати, що

$$\begin{aligned} \|p_m\|_{C(K)} - \|(\omega_i)_K\|_{C(K)} &\leq \|p_m - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \leq \max_{1 \leq i \leq n} \|p_m - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \leq \\ &\leq \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) + \frac{1}{m} \leq \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) + 1. \end{aligned}$$

Звідси отримуємо, що

$$\begin{aligned} \|p_m\|_{C(K)} &\leq \|(\omega_i)_K\|_{C(K)} + \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_{i=1}^n, K \right) + 1 \leq \\ &\leq \max_{1 \leq i \leq m} \|(\omega_i)_K\|_{C(K)} + \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) + 1. \end{aligned} \quad (4)$$

На підставі (4) робимо висновок, що послідовність $\{p_m\}_{m=1}^\infty$ є обмеженою послідовністю точок множини V_K простору $C(K)$. Оскільки V_K за умовою є локально компактною та замкненою множиною простору $C(K)$, то з послідовності $\{p_m\}_{m=1}^\infty$ можна виділити збіжну підпослідовність $\{p_{m_l}\}_{l=1}^\infty$, яка збігається в просторі $C(K)$ до деякого елемента $p^* \in V_K$, тобто

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \|p_{m_l} - p^*\|_{C(K)} = 0. \quad (5)$$

Переконаємося, що

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \max_{1 \leq i \leq n} \|p_{m_l} - (\omega_i)_K\|_{C(K)} = \max_{1 \leq i \leq n} \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)}. \quad (6)$$

З урахуванням властивостей максимуму матимемо, що (див., наприклад, [1, с. 306])

$$\begin{aligned} &\left| \max_{1 \leq i \leq n} \|p_{m_l} - (\omega_i)_K\|_{C(K)} - \max_{1 \leq i \leq n} \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \right| \leq \\ &\leq \max_{1 \leq i \leq n} \left| \|p_{m_l} - (\omega_i)_K\|_{C(K)} - \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \right| \leq \\ &\leq \max_{1 \leq i \leq n} \|p_{m_l} - (\omega_i)_K - p^* + (\omega_i)_K\|_{C(K)} = \|p_{m_l} - p^*\|_{C(K)}. \end{aligned}$$

Внаслідок (5) з цієї нерівності отримаємо, що має місце рівність (6). Зі співвідношення (3) випливає, що

$$\alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) \leq \max_{1 \leq i \leq n} \|p_{m_l} - (\omega_i)_K\|_{C(K)} \leq \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right) + \frac{1}{m_l}. \quad (7)$$

Перейшовши в нерівності (7) до границі при $l \rightarrow \infty$, з урахуванням (6) одержимо, що $\max_{1 \leq i \leq n} \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)} = \alpha_{V_K}^* \left(\{(\omega_i)_K\}_{i=1}^n, K \right)$, де $p^* \in V_K$. Це означає, що p^* є екстремальним елементом для задачі відшукування величини (2), причому $p^* \in V_K$. Тоді існує елемент $g^* \in V$, такий, що $g_K^* = p^*$.

Переконаємося, що g^* є екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1). Припустимо супротивне. Нехай існує елемент $\bar{g} \in V$, такий, що

$$\begin{aligned} \max_{1 \leq i \leq n} v(\bar{g} - \omega_i) &= \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |\bar{g}(t) - \omega_i(t)| = \\ &= \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |\bar{g}_K(t) - (\omega_i)_K(t)| = \max_{1 \leq i \leq n} \|\bar{g}_K - (\omega_i)_K\|_{C(K)} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & < \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |g^*(t) - \omega_i(t)| = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |g_K^*(t) - (\omega_i)_K(t)| = \\ & = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{t \in K} |p^*(t) - (\omega_i)_K(t)| = \max_{1 \leq i \leq n} \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)}, \end{aligned}$$

причому $\bar{g}_K, p^* \in V_K$.

Отже, ми отримали, що існує елемент $\bar{g}_K \in V_K$ такий, що $\max_{1 \leq i \leq n} \|\bar{g}_K - (\omega_i)_K\|_{C(K)} < \max_{1 \leq i \leq n} \|p^* - (\omega_i)_K\|_{C(K)}$, що суперечить екстремальності елемента p^* для задачі відшукування величини (2). Отримана суперечність доводить, що g^* є екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1).

Теорему доведено.

Наслідок 1. Якщо V є скінченновимірним підпростором простору $C(Z)$, то екстремальні елементи для величин (1) та (2) існують.

Доведення. Відомо (див., наприклад, [1, с. 21]), що скінченновимірний підпростір будь-якого лінійного нормованого простору є локально компактною та замкненою множиною. Переконаємося, що V_K є скінченновимірним підпростором простору $C(K)$. Нехай $p, h \in V_K$, $\alpha \in R$. Це означає, що $p(t) = g(t)$, $h(t) = q(t)$, $t \in K$, де $g, q \in C(Z)$. Звідки

$$p(t) + h(t) = (p+h)(t) = g(t) + q(t) = (g+q)(t), \quad t \in K,$$

де $g+q \in C(Z)$. Тому $p+h \in V_K$.

Аналогічно $\alpha p(t) = (\alpha g)(t)$, $t \in K$, причому $\alpha g \in C(Z)$. Тому $\alpha p \in V_K$, якщо $\alpha \in R$, $p \in V_K$.

Зі встановленого випливає, що V_K є підпростором лінійного над полем дійсних чисел простору $C(K)$. Встановимо його скінченновимірність. Нехай m – розмірність підпростору V . Тоді розмірність простору V_K не перевищує m . Дійсно, нехай $p_j \in V_K$, $j = \overline{1, r}$, де $r > m$. Тоді існують $g_j \in V$, $j = \overline{1, r}$, що $g_j(t) = p_j(t)$, $t \in K$. Оскільки $r > m$, то елементи g_j , $j = \overline{1, r}$, утворюють лінійно залежну систему. Звідси випливає, що, наприклад,

$$g_r = \alpha_1 g_1 + \dots + \alpha_{r-1} g_{r-1},$$

де $\alpha_j \in R$, $j = \overline{1, r-1}$.

Це означає, що $g_r(t) = \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j g_j(t)$, $t \in Z$. З цієї рівності випливає, що

$$p_r(t) = \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j p_j(t), \quad t \in K.$$

Тому система елементів $p_j \in K$, $j = \overline{1, r}$, є лінійно

залежною для будь-якого $r > m$.

Звідси випливає, що підпростір V_K лінійного над полем дійсних чисел простору $C(K)$ є скінченновимірним. Тому V_K є локально компактною та замкнутою множиною простору $(C(K), \|\cdot\|_{C(K)})$. Згідно з теоремою 1 екстремальний елемент для величин (1), (2) існують.

Наслідок доведено.

Теорема 2. Нехай множина V лінійного нормованого простору $C(Z)$ є замкнутою і локально компактною множиною та для будь-якої необмеженої послідовності $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ точок множини V існує підпослідовність $\{\varphi_{m_l}\}_{l=1}^{\infty}$ така, що $\lim_{l \rightarrow \infty} \nu(\varphi_{m_l}) = +\infty$. Тоді V_K є замкнутою і локально компактною множиною простору $C(K)$.

Доведення. Нехай $\{(\varphi_m)_K\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю множини V_K , тобто $\|(\varphi_m)_K\|_{C(K)} \leq \delta$, $m = 1, 2, \dots$. Переконаємося, що $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ є обмеженою послідовністю множини V . Оскільки $(\varphi_m)_K \in V_K$, $m = 1, 2, \dots$, то $\varphi_m \in V$, $m = 1, 2, \dots$. Припустимо, що $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ не є обмеженою послідовністю V . За умовою існує підпослідовність $\{\varphi_{m_l}\}_{l=1}^{\infty}$ така, що $\lim_{l \rightarrow \infty} \nu(\varphi_{m_l}) = \lim_{l \rightarrow \infty} \max_{t \in K} |\varphi_{m_l}(t)| = \lim_{l \rightarrow \infty} \|(\varphi_{m_l})_K\|_{C(K)} = +\infty$, що суперечить обмеженості послідовності $\{(\varphi_m)_K\}_{m=1}^{\infty}$ у розумінні $\|\cdot\|_{C(K)}$ простору $(C(K), \|\cdot\|_{C(K)})$. Отже, за умов теореми, з обмеженості послідовності $\{(\varphi_m)_K\}_{m=1}^{\infty}$ простору $(C(K), \|\cdot\|_{C(K)})$ випливає обмеженість послідовності $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ множини V простору $(C(Z), \|\cdot\|_{C(Z)})$. Оскільки V – локально компактна та замкнена множина, то з послідовності $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ можна вибрати збіжну підпослідовність $\{\varphi_{m_l}\}_{l=1}^{\infty}$, яка збігається до $\varphi^* \in V$, тобто

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \|\varphi_{m_l} - \varphi^*\|_{C(Z)} = \lim_{l \rightarrow \infty} \max_{t \in Z} |\varphi_{m_l}(t) - \varphi^*(t)| = 0. \quad (8)$$

З урахуванням (8) одержимо, що

$$\begin{aligned} 0 &\leq \lim_{l \rightarrow \infty} \left\| (\varphi_{m_l})_K - (\varphi^*)_K \right\|_{C(K)} = \lim_{l \rightarrow \infty} \max_{t \in K} \left| (\varphi_{m_l})_K(t) - (\varphi^*)_K(t) \right| \leq \\ &\leq \lim_{l \rightarrow \infty} \max_{t \in Z} |\varphi_{m_l}(t) - \varphi^*(t)| = \lim_{l \rightarrow \infty} \|\varphi_{m_l} - \varphi^*\|_{C(Z)} = 0. \end{aligned}$$

Звідси випливає, що $\lim_{l \rightarrow \infty} \left\| (\varphi_{m_l})_K - (\varphi^*)_K \right\|_{C(K)} = 0$, тобто, що $\left\{ (\varphi_{m_l})_K \right\}_{l=1}^{\infty}$ збігається до $(\varphi^*)_K$, причому $(\varphi^*)_K \in V_K$, оскільки $\varphi^* \in V$. Отже, з довільної обмеженої послідовності $\left\{ (\varphi_m)_K \right\}_{m=1}^{\infty}$ множини V_K можна вибрати підпослідовність $\left\{ (\varphi_{m_l})_K \right\}_{l=1}^{\infty}$, яка в просторі $C(K)$ збігається до $(\varphi^*)_K \in V_K$. Звідки випливає, що множина V_K є замкнутою локально-компактною множиною простору $(C(K), \|\cdot\|_{C(K)})$.

Теорему доведено.

Теорема 3. Нехай підмножина V лінійного нормованого простору $C(Z)$ є замкнутою і локально компактною множиною і для будь-якої необмеженої послідовності $\{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ точок множини V існує підпослідовність $\{\varphi_{m_l}\}_{l=1}^{\infty}$ така, що $\lim_{l \rightarrow \infty} v(\varphi_{m_l}) = +\infty$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.

Доведення. Згідно з теоремою 2 множина V_K є замкнутою і локально компактною множиною простору $C(K)$. Тоді відповідно до теореми 1 екстремальний елемент для величини (1) існує.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. 320с.

The theorems of the existence of its extremal element for the problem of the best-in-understanding seminorm of simultaneous approximation of several continuous real-valued functions on a compact set are established in the paper.

Keywords: the seminorm, the compact, the real-valued function, the extremal element, the theorems of existence.

**КРИТЕРІЙ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ
НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ФІКСОВАНОГО ЕЛЕМЕНТА
ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОГО ПРОСТОРУ ЙОГО ПІДПРОСТОРОМ З
ДОДАТКОВИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ ТИПУ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ**

У роботі встановлено критерій екстремального елемента для задачі найкращого наближення фіксованого елемента лінійного нормованого простору його підпростором з додатковими обмеженнями типу лінійних нерівностей.

***Ключові слова:** екстремальний елемент, задача найкращого наближення, лінійний нормований простір, додаткові обмеження.*

Нехай $(X, \|\cdot\|)$ – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, X^* – простір, спряжений з $(X, \|\cdot\|)$, F – замкнений лінійний підпростір простору $(X, \|\cdot\|)$, $x \in X$. Відомо (див., наприклад, [1, с.11]), що задачею найкращого наближення фіксованого елемента x підпростором F називають задачу відшукування величини

$$E(x, F) = \inf_{u \in F} \|x - u\|. \quad (1)$$

Останнім часом у математиці та її застосуваннях велика увага приділяється задачам найкращого наближення, в яких елементи множини, якою апроксимують, повинні задовольняти додатковим обмеженням типу нерівностей, в тому числі й лінійними нерівностями. Прикладом може бути наступна задача (див., наприклад, [2, с.122]). Нехай S – компакт, $C(S)$ – лінійний над полем дійсних чисел простір заданих і неперервних на S дійснозначних функцій $x = x(s)$, $s \in S$, з нормою $\|x\| = \max_{s \in S} |x(s)|$, $x, c \in C(S)$, F – замкнений лінійний підпростір лінійного нормованого простору $(C(S), \|\cdot\|)$, $s_i \in S$, $i = \overline{1, m}$.

Розглянемо задачу відшукування

$$\inf \left\{ \|x - u\| = \max_{s \in S} |x(s) - u(s)| : u \in F, u(s_i) \leq c(s_i), i = \overline{1, m} \right\}. \quad (2)$$

Позначимо $f_i(u) = u(s_i)$, $u \in C(S)$, $c(s_i) = c_i$, $i = \overline{1, m}$. Як відомо (див., наприклад, [3, с. 40, 42]), відображення $f_i(u)$, $u \in C(S)$, належить $(C(S))^*$. З урахуванням введених позначень задачу відшукування величини (2) можна записати в такій еквівалентній формі:

$$\inf \left\{ \|x-u\| = \max_{s \in S} |x(s) - u(s)| : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}, u \in F \right\}. \quad (3)$$

Легко бачити, що задача відшукування величин (3) є частковим випадком такої задачі в лінійному нормованому просторі $(X, \|\cdot\|)$.

Нехай $x \in X$, F – замкнений лінійний підпростір лінійного нормованого простору $(X, \|\cdot\|)$, $f_i \in X^*$, $c_i \in R$, $i = \overline{1, m}$. Потрібно знайти

$$\inf \left\{ \|x-u\| : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}, u \in F \right\}. \quad (4)$$

Задачу відшукування величини (4) назвемо задачею найкращого наближення елемента x лінійного нормованого простору X замкненим лінійним підпростором F з додатковими обмеженнями $f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}$, які є лінійними нерівностями. Покладемо $D = \{u \in X : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}\}$. Тоді задача відшукування величини (4) запишеться у такій еквівалентній формі:

$$E(x, D \cap F) = \inf_{u \in D \cap F} \|x-u\|. \quad (5)$$

Якщо існує елемент $u^* \in D \cap F$, такий, що

$$\|x-u^*\| = \inf_{u \in D \cap F} \|x-u\| = E(x, D \cap F),$$

то його назвемо елементом найкращого наближення для x у множині $D \cap F$ або просто екстремальним елементом для відшукування величини (5).

В роботі встановлені критерії екстремального елемента для задачі відшукування величини (5).

Теорема 1. Нехай в задачі відшукування величини (5) $x \notin D \cap F$; існує $\bar{u} \in F$, що $f_i(\bar{u}) < c_i, i = \overline{1, m}$; $f_i \neq 0, i = \overline{1, m}$. Для того щоб елемент $u^* \in D \cap F$ був екстремальним елементом для величини (5), необхідно і достатньо, щоб існували функціонали $f^* \in X^*$, $f_* \in F^\perp$ та числа $\alpha_i \geq 0, i \in I(u^*) = \{i : f_i(u^*) = c_i\}$, такі, що

$$1) \|f^*\| = 1; \quad 2) \|x-u^*\| = f^*(x-u^*); \quad 3) f^* = \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i f_i + f_*.$$

Доведення. Необхідність. Нехай $u^* \in D \cap F$ є екстремальним елементом для величини (5). Легко переконатися, що $D \cap F$ є опуклою та замкненою множиною лінійного нормованого простору X . Згідно з теоремою 2.4.1. [1, с.34,35] існує елемент $f^* \in X^*$ з такими властивостями:

$$1) \|f^*\| = 1; \quad 2) \|x-u^*\| = f^*(x-u^*); \quad 3) f^*(u^*) = \sup_{u \in D \cap F} f^*(u).$$

Із рівності 3) випливає, що u^* є оптимальним розв'язком такої екстремальної задачі: $\sup \{f^*(u) : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}, u \in F\}$.

Легко переконатися, що тоді u^* буде оптимальним розв'язком задачі мінімізації:

$$\min \left\{ (-f^*)(u) : f_i(u) \leq c_i, i = \overline{1, m}; u \in F \right\}. \quad (6)$$

Позначимо через

$$D_0 = \left\{ u \in X : (-f^*)(u) < (-f^*)(u^*) \right\},$$

$$D_i = \left\{ u \in X : f_i(u) \leq c_i \right\}, i = \overline{1, m}.$$

Оскільки $\| -f^* \| = \| f^* \| = 1$ (див. рівність 1)), то $(-f^*) \neq 0$. Звідси випливає, що $D_0 \neq \emptyset$. Оскільки u^* є оптимальним розв'язком задачі (6), то згідно з теоремою 1.4.1 [2, с.22]

$$\Gamma(D_0, u^*) \cap \left(\bigcap_{i=1}^m \Gamma(D_i, u^*) \right) \cap \Gamma^*(F, u^*) = \emptyset, \quad (7)$$

де $\Gamma(D_0, u^*)$, $\Gamma(D_i, u^*)$, $i = \overline{1, m}$, – конуси внутрішніх напрямків для множин D_0 , D_i , $i = \overline{1, m}$, з точки u^* відповідно, а $\Gamma^*(F, u^*)$ – конус граничних напрямків для підпростору F з точки u^* (див., наприклад, [2, с.12, 13]). Згідно з твердженням 1.3.7 [2, с. 21]

$$\Gamma(D_0, u^*) = \left\{ u \in X : (-f^*)(u) < 0 \right\}; \quad (8)$$

$$\Gamma(D_i, u^*) = \begin{cases} u \in X : f_i(u) < 0, \text{ якщо } f_i(u^*) = c_i, \\ X, \text{ якщо } f_i(u^*) < c_i, \end{cases} \quad (9)$$

для $i \in \{1, \dots, m\}$.

Відповідно до твердження 1.3.8. [2, с. 21]

$$\Gamma^*(F, u^*) = F. \quad (10)$$

З урахуванням зазначеного та рівності (7) одержимо, що

$$\Gamma(D_0, u^*) \cap \left(\bigcap_{i \in I(u^*)} \Gamma(D_i, u^*) \right) \cap \Gamma^*(F, u^*) = \emptyset. \quad (11)$$

Оскільки $\Gamma(D_0, u^*)$, $\Gamma(D_i, u^*)$, $i \in I(u^*)$, є відкритими опуклими конусами, а $\Gamma^*(F, u^*)$ – замкнений опуклий конус простору X (див. (8)-(10)) та має місце рівність (11), то згідно з наслідком 1.6.8 [2, с. 33, 34] існують функціонали l_0, l_i , $i \in I(u^*)$; l_* із X^* , не всі рівні нулю, такі, що

$$l_0(u) \leq 0 \quad \forall u \in \Gamma(D_0, u^*), \quad (12)$$

$$l_i(u) \leq 0 \quad \forall u \in \Gamma(D_i, u^*), i \in I(u^*), \quad (13)$$

$$l_*(u) \leq 0 \quad \forall u \in \Gamma^*(F, u^*), \quad (14)$$

$$l_0 + \sum_{i \in I(u^*)} l_i + l_* = 0. \quad (15)$$

Зі співвідношень (8) та (12) випливає, що

$$-l_0(u) \geq 0 \quad \forall u \in \overline{\Gamma(D_0, u^*)} = \{u \in X : (-f^*)(u) \leq 0\}; \quad (16)$$

зі співвідношень (9) та (13) випливає, що

$$-l_i(u) \geq 0 \quad \forall u \in \overline{\Gamma(D_i, u^*)} = \{u \in X : f_i(u) \leq 0\}, i \in I(u^*); \quad (17)$$

зі співвідношень (10) та (14) випливає, що

$$l_*(u) \leq 0 \quad \forall u \in F. \quad (18)$$

З урахуванням (16), (17) та твердження 1.9.1 [2, с. 43] робимо висновок, що існують числа $\lambda_0 \geq 0$, $\lambda_i \geq 0$, $i \in I(u^*)$, такі, що

$$-l_0 + \lambda_0(-f^*) = 0, \quad -l_i + \lambda_i f_i = 0, \quad i \in I(u^*).$$

Звідки

$$l_0 = -\lambda_0 f^*, \quad l_i = \lambda_i f_i, \quad i \in I(u^*). \quad (19)$$

З нерівності (18) випливає, що $l_*(u) = 0 \quad \forall u \in F$, оскільки F є підпростором простору X . Внаслідок цього та рівності (15) отримуємо рівність

$$-\lambda_0 f^* + \sum_{i \in I(u^*)} \lambda_i f_i + l_* = 0, \quad (20)$$

де $\lambda_0 \geq 0$, $\lambda_i \geq 0$, $i \in I(u^*)$, а $l_* \in F^\perp$.

Оскільки мають місце рівності (15), (19) та $\lambda_0 \geq 0$, $\lambda_i \geq 0$, $i \in I(u^*)$, і серед функціоналів l_0, l_i , $i \in I(u^*)$; l_* є відмінні від нуля, то серед чисел λ_0 , λ_i , $i \in I(u^*)$, є більші нуля.

Якщо припустити, що $\lambda_0 = 0$, то серед чисел λ_i , $i \in I(u^*)$, буде число $\lambda_{i_0} > 0$, де $i_0 \in I(u^*)$, і згідно (20)

$$\lambda_{i_0} f_{i_0} + \sum_{i \in I(u^*) \setminus \{i_0\}} \lambda_i f_i + l_* = 0. \quad (21)$$

Для вектора $\bar{u} - u^*$ одержимо, що

$$\begin{aligned}
f_{i_0}(\bar{u}-u^*) &= f_{i_0}(\bar{u}) - f_{i_0}(u^*) < c_{i_0} - c_{i_0} = 0, \\
f_i(\bar{u}-u^*) &= f_i(\bar{u}) - f_i(u^*) < c_i - c_i = 0, \quad i \in I(u^*) \setminus \{i_0\}, \\
l_*(\bar{u}-u^*) &= 0, \text{ оскільки } l_* \in F^\perp.
\end{aligned}$$

Оскільки $\lambda_{i_0} > 0$, а $\lambda_i \geq 0$, $i \in I(u^*) \setminus \{i_0\}$, то з одержаних нерівностей будемо мати, що

$$\lambda_{i_0} f_{i_0}(\bar{u}-u^*) + \sum_{i \in I(u^*) \setminus \{i_0\}} \lambda_i f_i(\bar{u}-u^*) = \sum_{i \in I(u^*)} \lambda_i f_i(\bar{u}-u^*) + l_*(\bar{u}-u^*) < 0,$$

що суперечить рівності (21).

З одержаної суперечності випливає, що $\lambda_0 > 0$. З урахуванням цього та рівності (20), одержимо, що

$$f^* = \sum_{i \in I(u^*)} \frac{\lambda_i}{\lambda_0} f_i + \frac{1}{\lambda_0} l_* = \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i f_i + f_*,$$

де $\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0} \geq 0$, $i \in I(u^*)$; $f_* = \frac{1}{\lambda_0} l_* \in F^\perp$, що потрібно було встановити.

Необхідність доведено.

Достатність. Нехай виконуються умови теореми та для елемента $u^* \in D \cap F$ існують функціонали $f^* \in X^*$, $f_* \in F^\perp$ і числа $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(u^*)$, такі, для яких виконуються умови 1)-3) теореми. Доведемо, що u^* є екстремальним елементом для величини (5). Для всіх $u \in D \cap F$ з урахуванням 1)-3) та співвідношень $f_i(u) \leq c_i \leq f_i(u^*)$, $i \in I(u^*)$, $u - u^* \in F$ маємо, що

$$\begin{aligned}
\|x - u^*\| &= f^*(x - u^*) = f^*(x - u) + f^*(u - u^*) \leq \|f^*\| \|x - u\| + \\
&+ \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i f_i(u - u^*) + f_*(u - u^*) \leq \|x - u\| + \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i (f_i(u) - f_i(u^*)) = \\
&= \|x - u\| + \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i (f_i(u) - c_i) \leq \|x - u\| + \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i \cdot 0 = \|x - u\|.
\end{aligned}$$

Отже, для всіх $u \in D \cap F$ має місце нерівність $\|x - u\| \geq \|x - u^*\|$. Це й означає, що u^* є екстремальним елементом для задачі відшукування величини (5). Достатність встановлено. Теорему доведено.

Наслідок 1. Нехай виконуються умови теореми 1 та F є скінченновимірним лінійним підпростором простору X , породженим лінійно незалежними векторами x_j , $j = \overline{1, n}$. Для того щоб елемент $u^* \in D \cap F$ був екстремальним

елементом для величини (5) в цьому випадку, необхідно і достатньо, щоб існували функціонали $f^*, f_* \in X^*$, та числа $\alpha_i \geq 0, i \in I(u^*)$, такі, що

$$1) \|f^*\| = 1; \quad 2) \|x - u^*\| = f^*(x - u^*); \quad 3) f^* = \sum_{i \in I(u^*)} \alpha_i f_i + f_*;$$

$$4) f_*(x_j) = 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Справедливість наслідку легко встановити з теореми 1, якщо врахувати, що $f_* \in F^\perp$, тоді і тільки тоді, коли $f_*(x_j) = 0, j = \overline{1, n}$.

Список використаних джерел:

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. 320 с.
2. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация. М.: Мир, 1975. 496 с.
3. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Опуклий аналіз: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. 112 с.

The criterion of an extremal element for the problem of the best approximation of a fixed element of a linear normed space by its subspace with additional constraints of the type of linear inequalities are establish in the article.

Keywords: *the extremal element, the best approximation problem, the linear normed space, the additional constraints.*

УДК 37.016:51

Тетяна ДУМАНСЬКА, кандидат педагогічних наук, доцент

ПРИКЛАДНА ЗАДАЧА, КЕЙС-МЕТОД І ПРОЄКТНА ДІЯЛЬНІСТЬ: ОГЛЯД І ПОРІВНЯННЯ

Стаття присвячена огляду таких видів навчальної діяльності здобувачів вищої освіти як розв'язування прикладної задачі, вирішення кейсу та робота над проєктом. Здійснено порівняльний аналіз умов і особливостей вирішення однієї ситуації для цих трьох технологій.

Ключові слова: *математика, інноваційні технології навчання, міжпредметні зв'язки, прикладна задача, кейс-метод, проєктна діяльність.*

Ідея втілення інноваційних технологій в навчання стала останнім часом предметом інтенсивних теоретичних і практичних досліджень. Використання новітніх технологій в навчанні дозволяє йти в одну ногу з часом, підвищувати зацікавленість до навчання.

Сучасний освітній процес у закладах освіти вимагає не просто умінь розв'язувати конкретну задачу, а й набуття навичок самостійно здобувати

інформацію, аналізувати її та самостійно ставити перед собою завдання [2, с. 70-71].

Сьогодні головне завдання навчального закладу – навчати вчитися, підготувати здобувачів освіти до неперервного навчання. Отже, мають змінитися функції студента та функції педагога. Перший повинен разом із засвоєнням відповідних знань розвивати в собі здатність, навички, уміння самостійно їх шукати, тобто оволодівати науковим методом пізнання. Другий же, відповідно, – допомогти першому навчитись вчитися.

Прикладні задачі, кейс-метод і проєктна діяльність – це три потужні інструменти навчання, що допомагають здобувачам вищої освіти «глибше зануритися» в навчальний матеріал і розвинути практичні навички. Хоча вони мають спільну мету – застосувати теоретичні знання на практиці, кожен із цих методів має свої особливості та підходить для різних ситуацій.

Прикладні задачі – це завдання, які вимагають застосування теоретичних знань для розв’язування конкретної проблеми або ситуації. Задачі можуть бути різного рівня складності та охоплювати різні галузі знань. Метою розв’язування прикладних задач є закріплення теоретичних знань, розвиток навичок аналізу та синтезу інформації, навчання застосовувати знання на практиці. Прикладами можуть бути різні практичні завдання прикладного характеру: розрахувати оптимальну траєкторію руху для літака, розробити маркетингову стратегію для нового продукту, спрогнозувати результати фінансових операцій.

Кейс-метод – це метод навчання, який базується на аналізі реальних або моделюючих ситуацій (кейсів). Учасники обговорюють кейс, висувують гіпотези, аналізують альтернативи та приймають рішення. Мета методу полягає у розвитку навичок критичного мислення, прийняття рішень, роботи в команді, комунікації. Прикладами кейсів можуть бути ситуації про аналіз стратегії виходу компанії на новий ринок, оцінку ефективності нової технології, дослідження впливу соціальних мереж на поведінку споживачів.

Проєктна діяльність – це комплексний метод навчання, який передбачає виконання студентами або групами студентів проєкту, спрямованого на розв’язання реальної проблеми або створення нового продукту. Метою проєкту є розвиток навичок самостійної роботи, планування, організації, дослідження, презентації, роботи в команді. Прикладами проєктів можуть бути різноманітні завдання: створення веб-сайту, розробка мобільного додатку, проведення соціологічного дослідження, організація громадської акції.

Відмінності між методами продемонстровані в таблиці 1.

Таблиця 1

Характеристика	Прикладні задачі	Кейс-метод	Проєктна діяльність
<i>Структура</i>	Чітко сформульоване завдання	Детальний опис реальної або моделюючої ситуації	Широкий спектр завдань, що вимагають самостійного дослідження

Фокус	Застосування теоретичних знань	Прийняття рішень в умовах невизначеності	Розвиток комплексу навичок, пов'язаних з реалізацією проєкту
Роль викладача	Надає завдання, перевіряє правильність розв'язування	Сприяє обговоренню, задає навідні запитання	Консультує, оцінює результати
Результати	Правильне розв'язування задачі	Обґрунтоване рішення	Готовий продукт або презентація

Ці три методи часто використовуються в комплексі. Наприклад, під час виконання проєкту здобувачі вищої освіти можуть розв'язувати прикладні задачі для обґрунтування своїх рішень і аналізувати різні кейси для пошуку кращих практик. Звідси слідує, що прикладні задачі виконують пропедевтичну роль, тобто виступають початковою ланкою, для виконання кейсів і проєктів.

Вибір методу залежить від таких факторів:

- *цілі навчання*: які навички необхідно розвинути?
- *зміст дисципліни*: які знання та вміння здобувачі освіти повинні отримати?
- *рівень підготовки здобувачів освіти*: наскільки вони готові до самостійної роботи?
- *часові обмеження*: скільки часу можна виділити на виконання завдання?
- *ресурси*: які матеріали та обладнання доступні?

Розглянемо приклад (табл. 2), де одна і та ж проблема подається як прикладна задача, кейс і проєкт.

Таблиця 2

	Прикладна задача	Кейс	Проєкт
Оптимізація маршруту доставки			
Умова	Кур'єрська служба має доставити 5 посилок у різні точки міста. Відомі координати кожної точки та час доставки однієї посилки. Яким маршрутом слід рухатися кур'єру, щоб мінімізувати загальний час доставки?	Кур'єрська служба зіткнулася зі скаргами клієнтів на затримки доставки. Керівництво вирішило оптимізувати маршрути кур'єрів.	Розробити програмне забезпечення, яке автоматично будуватиме оптимальні маршрути доставки для кур'єрів компанії.

Завдання			2) Зібрати дані про географічні об'єкти, дорожню мережу, пробки. 3) Вибрати відповідний алгоритм для розрахунку маршрутів (наприклад, алгоритм найближчого сусіда, генетичний алгоритм). 4) Розробити інтерфейс для введення даних про замовлення та відображення результатів розрахунку. 5) Протестувати програму на реальних даних.
Додаткові умови		Можна врахувати такі фактори, як тип транспорту, вартість пального, обмеження за часом роботи кур'єрів.	
Розв'язання	За допомогою математичного апарату (наприклад, алгоритму найкоротшого шляху) знайти оптимальний маршрут.		
Результат			Готовий програмний продукт, який можна використовувати в роботі кур'єрської служби.

Відображений приклад є ефективним, оскільки він має єдиний контекст (всі три завдання пов'язані з однією проблемою – оптимізацією маршрутів); різні рівні складності (прикладна задача має чітко сформульоване завдання, кейс пропонує ширший контекст для аналізу, а проєкт вимагає розробки власного рішення); розвиток різних навичок (кожне завдання розвиває різні навички: від розв'язування математичних задач до програмування та аналізу даних).

Такі завдання можна підсилити, додавши: елемент змагальності (провести конкурс між групами студентів на розробку найефективнішого алгоритму для розрахунку маршрутів); вимогу врахувати екологічний аспект (оптимізувати маршрути з урахуванням викидів шкідливих речовин); вимогу розглянути інші

критерії оптимізації (наприклад, мінімізація загального пробігу або максимальне використання вантажопідйомності транспортних засобів).

Кожен з розглянутих методів має свої переваги і може бути ефективним інструментом навчання. Вибір оптимального методу залежить від конкретних умов і цілей навчання. Комбінування різних методів дозволяє створити більш різноманітне та ефективне навчальне середовище.

Список використаних джерел:

1. Геселева К.Г., Думанська Т.В. Значення проектної діяльності під час вивчення фінансової математики. *Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка*. Фізико-математичні науки. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. Вип. 16. С. 21-22.
2. Гудима У.В., Думанська Т.В. Проектна діяльність як засіб формування здатності розв'язувати прикладні задачі з математики. *Інноваційна педагогіка*. 2024. Випуск 67. Т. 1. С. 70-75.
3. Сухомлинова О.В., Геселева К.Г., Думанська Т.В. Інтеграція математичних дисциплін у міждисциплінарний контекст підготовки здобувачів вищої освіти: актуальність, переваги, виклики. *Наука і техніка сьогодні. Серія «Педагогіка»*. Вип. № 5 (33). Київ. 2024. С. 920-933.

The article is devoted to reviewing types of educational activities for higher education students, such as solving applied problems, case studies, and project work. A comparative analysis of the conditions and features of addressing a single situation using these three methods has been conducted.

Keywords: *mathematics, innovative teaching technologies, interdisciplinary connections, applied problem, case study, project-based learning.*

УДК 519.6

Максим ІГНАТОВ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Володимир СИДОРУК**, кандидат фізико-математичних наук

ПАРАЛЕЛЬНИЙ БЛОЧНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАІЧНИХ РІВНЯНЬ З СТРІЧКОВИМИ МАТРИЦЯМИ

У статті описано розробку паралельного блочного алгоритму, який дозволяє ефективно розв'язувати СЛАР зі стрічковими матрицями, забезпечуючи оптимальне використання обчислювальних ресурсів. Запланована розробка очікувано дозволить зменшити обчислювальні витрати та прискорити розв'язання задач великого розміру завдяки розподілу обчислень між потоками.

Ключові слова: *паралельний блочний алгоритм, система лінійних алгебраїчних рівнянь з стрічковими матрицями.*

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) зі стрічковими матрицями часто зустрічаються в задачах математичного моделювання, таких як аналіз механічних конструкцій, теплопередача та моделювання електричних кіл. Стрічкова структура матриці дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати та використання пам'яті, оскільки більшість її елементів є нулями.

Однак розв'язування таких систем за допомогою класичних послідовних методів є недостатньо ефективним для великих задач. Це створює необхідність у використанні паралельних обчислень, які забезпечують прискорення процесу шляхом розподілу обчислень між кількома процесорами.

Метою цієї статті є розробка та дослідження паралельного блочного алгоритму, який дозволяє ефективно розв'язувати СЛАР зі стрічковими матрицями, забезпечуючи оптимальне використання обчислювальних ресурсів.

Стрічковою називається матриця, більшість елементів якої рівні нулю, за винятком елементів у певних діагональних смугах. Її можна записати у вигляді:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Приклад стрічкової матриці

Розмір стрічки визначається числом ненульових діагональних смуг з обох сторін від головної діагоналі. Збереження лише цих елементів дозволяє економити пам'ять, особливо для великих матриць.

Пропонований алгоритм складається з таких основних етапів:

- Стрічкова матриця розбивається на менші блоки, які можна обробляти незалежно. Наприклад, для матриці розміром $(n \times n)$ обираються блоки розміром $(b \times b)$, що дозволяє виконувати операції над блоками паралельно.

- Для кожного блоку виконується LU-розклад (розкладання матриці на нижньотрикутну (L) і верхньотрикутну (U) матриці). Це дозволяє уникнути розв'язування великих систем і зменшити обчислювальні витрати.

- Розподіл блоків між потоками або процесорами забезпечує прискорення. Зокрема, кожен процесор обробляє свій блок, після чого результати з'єднуються для отримання кінцевого розв'язку.

Для реалізації алгоритму використовували мову програмування C++ з бібліотекою OpenMP для багатопотокових обчислень. Тестування проводилося на стрічкових матрицях різного розміру (від 1000 до 10 000 елементів) із числом смуг від 3 до 10.

Результати показали, що запропонований паралельний алгоритм забезпечує значне прискорення порівняно з класичним послідовним методом Гауса. Наприклад, для матриці розміром $(10\,000 \times 10\,000)$ із 5 діагональними смугами прискорення становило до 8 разів на 8 потоках.

Запланована розробка паралельного блочного алгоритму для розв'язування СЛАР зі стрічковими матрицями має на меті досягнення високої ефективності. Використання блочного підходу очікувано дозволить зменшити обчислювальні витрати та прискорити розв'язання задач великого розміру завдяки розподілу обчислень між потоками.

Очікується, що результати дослідження продемонструють значне прискорення порівняно з послідовними методами, а також забезпечать високу масштабованість алгоритму на багатоядерних і кластерних системах. У майбутньому робота буде спрямована на оптимізацію комунікаційних витрат та адаптацію алгоритму для роботи на графічних процесорах (GPU).

Список використаних джерел:

1. Деммель Дж. Прикладна числова лінійна алгебра. SIAM, 1997. URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971446> (дата звернення: 11.11.2024).
2. Гулаб Дж., Ван Лоан Ч. Обчислення з матрицями. Johns Hopkins University Press, 2013. URL: <https://jhupbooks.press.jhu.edu/title/matrix-computations> (дата звернення: 07.11.2024).
3. Сад Я. Ітеративні методи для розріджених лінійних систем. SIAM, 2003. URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718003> (дата звернення: 06.11.2024).
4. Гупта А., Кумар В. Високопродуктивні паралельні алгоритми для розріджених матриць. IEEE Transactions on Computers, 1994. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/288428> (дата звернення: 01.11.2024).
5. Донгарра Дж. Еталон LINPACK: минуле, сучасність і майбутнє. Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2003. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cpe.710> (дата звернення: 12.11.2024).
6. Trefethen L.N., Вau D. Числова лінійна алгебра. SIAM, 1997. URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971484> (дата звернення: 13.11.2024).

The article describes the development of a parallel block algorithm that allows for efficient solution of linear algebraic equations with strip matrices, ensuring optimal use of computing resources. The planned development is expected to reduce computational costs and accelerate the solution of large-sized problems by distributing calculations between threads.

Keywords: *parallel block algorithm, system of linear algebraic equations with strip matrices.*

УКРАЇНСЬКІ ЖІНКИ-НАУКОВЦІ В КОСМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Розглянуто роль українських жінок-науковців в космічних дослідженнях та описано короткі біографії жінок астронавтів українського походження.

Ключові слова: *астрономія, космічні дослідження, жінки-астронавти українського походження*

Шкільний курс астрономії розглядає питання участі українських науковців в космічних дослідженнях. Сучасні українські жінки здійснюють наукові відкриття і подвиги, викладають, лікують, навчають, створюють шедеври мистецтва, і навіть підкорюють космічний простір. Вони працюють у різних напрямках науки. В Державному космічному агентстві України та на підприємствах, які входять в космічну галузь нашої країни працює майже 50% жінок, тоді як в інших країнах в космічній промисловості, в космічній галузі працює від 20 до 30% жінок, вважається, якщо 30%, то це вже дуже добре.

Метою статті є розкриття ролі українських жінок в наукових дослідженнях космосу, а також ознайомлення із внеском жінок українського походження в розвиток пілотованих космічних польотів.

Українські жінки роблять вагомий внесок у розвиток різних напрямів космічної науки на рівні з чоловіками. Згадаємо деяких з них.

Слизова Кордюм, професор, доктор біологічних наук, член кореспондент НАНУ, людина з міжнародним ім'ям, яка працює у сфері космічної біології. Вона була безпосереднім розробником експериментів українського космонавта Леоніда Каденюка, керувала його програмою та працювала над даними.

Наталія Куусуль, професор, доктор технічних наук, заступниця керівника Інституту космічних досліджень з наукової роботи. Відома у всьому світі розробниця провідних методик обробки даних дистанційного зондування Землі.

Наталія Малишева, доктор юридичних наук, професор, займається розробками аналізу у сфері космічного права, бере участь у роботі провідних міжнародних організаціях за цим спрямуванням.

Надія Адамчук-Чала, кандидат біологічних наук, космічний еколог, науковий співробітник департаменту рослинництва Університету Макгілла (Монреаль, Канада), старший науковий співробітник відділу Радіаційної екології та дистанційного зондування ландшафтів Інституту агроєкології і природокористування НАН України. Надія була дублером Леоніда Каденюка та готувалася до польоту в Космос, займалася обробкою експериментів, які виконував на орбіті Леонід Каденюк і далі працює в сфері космічної біології.



Серед жінок-астронавтів є жінки з українськими коріннями.

Гайдемарі Стефанишин-Пайпер – жінка-астронавт NASA, її зацікавленість Україною не випадкова, батько родом із Львівщини. Завдяки Гайдемарі український прапор вдруге побував у космосі. Слід зазначити, що ця жінка не лише піднялася в небо, виходила у відкритий космос, встановлюючи сонячні батареї, а ще й двічі побувала на Міжнародній космічній станції і є однією з найкращих астронавтів NASA.

7 лютого 1963 року народилася Гайдемарі Марта Стефанишин-Пайпер (Heidemarie Martha Stefanyshyn-Piper) – українка та американська астронавтка. На її рахунку два польоти, під час яких вона здійснила п'ять виходів у відкритий космос. Гайдемарі стала третьою українкою, яка побувала у космосі. До неї це вдалося зробити Джудіт Арлен Резнік зі США і Роберті Лінн Бондар з Канади.

Батько Гайдемарі – Михайло Стефанишин – народився в селі Якимів (нині Кам'янка-Бузького району Львівської області). Під час Другої світової був вивезений на примусові роботи до нацистської Німеччини. Після завершення війни вирішив не повертатися на батьківщину, справедливо побоюючись репресій з боку радянського уряду. Михайло одружився з німкенню Адельгейдою. Разом вони емігрували до США. Тут 7 лютого 1963 року у місті Сент-Пол (штат Міннесота) з'явилася на світ їхня донька Гайдемарі.

Про своє дитинство майбутня астронавтка згадувала: “Наша родина дотримувалася багатьох українських традицій. Ми ходили до української церкви. Я ходила в суботню українську школу. Я не належала до американських скаутських організацій, натомість була членом українського аналогу скаутів – “Пласту”. Українська культура тоді була невід’ємною частиною мене”. Навіть вийшовши заміж за американця Гленна Пайпера, вона наполягла на збереженні для себе подвійного прізвища Стефанишин-Пайпер, а сина назвала на честь свого батька – Михайлом (Майклом). Гайдемарі здобула ступінь магістра у галузі машинобудування в Массачусетському технологічному інституті – одному з найпрестижніших навчальних закладів світу. Навчання коштувало дуже дорого, але Гайдемарі оплачувала його за рахунок стипендії Військово-морських сил США. Неодмінною умовою було укладення подальшого контракту з ВМС, що вона й зробила одразу після випуску, у червні 1985 року. Пройшла підготовку в Навчальному центрі рятувальних і підводних операцій ВМС (Панама-Сіті, штат Флорида). 1 травня 1996 року її зарахували кандидатом в астронавти NASA 16-го набору.

Перший політ Стефанишин-Пайпер на багаторазовому транспортному космічному кораблі “Атлантик” відбувся з 9 по 21 вересня 2006 року. Місія STS-

115 мала на меті відновлення будівництва Міжнародної космічної станції (МКС), яке призупинилося після катастрофи шаттла “Колумбія” у 2003 році. Гайдемарі виконала два виходи у відкритий космос загальною тривалістю 12 годин 8 хвилин, під час яких встановлювала на станції сегменти фермових конструкцій із сонячними батареями.

Таким чином, Гайдемарі стала загалом 447-ю людиною в космосі, 43-ю жінкою, яка виконала космічний політ, і 8-ю представницею прекрасної статі, яка здійснила вихід у відкритий космос.

Для учасників місії STS-115 щоранку з центру управління польотами передавали улюблену музику одного з астронавтів (так званий “wake-up call”). На четвертий день польоту для Гайдемарі передали українську пісню на слова поеми Тараса Шевченка “І мертвим, і живим, і ненародженим...” у виконанні українського гурту з Лондона. З собою в космос вона брала прапор України та емблему “Пласту” (“лілейку”). Про свої враження від польоту розповідала: “Те, як красиво виглядає наша планета з космосу – неможливо передати словами... Дуже легко було знайти Чорне море, Крим, я знайшла ріку Дніпро, і Київ я знайшла із космосу”.

Після успішного завершення космічного польоту астронавтка вперше в житті вирушила до України. 28 січня – 1 лютого 2007 року вона відвідала Київ, Львів, рідне село свого батька – Якимів. Зустрілася з першими особами держави, першим космонавтом незалежної України Леонідом Каденюком і своїми родичами-українцями.

У пізнішому інтерв’ю згадувала: “Мої двоюрідні брати і сестри влаштували незабутнє прийняття, пригощали національними стравами, наготували подарунків. Я досі відчуваю теплоту зустрічей з ними й сердечно вдячна їм за увагу до мене та моєї родини. Нині я отримую від численних родичів листи, у яких вони запрошують ще раз приїхати на батьківщину мого батька”. Президент України Віктор Ющенко Указом від 1 лютого 2007 року № 61/2007 “за мужність і відвагу, виявлені в освоєнні космічного простору, зміцнення дружби між українським та американським народами” нагородив астронавтку орденом княгині Ольги III ступеня.



Вдруге в космос Гайдемарі літала з 15 до 30 листопада 2008 року на багаторазовому транспортному космічному кораблі “Індевор” (місія STS-126). Цього разу вона виконала три виходи у відкритий космос загальною тривалістю 20 годин 34 хвилини, брала участь у розширенні площі МКС і монтажу нового обладнання.

У липні 2009 року Гайдемарі пішла із загону астронавтів NASA, щоб повернутися до служби у Військово-морських силах. Два

роки командувала дивізією морських сил Кардерок у штаті Меріленд. Має звання капітана ВМС США, що в Україні відповідає званню капітана 1-го рангу.

Роберта Лінн Бондар – перша канадська жінка-астронавт, що побувала у космосі. Народилася в сім'ї етнічних українців з Івано-Франківщини. За освітою Роберта лікар-невролог. Космосом дівчина захопилася ще у школі. Любила спостерігати за зірками, читати фантастичну та наукову літературу. Вирішивши стати астронавтом, освоїла пілотування літаком. Була зарахована до загону астронавтів, пройшла підготовку та здійснила космічний політ в NASA (США).

Роберта Лінн Бондар у 1984 р. була зарахована до загону астронавтів, а в січні 1992-го вирушила в політ. На честь Р.Л. Бондар у Канаді названо чотири школи, її ім'я занесене до Зали слави Канади. Роберта Лінн народилася 4 грудня 1945 р. у Су-Сент-Марі, провінція Онтаріо, в родині етнічних українців, вихідців із Городенки (Івано-Франківщина). Пані Бондар не забуває про своє коріння: говорить українською, входить до Конгресу українців Канади.

Джудіт Арлен Резнік – американський інженер та астронавт NASA, батько якої народився в Києві. Джудіт народилася у 1949 році у штаті Огайо. Ще на початку 20-х років минулого століття її дідусь-єврей разом з родиною емігрував із Києва до Палестини, а звідти – до США. Джудіт з дитинства добре грала на роялі та мала можливість здобути престижну музичну освіту. Натомість обрала спеціальність інженера-електрика, згодом захистила докторську дисертацію в галузі електротехніки. Працювала конструктором у провідних американських корпораціях.



У 1977 році до рук Джудіт потрапила газета з оголошенням, яке повністю змінило її життя. NASA оголосило набір у загін космонавтів, і вперше в історії агентства до участі в конкурсі допустили жінок. 28-річна Резнік, не вагаючись, подала заявку. Перша відповідь була невтішною – для участі у відборі їй бракувало ліцензії пілота. Це ще більше розпалило амбіції жінки – в екстреному режимі за допомогою товаришальотчика опанувала майстерність керування літаком та усунула пробіли в анкеті. Із понад восьми тисяч заявок відібрали 35. Серед кандидатів в астронавти – шестеро жінок, Джудіт – серед них. Зірковий час Джудіт настав наприкінці серпня 1984 року. Вона

вирушила на орбіту на космічному човнику Discovery, і була єдиною жінкою у складі екіпажу. Астронавтка разом із колегами керувала запуском супутника зв'язку. А також досліджувала принцип роботи сонячних батарей, які на той час тільки розглядали як потенційне додаткове джерело енергії для космічних місій.

Резнік провела на борту Discovery 145 годин і стала четвертою жінкою у світі, які побували в космосі. Менш ніж за півтора року після першого польоту усміхнена Джудіт під прицілами телекамер знову підіймалася на борт космічного корабля. Другий політ став для неї останнім. 28 січня 1986 року космічний човник Challenger відірвався від космодрому на мисі Канаверал. Через 73 секунди після старту шатл загорівся і почав розвалюватися на льоту. Усі семеро членів екіпажу загинули.

Посмертно Джудіт було присуджено численні нагороди. На честь Джудіт Резнік названо кратер на зворотній стороні Місяця та астероїд.

Список використаних джерел:

1. Стефанишин-Пайпер – третя українка у космосі. Режим доступу: URL: <https://uain.press/blogs/stefanishin-pajper-tretya-ukrayinka-u-kosmosi-697131> Дата звертання: 23 листопада 2024 року

2. Джудіт Резнік – астронавтка з українським корінням, трагічна смерть якої досі покрита таємницею. Режим доступу: URL: <https://24tv.ua/dzhudit-reznik-astronavtka-z-ukrayinskim-korinnjam-tragichna-smert-yakoyi-dosi-pokrita-tayemnitseyu-n1281663> Дата звертання: 23 листопада 2024 року

3. Вклад жінок українського походження у розвиток всесвітньої космонавтики. Режим доступу: URL: https://dneprorbita.org.ua/sientific/03_07_2023.htm Дата звертання: 23 листопада 2024 року.

The role of Ukrainian women scientists in space exploration is examined and brief biographies of women astronauts of Ukrainian origin are described.

Keywords: astronomy, space exploration, women astronauts of Ukrainian origin

УДК 004.93;004.8

Микола КОНДРУШЕНКО, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Тетяна ПИЛИПЮК**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕЙРОМЕРЕЖ-ТРАНСФОРМЕРІВ В ЗАДАЧАХ ГЕНЕРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

У статті досліджуються можливості застосування трансформерів у генеративних задачах комп'ютерного зору, таких як генерація зображень на основі текстового опису, покращення якості зображень та створення нових елементів. Пояснюються основні переваги використання архітектур трансформерів, зокрема здатність враховувати глобальні залежності завдяки механізму Self-Attention, паралельна обробка даних для швидшого навчання та гнучкість у застосуванні до різних завдань. Аналізуються основні архітектури, такі як ViT, Swin та Swin v2, з детальним описом їх переваг та недоліків.

Особливу увагу приділено механізмам роботи енкодерів та вдосконаленням у Swin v2, які дозволяють ефективно працювати з великими зображеннями.

Ключові слова: *нейромережі, трансформери, генерація зображень, енкодер, архітектура трансформера, матриця ваг, ембендинг.*

Трансформери застосовуються у таких генеративних задачах як: текст до зображення, для генерації зображень на основі текстового завдання та зображення в зображення, для покращення якості зображень, стирання об'єктів або створення нових елементів на зображенні. Переваги використання трансформерів у генерації зображень:

1. Глобальні взаємозв'язки – завдяки Self-Attention трансформери можуть враховувати залежності між далекими частинами зображення.
2. Паралельна обробка – ці нейромережі не залежать від послідовної обробки інформації, що прискорює навчання та, знову ж таки, краще буде залежності між різними частинами зображення.
3. Гнучкість – можуть легко адаптуватися до різних завдань.

Розглянемо особливості роботи трансформерів.

Початково дані нейромережі створювалися для перекладу текстів. Трансформери вирішили багато проблем та підвищили точність перекладів порівняно із рекурентними нейронними мережами (RNN), які до того застосовувалися для цих задач. RNN мали послідовний доступ до слів. Наслідком було те, що доки немає вирахованих значень для першого слова, то не можна вираховувати дані для інших слів. Автори статті [1] стверджують, що на кожному окремому слові можна сконцентрувати окрему «увагу» (Attention) і це дозволить проводити обчислення для кожного слова у тексті незалежно. Щодо зображень працює та сама логіка – розосередити «увагу» на кожен фрагмент зображення.

Розглянемо основні елементи з яких складаються трансформери та основні принципи їх роботи на прикладі ViT_Base [2]. Більшість архітектури ViT займає саме трансформер, який майже без змін пристосували для роботи із зображеннями.

Механізм Attention дозволяє фокусуватися на важливих частинах зображення, де є ключові деталі. Це важливо для забезпечення реалістичності та координації між різними частинами зображення при його генерації. Це працює наступним чином: для кожного фрагменту зображення утворюються три вектори Query, Key, Value за допомогою трьох матриць ваг W^Q W^K W^V шляхом множення ембендингу фрагмента на відповідну матрицю ваг.

Ембендинг (embedding) – це вектор обчислений із фрагменту зображення з додаванням інформації про позицію цього фрагмента на зображенні. Іншими словами, ембендинг – це спосіб представлення об'єктів у багатовимірному векторному просторі. У контексті машинного навчання ембендинги часто використовуються для представлення об'єктів (наприклад, слів, речень,

зображень чи інших даних) у вигляді числових векторів з фіксованою кількістю вимірів.

Основні характеристики ембендингів:

- зменшення розмірності (ембендинги зменшують розмірність даних, зберігаючи при цьому важливу інформацію, що є корисним для виявлення схожостей між об'єктами та спрощення обробки даних);
- збереження семантики (векторне представлення зберігає семантичні відносини між об'єктами. Наприклад, у випадку тексту слова з подібним значенням мають вектори, які розташовані близько один до одного у просторі);
- універсальність (використовується для обробки різних типів даних: тексту (словні ембендинги, такі як Word2Vec, GloVe), зображень (ембендинги для класифікації та сегментації), графів тощо).

Ембендинги знаходять застосування в різних задачах, таких як пошук за семантичною схожістю, кластеризація, рекомендаційні системи, переклад тексту, обробка природної мови та багато інших.

Далі на основі цих векторів обчислюють Attention за формулою

$$Attention(Q, K, V) = softmax\left(\frac{QK^T}{\sqrt{d_k}}\right) * V, \quad (1)$$

де d_k – це Hidden Size D / Heads, ці величини можна знайти у відповідній таблиці статті [2].

Self-Attention – це механізм уваги, який помічає зв'язки фрагментів між собою, і саме в цьому основна потужність трансформерів. Цей механізм є критично важливим для створення реалістичних зображень, де важливо враховувати контекст кожної деталі. Принцип роботи, кожен фрагмент обчислює Attention до всіх інших фрагментів, це якраз і дозволяє виявляти залежності між фрагментами.

Енкодер – частина архітектури трансформера, яка перетворює вхідне зображення у векторне представлення. ViT_Base містить 12 шарів енкодера. Кожен шар складається із двох блоків Multi-Head Attention і Multy Layer Persiptron. Ці два блоки мають наскрізне підключення, як в нейромережах ResNet, також на вході кожного блоку виконується нормалізація.

Блок Multi-Head Attention – це складова частина шару енкодера. Він використовується щоб захоплювати різні аспекти візуальної інформації, а це означає, що модель одночасно обробляє декілька взаємозв'язків між фрагментами, що забезпечує кращу деталізацію. До того ж в моделі ViT_Base є 12 Heads, тобто 12 паралельних потоків зі своїми матрицями ваг $W^Q W^K W^V$. Інші моделі мають інше число потоків, що представлено у таблиці [2].

Multy Layer Persiptron – це повнозв'язні шари, які нелінійно перетворюють вхідні дані. Складається із повнозв'язного шару із 768 входами і 3072 виходами, шару активації з Gelu, шару Propout, повнозв'язного шару із 3072 входами і 768 виходами.

Розглянемо Swin та Swin v2 [3; 4].

Swin – це удосконалена архітектура трансформерів спеціально для задач комп’ютерного зору. Від ViT він відрізняється тим, що фрагменти мають менший розмір та організовані у так звані вікна. На відміну від ViT Self-Attention застосовується не до усього зображення одразу, а лише до окремої області (вікна). Це дозволило значно скоротити число математичних операцій. Також для кодування позицій фрагментів використовується матриця зміщень (bias) [3].

$$Attention(Q, K, V) = softmax\left(\frac{QK^T}{\sqrt{d_k}} + B\right) * V, \quad (2)$$

де B – матриця зміщень (bias).

Swin v2 – це той самий Swin з кількома відмінностями [4]:

1) в енкодері нормалізація виконується після блоків Multi-Head Attention і Multy Layer Persiptron. Це вирішує проблему суттєвого росту значення активації;

2) множення матриць Q і K не відбувається. Це замінено формулою (3) для того, щоб значення активації були в діапазоні оптимальних значень:

$$\frac{\cos(q_i k_j)}{\tau} + B_{ij}, \quad (3)$$

де B_{ij} – відносне позиційне зміщення між пікселями (біаси); τ – навчальне значення для кожного шару і голови, яке встановлюється більшим ніж 0,01;

3) запропоновано змінити кодування позицій фрагментів. Натомість було запропоновано використовувати Log-spaced координати. Це вирішує проблему сильного просідання точності навченої моделі зі збільшенням розміру вхідного зображення.

Представимо порівняльний аналіз нейромереж-трансформерів у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняльний аналіз нейромереж-трансформерів

Модель	Опис	Переваги	Недоліки
ViT	Може бути корисним для задач генерації зображень, де важливо враховувати глобальний контекст. Водночас для реалістичніших зображень знадобиться значна обчислювальна потужність.	Глобальний Self-Attention, що дає змогу враховувати всі взаємозв’язки між фрагментами. Має доволі просту архітектуру.	Потреба у високих обчислювальних потужностях. Менша ефективність порівняно зі згортковими нейромережами у визначенні локальних особливостей.
Swin	Добре підходить для задач, де важливе збереження локальних деталей, генерація зображень із чіткими	Нижча потреба в обчислювальних ресурсах, що дозволяє працювати з більшими зображеннями.	Складна, порівняно із ViT, архітектура. Локальність Self-Attention, що може впливати на

	текстурами.	Вища гнучкість щодо виконання різноманітних задач, включно із генерацією зображень.	врахування певних глобальних елементів зображення.
Swin v2	Це одне з найкращих рішень для генерації зображень високої якості. Він може працювати із великими зображеннями, зберігаючи при цьому локальні та глобальні особливості.	Ефективність в обробці великих зображень. Вдосконалений механізм Self-Attention дає можливість працювати без втрат даних.	Ще складніша архітектура порівняно із Swin, що може потребувати додаткових обчислювальних ресурсів. Може потребувати ретельного підбору гіперпараметрів для оптимальної роботи в задачах генерації зображень.

Висновки. Отже, трансформери стали важливим інструментом у задачах генерації зображень завдяки таким особливостям, як здатність обробляти глобальні залежності через Self-Attention та ефективну паралельну обробку даних. Архітектури на основі трансформерів, такі як ViT, Swin та Swin v2, мають свої переваги і недоліки, що дозволяє обирати їх залежно від вимог конкретної задачі.

ViT добре підходить для задач, де необхідно враховувати загальний контекст зображення, але потребує значної обчислювальної потужності. Swin ефективніший у роботі з локальними деталями, що робить його більш адаптивним та менш ресурсозатратним. Swin v2 поєднує переваги своїх попередників, дозволяючи працювати з великими зображеннями та зберігати як локальні, так і глобальні особливості.

Завдяки постійним удосконаленням, трансформери стали важливою частиною комп'ютерного зору, забезпечуючи точну генерацію зображень, покращення якості та адаптивність до різних типів завдань.

Список використаних джерел:

1. Attention is all you need 12 Jun 2017 (перевидано 2 Aug 2023).
2. Animag is worth 16x16 words: Transformers for image recognition at scale 22 Oct 2020 (перевидано 3 Jun 2021).
3. Swin Transformer: Hierarchical Vision Transformer Using Shifted Windows 17 Aug 2021.
4. Swin Transformer 2: Scallyng up capacity and Resolution Apr 2022.

The possibilities of transformers using in generative tasks of computer vision, such as generating images based on text description, improving image quality, and creating new elements are discussed in the article. The main advantages of using transformer architectures are explained, including the ability to take into account global dependencies thanks to the Self-Attention mechanism, parallel data processing for faster learning, and flexibility in application to different tasks. Major architectures such as ViT, Swin, and Swin v2 are analyzed, detailing their advantages and disadvantages. Special attention is paid to the mechanisms of encoders and improvements in Swin v2, which allow efficient work with large images.

Keywords: neural networks, transformers, image generation, encoder, transformer architecture, weight matrix, embedding.

УДК 004.9:681.3

Михайло КОСІНОВ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Марина МЯСТКОВСЬКА**, кандидат педагогічних наук

СУЧАСНІ ФРЕЙМВОРКИ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ТЕСТУВАННЯ: ІНСТРУМЕНТИ ДЛЯ РІЗНИХ ПЛАТФОРМ

У статті розглянуто основні сучасні фреймворки для автоматизації тестування програмного забезпечення. Обґрунтовано важливість використання різних фреймворків залежно від типу платформи та специфіки проєктів. Проаналізовано три популярні інструменти: Playwright, Cypress і Appium, із зазначенням їхніх переваг та недоліків у різних сценаріях.

Ключові слова: автоматизація тестування, фреймворки для тестування, Playwright, Cypress, Appium.

З кожним роком обсяг та складність програмного забезпечення зростають, що вимагає впровадження автоматизованих рішень для тестування. Різноманітність платформ, на яких працюють сучасні застосунки (веб, мобільні, десктопні), спричиняє необхідність використання спеціалізованих фреймворків. Автоматизація тестування має критичне значення для забезпечення якості та зменшення людських помилок у процесі розробки. Отже, виникає потреба дослідити й визначити найефективніші інструменти для різних платформ.

Останні дослідження в області автоматизації тестування активно висвітлюють питання використання різних інструментів для тестування, зокрема в контексті актуальних технологій та платформ. В публікаціях на сайтах Global App Testing [1], LambdaTest [2], QA Touch [3], BrowserStack [4], Leapwork [5] та ЕРАМ [7] були розглянуті найпопулярніші фреймворки та інструменти, що використовуються для автоматизації тестування в 2024 році. Серед них можна виділити Selenium, Cypress, Playwright, Appium, а також нові гравці на ринку, такі як TestComplete та Katalon Studio. Проте залишається низка питань,

пов'язаних з вибором оптимального інструменту для конкретної платформи та типу тестування (функціональне, навантажувальне, безпекове тощо).

Мета цієї статті – надати огляд сучасних фреймворків для автоматизації тестування, визначити критерії вибору та показати їхню ефективність у різних умовах розробки.

Різноманітність фреймворків для автоматизації тестування спричинена еволюцією архітектури інформаційних систем і розмаїттям платформ, на яких вони працюють. Наприклад, вебдодатки мають свої функціональні особливості, тоді як мобільні застосунки вимагають специфічних рішень для тестування інтерактивних компонентів і використання сенсорів пристрою. Швидке виконання тестів знижує ризики дефектів і підтримує високу якість продуктів, що особливо важливо у великих проєктах з численними регресійними тестами.

Playwright і Cypress є двома поширеними інструментами для автоматизації тестування вебдодатків:

- Playwright (Microsoft) пропонує можливості для крос-браузерного тестування та інтегрує функції для емуляції мобільних пристроїв. Він забезпечує зняття скріншотів і відеозапис тестів, а також створення звітів, що сприяє зручності аналізу результатів.



Рис. 1. Логотип Playwright

- Cypress вирізняється інтерактивною панеллю тестування і автоматичним перезавантаженням тестів. Фреймворк має вбудовані інструменти для управління мережею та асинхронними запитами, що робить його зручним для фронтенд-тестування.



Рис. 2. Логотип Cypress

Appium – фреймворк для тестування мобільних додатків. Appium – один із найкращих open-source фреймворків для тестування мобільних додатків. Він підтримує нативні, веб- і гібридні застосунки для iOS та Android, дозволяючи використовувати різні мови програмування, що підвищує його гнучкість. Серед його переваг – можливість доступу до елементів інтерфейсу, налаштування прав доступу, логування та створення звітів.



Рис. 3. Логотип Appium

Вибір фреймворку для автоматизації тестування залежить від таких факторів:

1. Підтримка платформи. Потрібно враховувати, чи підтримує фреймворк потрібну платформу (веб, мобільну чи десктопну).

2. Масштабованість та інтеграція. Важливо забезпечити можливість інтеграції з іншими інструментами та системами CI/CD.

3. Зручність налаштування та підтримка спільноти. Розвинена спільнота може надати підтримку та готові рішення.

У дослідженні було порівняно фреймворки Playwright, Cypress і Appium. Основними критеріями оцінки стали: крос-платформність, підтримка мов програмування, простота використання, можливості інтеграції та ефективність тестування. З'ясувалося, що Playwright найкраще підходить для крос-платформних веб-рішень, Cypress – для швидкого тестування фронтенд-частин, а Appium є ідеальним вибором для мобільних додатків.

Сучасні фреймворки для автоматизації тестування є важливими інструментами, які сприяють підвищенню якості програмних продуктів. Залежно від специфіки проекту, вибір відповідного фреймворку може суттєво вплинути на ефективність процесу розробки. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на розробку більш універсальних рішень, які будуть ще краще інтегровані в DevOps-процеси.

Список використаних джерел:

1. 10 Popular Test Automation Frameworks In 2024. URL: <https://www.globalapptesting.com/blog/automation-testing-framework>

2. 35 Best Test Automation Frameworks for 2024. URL: <https://www.lambdatest.com/blog/best-test-automation-frameworks/>

3. 6 Popular Testing Automation Frameworks for 2024. URL: <https://www.qatouch.com/blog/testing-automation-framework/>

4. Best Test Automation Frameworks in 2024. URL: <https://www.browserstack.com/guide/best-test-automation-frameworks>

5. The Top 20 Test Automation Tools of 2025. URL: <https://www.leapwork.com/blog/top-20-test-automation-tools>

6. Найкращі інструменти автоматизації тестування. URL: <https://a4.com.ua/najkrashhi-instrumenti-avtomatizacii-testuvannja/>

7. Які інструменти використовують в EPAM для автоматизації тестування. URL: <https://careers.epam.ua/blog/test-automation-tools>

The article discusses the main modern frameworks for software testing automation. It justifies the importance of using different frameworks depending on the platform type and project specifics. Three popular tools are analyzed: Playwright, Cypress, and Appium, highlighting their advantages and disadvantages in different scenarios.

Keywords: test automation, testing frameworks, Playwright, Cypress, Appium.

УДК:621.3

Владислав КРАВЧУК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Олександр СЛОБОДЯНЮК**, кандидат технічних наук,
доцент

РОЗРОБКА ПРОЕКТУ ПРОГРАМОВАНОГО ЗАРЯДНОГО ПРИБОРУ НА БАЗІ МІКРОКОНТРОЛЕРА ARDUINO

В статті розглянуто, зібрано та систематизовано інформацію про розробку програмованого зарядного пристрою на основі мікроконтролера ATmega328 та етапи створення апаратної і програмної частини пристрою. Проаналізовано існуючі зарядні пристрої, їхні характеристики та переваги використання мікроконтролера для забезпечення точного контролю параметрів заряджання, енергоефективності та безпеки. Описано результати тестування зарядного пристрою з різними типами акумуляторів, надано рекомендації щодо подальшого вдосконалення пристрою.

Ключові слова: додаток, Android Studio, Android, SDK.

Зарядні пристрої є невід'ємною частиною сучасної електроніки, забезпечуючи енергоживлення для широкого спектру пристроїв: від мобільних телефонів та портативних комп'ютерів до автомобільних акумуляторів та систем безперебійного живлення. З кожним роком попит на акумуляторні джерела живлення зростає, що пов'язано з активним розвитком портативної техніки, електромобілів та технологій збереження енергії. Для підтримання стабільної роботи таких систем потрібні високоефективні зарядні пристрої, здатні забезпечити безпечно і швидке заряджання.

У традиційних зарядних пристроях процес заряджання часто обмежений фіксованими параметрами, що не дозволяє адаптувати процес до різних типів акумуляторів або умов їх експлуатації. На відміну від них, програмовані зарядні пристрої, що використовують мікроконтролери, забезпечують точне управління параметрами, включаючи струм і напругу, та дають можливість налаштувати режим заряджання для конкретних типів акумуляторів (наприклад, Li-ion, NiMH, свинцево-кислотні). Мікроконтролери дозволяють реалізувати алгоритми, які оптимізують процес заряджання, підвищуючи безпеку та енергоефективність.

Одним з ефективних варіантів є використання мікроконтролера ATmega328P [1] для розробки зарядного пристрою. Цей мікроконтролер відомий своєю доступністю, низьким енергоспоживанням та гнучкістю у програмуванні, що дозволяє створити універсальне рішення, адаптоване під потреби різних типів акумуляторних систем. Завдяки можливостям мікроконтролера ATmega328P можна впровадити алгоритми захисту від перенапруги, перегріву та перевантаження, що є важливим фактором для безпеки і продовження терміну служби акумуляторів.

Сьогодні на ринку існує безліч різноманітних зарядних пристроїв, як універсальних, так і спеціалізованих. Багато з них використовують інтегральні контролери для заряджання, що забезпечують базовий рівень функціональності. Наприклад, контролер BQ24133 від Texas Instruments є інтегрованим рішенням для заряджання Li-ion акумуляторів, що підтримує декілька ступенів заряджання: передзарядка, швидке заряджання та стабілізація. Цей контролер широко використовується у портативних зарядних пристроях, але має обмежені можливості налаштування параметрів під специфічні вимоги користувача.

Інший приклад – контролер TP4056, який також використовується для заряджання Li-ion акумуляторів і є простим у реалізації. Він забезпечує стабільний струм і напругу заряджання, але не підтримує можливість гнучкого налаштування. Такі пристрої відрізняються низькою вартістю і підходять для нескладних зарядних систем, однак їхні можливості обмежені через відсутність мікроконтролера, що обмежує адаптацію до потреб різних типів акумуляторів [4].

Мікроконтролер ATmega328 має певні переваги перед інтегрованими контролерами, оскільки він дозволяє розробнику програмувати власні алгоритми заряджання, враховуючи характеристики конкретних акумуляторів, умови експлуатації та необхідні функції захисту. Завдяки доступності та можливостям налаштування, ATmega328P є ідеальним рішенням для створення універсального зарядного пристрою з можливістю адаптації під різні типи батарей [3].

Апаратна частина роботи:

1) Мікроконтролер ATmega328:

Основою апаратної частини зарядного пристрою є мікроконтролер ATmega328. Він забезпечує управління всіма підсистемами зарядного пристрою завдяки наявності 8-бітного процесора з оптимізованим набором команд, який підходить для швидкого оброблення простих завдань керування. ATmega328 містить 32 КБ флеш-пам'яті для зберігання програмного коду, 1 КБ EEPROM для постійного зберігання даних, таких як параметри заряджання, і 2 КБ оперативної пам'яті для динамічних обчислень. Завдяки 10-бітним аналогово-цифровим перетворювачам (АЦП) мікроконтролер може точно вимірювати напругу та струм на виході зарядного пристрою, що є критичним для підтримки стабільного процесу заряджання.

2) Ключові компоненти.

Для регулювання струму заряджання і безпечного управління силовими елементами в схемі використовуються MOSFET транзистори. Вони мають низький опір у відкритому стані, що дозволяє ефективно управляти подачею струму на акумулятор і знижувати втрати енергії. Силкові компоненти з'єднані з виходами мікроконтролера через резистори та драйвери, що дозволяє плавно регулювати струм заряджання.

Контроль напруги і струму здійснюється через зворотні зв'язки на основі резистивних подільників та шунтів. За допомогою АЦП мікроконтролер зчитує показники напруги і струму, а потім обробляє ці дані для керування процесом

заряджання. Додатково можна використовувати датчики температури, що дозволяє відстежувати перегрів пристрою або акумулятора, який заряджається, та припиняти процес заряджання у разі перевищення критичних температур.

3) Інтерфейси.

Для користувацької взаємодії зарядний пристрій оснащений простим інтерфейсним модулем. Це дисплей, що відображає параметри заряджання (напругу, струм, час роботи), а також кнопки для налаштування режимів роботи. ATmega328 підтримує UART-інтерфейс, який можна використовувати для зв'язку з комп'ютером або іншими пристроями, що дозволяє проводити моніторинг параметрів в реальному часі або здійснювати оновлення програмного забезпечення пристрою. UART-інтерфейс також можна застосувати для віддаленого контролю та налаштування параметрів заряджання, що є важливим при використанні зарядного пристрою в промислових умовах [7].

Опис програмного забезпечення:

1) Алгоритм заряджання.

Програмне забезпечення пристрою реалізує алгоритм багатоступеневого заряджання, який дозволяє ефективно заряджати різні типи акумуляторів. Алгоритм враховує параметри акумулятора, такі як максимальна напруга, допустимий струм заряджання та час зарядки. Наприклад, для Li-ion акумуляторів використовується двофазне заряджання: на першому етапі - заряджання при постійному струмі до досягнення порогової напруги, після чого струм зменшується до мінімального, при якому акумулятор досягає повної ємності. Алгоритм контролює рівень напруги і струму кожні кілька мілісекунд, регулюючи їх для забезпечення безпечного та ефективного заряджання.

2) Режими роботи.

Програмне забезпечення передбачає кілька режимів заряджання:

- **Режим постійного струму (CC):** використовується для початкового етапу заряджання, коли акумулятор має низьку напругу. У цьому режимі зарядний пристрій підтримує стабільний струм, поступово підвищуючи напругу до заданого рівня.

Режим постійної напруги (CV): після досягнення порогового значення напруги пристрій переходить у режим постійної напруги, поступово зменшуючи струм до мінімальних значень. Це забезпечує безпечне завершення процесу заряджання.

Розумний режим заряджання: алгоритм може додатково контролювати температуру, адаптуючи параметри заряджання залежно від температурних умов та рівня заряду. Це особливо важливо для чутливих до перегріву Li-ion батарей.

Безпека:

Програмне забезпечення реалізує кілька рівнів захисту:

- **Захист від перенавантаження:** алгоритм моніторить струм і зупиняє заряджання при перевищенні допустимого струму.

- **Температурний захист:** у разі перевищення безпечної температури пристрій автоматично припиняє заряджання, що зменшує ризик пошкодження акумулятора і зарядного пристрою.

- **Захист від перенапруги:** якщо напруга на акумуляторі перевищує поріг, алгоритм обмежує подачу струму або завершує заряджання, щоб запобігти небажаним наслідкам.

Таким чином, апаратне та програмне забезпечення зарядного пристрою на базі ATmega328 дозволяють забезпечити точний контроль процесу заряджання, високу ефективність і безпеку використання для різних типів акумуляторів.

3) Результати експериментів

Експериментальна частина дослідження включала тестування розробленого зарядного пристрою на базі мікроконтролера ATmega328 з різними типами акумуляторів: літій-іонними (Li-ion), і свинцево-кислотними. Кожен з типів акумуляторів має свої особливості заряджання, тому пристрій налаштовувався на відповідні режими роботи.

У ході експериментів вимірювалися параметри заряджання, включаючи напругу, струм, температуру акумулятора та час, необхідний для повного заряджання. Результати відображені на графіках залежності часу заряджання від напруги і температури. Дані показали, що зарядний пристрій здатен підтримувати стабільні параметри навіть при зміні умов, таких як початковий рівень заряду акумулятора або температура навколишнього середовища. Наприклад, для Li-ion акумуляторів було досягнуто оптимальне завершення заряджання в режимі постійної напруги без перегріву.

Для свинцево-кислотних акумуляторів, які потребують більш повільного заряджання, зарядний пристрій підтримував режим постійного струму і знижував його, коли акумулятор досягав своєї повної напруги. Отримані результати показали, що розроблена система забезпечує точний контроль процесу заряджання, підвищує енергоефективність і безпеку використання, що важливо для підвищення довговічності акумуляторів [5].

У результаті проведених експериментів було виявлено кілька важливих переваг розробленого зарядного пристрою. По-перше, використання мікроконтролера ATmega328 забезпечило точний контроль за параметрами заряджання для різних типів акумуляторів, що дозволило значно покращити енергоефективність процесу. Це також сприяло підвищенню безпеки завдяки функціям захисту від перегріву та перенавантаження. По-друге, завдяки можливості програмного налаштування пристрій може адаптуватися під різні умови роботи, що робить його універсальним для використання з різними акумуляторами.

Серед недоліків можна відзначити обмежену потужність мікроконтролера, що може не підходити для роботи з високовольними або надпотужними акумуляторами без додаткових компонентів. Також, для підвищення точності контролю за температурою та швидкого реагування на зміни параметрів, можна розглянути інтеграцію більш чутливих датчиків температури і струму.

Для подальшого розвитку можна запропонувати інтеграцію модуля бездротового зв'язку, такого як Bluetooth або Wi-Fi, що дозволить здійснювати віддалений контроль і моніторинг процесу заряджання. Це відкриває можливості для створення інтелектуальних зарядних станцій, які можна відстежувати і налаштовувати через додаток або ПК [6].

Розроблений зарядний пристрій на основі мікроконтролера ATmega328 продемонстрував високу ефективність та гнучкість у налаштуванні параметрів заряджання для різних типів акумуляторів. Завдяки можливості налаштування режимів роботи, пристрій може адаптуватися до особливостей кожного акумулятора, що дозволяє продовжити термін їх служби і мінімізувати енерговитрати [7].

Впроваджені алгоритми безпеки, такі як захист від перенавантаження, перегріву та перенапруги, підвищують безпеку та надійність зарядного процесу. Результати досліджень підтверджують, що зарядний пристрій має широкі можливості для застосування в побутових та промислових умовах, а також перспективи подальшого вдосконалення для інтеграції в інтелектуальні енергосистеми та зарядні станції.

Список використаних джерел:

1. Dhananjay Gadre, *Programming and Customizing the AVR Microcontroller*, McGraw-Hill, 2001.
2. Mazidi, Muhammad Ali, *The AVR Microcontroller and Embedded Systems: Using Assembly and C*, Pearson Education, 2011.
3. Owen Bishop, *Programming Microcontrollers in C*, Newnes, 2007.
4. Rashid, M.H., "Battery Chargers for Renewable Energy Applications: A Review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 39, 2014, pp. 131–139.
5. Minch, B., "Battery Charging Technology for Portable Devices," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 29, No. 8, 2014, pp. 4579–4591.
6. Pop, V., Bergveld, H. J., Notten, P. H., and Regtien, P. P. L., 2008.
7. *ATmega328P Datasheet*, Microchip Technology Inc., 2020.

The article reviews, collects and systematizes information on the development of a programmable charger based on the ATmega328 microcontroller and the stages of creating the hardware and software parts of the device. Existing chargers, their characteristics and the advantages of using a microcontroller to ensure precise control of charging parameters, energy efficiency and safety are analyzed. The results of testing the charger with different types of batteries are described, and recommendations for further improvement of the device are provided.

Keywords: application, Android Studio, Android, SDK.

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ ЗА ПРОГРАМОЮ ФІЗИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

В статті коротко описано основні методичні особливості впровадження навчальних проєктів за програмою фізики основної школи. Проаналізовано досвід впровадження проєктної діяльності зарубіжних та вітчизняних науковців та запропоновані етапи роботи стосовно розробки проєктів з фізики

Ключові слова: проєктне навчання, навчальні проєкти, методи навчання

Навчальні проєкти покликані сприяти формуванню вміння застосовувати набуті знання в практичних життєвих ситуаціях, спонукати учнів критично мислити.

Навчальні проєкти знаходять все більше поширення в системі освіти різних країн світу, у тому числі – в Україні. Проєктне навчання – це дидактична система, основним компонентом якої є метод проєктів як педагогічна технологія, що передбачає навчання за допомогою організації проєктної діяльності.

Проєктне навчання відбувається через поєднання дослідницьких та пошукових методів навчання, чергування колективної, групової, індивідуальної діяльності учнів, опановування нового змісту навчального матеріалу. Прийоми організації навчальної діяльності учнів, розробки проєкту, його реалізації, проведення уроку-захисту.

Теоретичні основи методу проєктів у навчанні розроблені зарубіжними дослідниками Дж. Дьюї, В.Х. Кілпатрик. В Україні впровадженню даного методу присвячені роботи В. Шарко, Н. Поліхун, А. Цимбалару та ін. [1-6]

На думку, Н. Поліхун, навчальний проєкт – це форма організації занять, якою передбачено комплексний характер діяльності усіх його учасників з отримання освітньої продукції за певний проміжок часу [4].

А. Цимбалару вважає, що навчальний проєкт – це організаційна форма роботи, що орієнтована на засвоєння навчальної теми або навчального розділу і становить частину стандартного навчального предмета або кількох предметів [6].

В. Шарко зазначає, що проєкти можна класифікувати за різними ознаками: за видами діяльності, до яких можуть залучатися учні під час роботи над проєктом; за аспектами змісту навчального матеріалу; змішані за напрямками змісту й видами діяльності [5].

Проаналізувавши досвід впровадження проєктної діяльності зарубіжних та вітчизняних науковців можемо запропонувати наступні етапи роботи стосовно розробки проєктів з фізики [1-6].

№	Етапи роботи	Зміст діяльності вчителя
1.	Розробка проєкта	<p>Встановити основну ідею проєкту, обсяг та наявність обладнання. Вказати літературу для організації діяльності; окреслити знання, уміння та навички, якими повинні володіти учні. Визначитися з соціальним, культурним, економічним, екологічним значенням проєкту; сформулювати навчальні цілі (навчальну, розвивальну, виховну); обміркувати способи створення мотивації учнів та методи організації їх діяльності. – формулювання можливих варіантів тематичних питань* та вибір напрямів виконання проєкту;</p> <ul style="list-style-type: none"> – формулювання завдань; – визначення способів інформаційного пошуку, джерел інформації, способів виконання досліджень; – прийняття рішення про форму кінцевого продукту проєктної діяльності. <p>Розробка проєктного завдання починається з пошуку та відбору.</p>
2.	Основна ідея проєкту	<p>Встановити основну ідею проєкту, обсяг та наявність обладнання. Вказати літературу для організації діяльності; окреслити знання, уміння та навички, якими повинні володіти учні. Визначитися з соціальним, культурним, економічним, екологічним значенням проєкту; сформулювати навчальні цілі (навчальну, розвивальну, виховну); обміркувати способи створення мотивації учнів та методи організації їх діяльності. – формулювання можливих варіантів тематичних питань та вибір напрямів виконання проєкту;</p> <ul style="list-style-type: none"> – формулювання завдань; – визначення способів інформаційного пошуку, джерел інформації, способів виконання досліджень; – прийняття рішення про форму кінцевого продукту проєктної діяльності. <p>Розробка проєктного завдання починається з пошуку та відбору необхідного матеріалу.</p>
3.	Реалізація проєкту передбачає:	<ul style="list-style-type: none"> - обґрунтування актуальності теми проєкту; - визначення досліджуваної проблеми; - визначення мети; - обґрунтування практичної значущості проєкту.
4.	Планування роботи над проєктом передбачає	<ul style="list-style-type: none"> – ознайомлення з графіком виконання проєкту; – переконання учнів у посильності тих досліджень, які необхідно виконати для досягнення мети проєкту; – ознайомлення з вимогами щодо підготовки, проведення та оцінювання діяльності учнів під час виконання досліджень та оформлення результатів. – визначення засобів і методів досягнення мети проєкту; – визначення глибини дослідження теми;

		<ul style="list-style-type: none"> - передбачення перешкод; - розрахунок терміну виконання проекту; - поділ роботи на етапи, розробка їх змісту; - вибір процедури збирання та обробки результатів, сценарію презентації; - розподіл обов'язків; - обговорення критеріїв оцінки якості проекту і способів оцінювання; – написання плану. <p>У класі можна вивісити плакат з планом проекту, де фіксувати результат виконання його пунктів.</p>
5.	Ключова проблема майбутнього проекту	<ul style="list-style-type: none"> - обґрунтувати актуальність та його практичну значущість; - мотивувати учнів до виконання проекту; - разом з учнями сформулювати ключове питання проекту та мету проекту; - обґрунтувати унікальність проектної діяльності та важливість усіх етапів роботи, ознайомити учнів з етапами роботи; - ознайомити учнів з видами робіт, у яких учні можуть брати участь, та висвітлити особливості їх виконання; - попередньо ознайомити учнів з об'єктами дослідження (установками і приладами для проведення фізичних експериментів, таблицями, навчальними посібниками, довідниками, інструкціями до приладів, зразками оформлення проектної документації тощо); - переконати учнів у посильності тих досліджень, які необхідно виконати для досягнення мети проекту; - ознайомити учнів з вимогами щодо підготовки, проведення та оцінювання діяльності під час виконання досліджень та оформлення результатів. <p>Щоб переконати учнів у актуальності проекту, необхідно показати важливість теми у даний момент, розкрити її практичне значення або корисність дослідження і отриманих результатів для їх подальшого використання з метою розвитку суспільства, культури, екології.</p>
6.	Ознайомлення учнів з тематичними питаннями	<p>Можна здійснити, застосовуючи методи «Мозкова атака», евристична бесіда, колективне обговорення. Ефективним, також, буде обговорення з використанням прийому «Побудова дерева проблем», який допомагає візуальному сприйняттю проблем.</p>
7.	Мотивація учнів	<p>Привабливими для учнів є наголошення в самостійності пошуку інформації, проведенні дослідів, тощо.</p> <p>Важливою, також, залишається зовнішня мотивація, але її акцент зміщується до потреби зайняти свою позицію в системі суспільних відносин, наприклад, виконати роль керівника групи.</p> <p>Самостійне здійснення пошуку інформації, яка виходить</p>

		<p>за межі шкільної програми.</p> <ul style="list-style-type: none"> – спонукає до пошуку і знаходження розв'язку проблеми; – апелює до життєвого досвіду учнів з виконання проектів у курсі природознавства та біології, що активізує накопичені позитивні емоції задоволення та проявляє потребу в такій діяльності; – створює ситуації успіху, яка сприяє формуванню мотивів досягнення, самореалізації та отриманню задоволення від діяльності та її результатів. Учні активно сприймають різноманітну інформацію з оточуючого середовища, яка конкурує зі знаннями, отриманими на уроці. Крім того, вони активно спілкуються завдяки засобам масової інформації. Ця характерна особливість підліткового віку сприяє організації проектної діяльності, але її провідний мотив поступово змінюється: від потреби визнання іншими людьми до потреби в самоосвіті, зростає самооцінка. Створення проблемної ситуації або демонстрація парадоксів;
8.	Варіант групової діяльності	<p>Група розробляє міні-проект, продукт якої є завершеним і не вимагає доповнення. На основі розробки міні-проектів створюється спільний продукт. Наприклад, тема «Виготовлення саморобного приладу» може розкриватися у процесі пошуку відповідей на такі тематичні питання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Яка історія створення приладу? 2. Які можливі конструкції приладу та яку власну конструкцію можемо запропонувати? 3. Як виготовити приладу? 4. Як скласти технічний паспорт приладу? 5. Які можливі теми досліджень із залученням виготовленого приладу? 6. Як розрахувати кошторис виконаних робіт і затрачених матеріалів? <p>Робота окремих груп спрямована на розкриття одного з питань змісту теми, залучені до однотипної діяльності.</p>
9.	Мовні засоби	<p>Мовні засоби, які супроводжують обґрунтування актуальності теми:</p> <p>У зв'язку з ...особливого значення набуває...</p> <p>Однією з актуальних проблем...сьогодні варто назвати...</p> <p>Важливо ... встановити, дослідити, розробити, виявити...</p>
10.	Форма кінцевого продукту проектної діяльності	<p>Документально або матеріально оформлений результат роботи. Необхідно передбачити кінцеву мету спільних та індивідуальних проектів, обґрунтувати практичну, теоретичну, пізнавальну значущість передбачуваних результатів. Найчастіше кінцевим продуктом дослідницьких проектів з фізики є звіт про результати експериментальних та теоретичних досліджень, практично орієнтованих – рекомендації, поради, саморобний прилад, умови задач, тощо;</p>

		інформаційних – інформаційний бюлетень або буклет, каталог, плакат, тощо.
11.	Захист проекту та його оцінювання	<p>Етап оцінювання проекту передбачає захист навчальних проектів та оцінювання отриманих результатів, які відбуваються на спеціально відведених заняттях.</p> <p>Орієнтовний сценарій уроку-захисту проектів може бути таким:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ознайомлення з темою та метою уроку (1 хвилина). 2. Розподіл послідовності виступів (1-2 хвилини). 3. Презентація проектів (до 7-10 хвилин). 4. Уточнюючі запитання учнів та вчителя до доповідача (до 5 хвилин). 5. Обговорення результатів проекту учнями класу (до 3 хвилин). Учень, який виступає в обговоренні, вказує позитивні сторони доповіді, недоліки, помилки.
12.	Рівні виконання проекту	<p>Бали низького рівня учень отримує в разі подання роботи (або частини роботи) реферативного характеру, без визначення мети й завдань проекту, а також без висновків за його результатами;</p> <p>Бали середнього рівня – за фрагментарну участь у дослідженні, хоча й за умови її вчасного виконання;</p> <p>Бали достатнього рівня – за правильне виконання своєї частини роботи в разі, якщо він не брав участі в підсумковому обговоренні і формулюванні висновків за результатами дослідження; бали високого рівня – за дослідження з повним розкриттям теми, належним оформленням роботи і презентацією індивідуального проекту або вчасного виконання своєї частини спільного дослідження, визначенні мети і завдань, активній участі в аналізі результатів та формулюванні висновків.</p>

Програмою з фізики основної школи передбачено обов'язкове виконання навчальних проектів. На цей вид навчальної діяльності визначено в 7 класі 4 навчальні години.

Теми проектів, зазначені в програмі, є орієнтовними й вчитель може доповнювати їх перелік, об'єднувати кілька проектів у один залежно від обраного плану уроку.

Досвід організації проектної діяльності учнів свідчить, що серед проектів переважають дослідницькі, практикоорієнтовані та творчі проекти, та інформаційні.

Дослідницькі проекти підпорядковані логіці дослідження та мають структуру, наближену до наукового дослідження. Практико-орієнтовані вирізняються чітко вираженим результатом діяльності учнів. Інформаційні проекти націлені на збір інформації про об'єкт дослідження з метою аналізу,

узагальнення та презентації на широкий загал. Творчі – передбачають довільний підхід до оформлення результатів [1].

Вибудовуючи навчальну діяльність учнів над проектом, необхідно пам'ятати, що вона підпорядковується закономірностям проектної діяльності та повинна відповідати класичним етапам проектування.

Список використаних джерел:

1. Кондратова Л.Г. Організація проектної діяльності учнів у позаурочній роботі школи / Л.Г. Кондратова. Х.: Вид. група «Основа», 2009. 112 с. (Бібліотека журналу «Управління школою»; Вип.12 (84)).

2. Крайня Л. А. Проекти на уроках фізики / Л. А. Крайня // Фізика в школах України. 2012. № 2. С. 6-7.

3. Петросян О. Р. Метод проектів на уроках фізики: [методичний банк] / О.Р. Петросян // Фізика в школах України, 2010. № 6 С. 18-1 – 18-6.

4. Поліхун Н. Проектна діяльність старшокласників у системі уроків фізики / Н. Поліхун // Фізика та астрономія в школі, 2006. № 4. С. 25-29.

5. Шарко В. Навчання учнів проектувальної діяльності з фізики в контексті нової програми / В. Шарко // Фізика та астрономія в сучасній школі, 2013. № 5. С. 19-22.

6. Цимбалару А. Організація проектно-технологічної діяльності вчителя в науково-методичній роботі загальноосвітнього навчального закладу / А. Цимбалару // Директор школи, ліцею, гімназії: Науково-практичний журнал. – Київ: Педагогічна думка. 2008. № 2. С. 84-91.

The article briefly describes the main methodological features of the implementation of educational projects under the physics program of primary school. The experience of implementing project activities of foreign and domestic scientists is analyzed and the stages of work on the development of physics projects are proposed.

Keywords: *project-based learning, educational projects, teaching methods.*

УДК 53 (07), 004

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

Оксана КУХ, асистент

ПІДГОТОВКА ФАХІВЦІВ ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ І ВИКЛИКИ СЬОГОДЕННЯ

В статті проаналізовані виклики сьогодення з якими зустрічаються заклади вищої освіти. Серед них, освітні втрати, масовий виїзд випускників шкіл за кордон, реформування загальної освіти та реформування вищої освіти. Узагальнено напрямки роботи ЗВО у роботі з абітурієнтами.

Ключові слова: *підготовка фахівців фізико-технологічного профілю, ЗВО, реформування освіти, освітні втрати.*

Сьогодні української освіти переживає нелегкі часи: військове зіткнення з російським агресором на перший план висунуло проблему освітніх втрат в один ряд з втратами територій, населених пунктів, навчальних закладів усіх ланок, людських жертв (в тому числі і дитячих). Разом з тим, у вирішальну фазу вступило запровадження принципів нової української школи, яка уже торкнулася базової освіти (7 клас). Реформа загальноосвітньої школи з виділенням закладів освіти за професійним спрямуванням також набуває обертів і широко обговорюється у ЗМІ, освітянських форумах та конференціях. Все частіше піднімаються питання про посилення і вдосконалення професійної загальної освіти. І разом з цим, реформується вища освіта через об'єднання закладів вищої освіти, їх наукову атестацію, оптимізацію витрат, реорганізацію мережі закладів вищої освіти.

Метою статті є аналіз способів протистояння закладів вищої освіти які готують вчителів фізики, астрономії, інформатики, технологічної освіти викликам сьогодення, зокрема в природничій галузі.

Проаналізуємо чинники, які впливають на підготовку фахівців з огляду на проблеми сьогодення. До одного з найважливіших чинників у підготовці педагогічних кадрів належить **освітнім втратам**. Внаслідок повномасштабної війни росії проти України близько 800 тис. школярів змінили форму здобуття освіти з очної на дистанційну (з 17 669 учнів/учениць у 2021 році до 772 909 у 2022) та сімейну (домашню) (з 4695 до 64 409 учнів/учениць відповідно). Найбільше ці зміни стосуються Сходу й Півдня країни, звідки близько 40% та 30% учнів/учениць відповідно були змушені виїхати за кордон чи в інші регіони країни. З огляду на постійну загрозу безпеці учасників освітнього процесу в першому півріччі 2022/2023 навчального року не вдалося відновити очне навчання у повному обсязі. Лише 15% закладів освіти працювали очно, 33% – дистанційно, 51% – змішано, поєднуючи очне і дистанційне навчання. На Сході й Півдні України переважало дистанційне навчання, у Центрі та на Півночі – змішане, на Заході – змішане навчання у містах та очне у селах.

Серед учителів базової школи у містах переважає думка, що результати навчання учнів/учениць не змінилися, однак це не стосується таких навчальних предметів, як алгебра та геометрія, іноземна мова, українська мова, українська література, історія України, фізика. Порівняно з минулим роком, зросла кількість учителів базової школи в містах, які вказали на погіршення результатів навчання своїх учнів/учениць з української літератури, алгебри та геометрії, зарубіжної літератури, іноземної мови, української мови.

У селах більше вчителів базової школи вважають, що результати навчання учнів/учениць погіршилися. Про зниження успішності з іноземної мови зазначили 64% педагогів, з математики – 55%, з української мови – 53%, з хімії – 47%, з української літератури – 43%. Водночас щодо окремих предметів переважає думка, що успішність не змінилася: про результати учнів/учениць з фізики так вважають 48% вчителів, зарубіжної літератури – 44%, мистецтва – 41%, біології – 42%, основ здоров'я – 45%.

Зменшилася кількість учителів базової школи у селах, які вказали на погіршення результатів навчання своїх учнів/учениць з математики – з 61% у 2022 році до 55% цього року, фізики – 51% та 42% відповідно, історії України – 44% та 38% відповідно, української літератури – 53% та 43% відповідно, основ здоров'я – 38% і 24%.

Серед старшокласників переважає думка, що їхні результати навчання не змінилися. Різниця з урахуванням місця проживання не виявлено. В розрізі регіонів відмінностей також не зафіксовано, окрім Заходу, де учні/учениці оптимістичніше оцінюють свої результати.

Компенсація втрат у навчальному часі (пропущені навчальні заняття) найчастіше відбувалася через надання учням/ученицям навчальних матеріалів (презентацій, відео, аналогічних навчальних занять онлайн) та завдань для самостійного опрацювання. Рідше проводилися групові й індивідуальні консультації, додаткові навчальні заняття. Утім складно оцінити, як часто реалізовувалися згадані заходи, з огляду на те, що більшість вчителів скаржилися на брак умов і можливостей: відсутність електрики та інтернету; брак вільного часу в учителів; різні часові пояси; небажання учнів/учениць і їхніх батьків виділяти додатковий час.

Ключовими викликами освітнього процесу в умовах війни педагоги назвали: нестабільні умови навчання; обмеженість способів організації навчально-пізнавальної діяльності; зниження мотивації та нестабільний психоемоційний стан учнів/учениць та вчителів.

Втім педагоги та шкільна адміністрація не завжди демонстрували доречну гнучкість та адаптивність, плануючи освітній процес. 33% директорів у містах та 50% у селах не змінювали розкладу навчальних занять в умовах війни, коли в країні постійно відбуваються стабілізаційні відключення електроенергії, повітряні тривоги, бракує доступу до швидкісного інтернету. 40% педагогів у містах та 44% у селах не вносили змін до календарно-тематичного планування через зміни режиму роботи закладу. Лише 37% змінювали кількість годин на вивчення теми, 32% об'єднували теми, 23% розподіляли теми з урахуванням режиму – синхронного чи асинхронного.

В умовах дистанційного синхронного та асинхронного навчання переважна більшість вчителів пропонували учням переглянути презентації, відео, виконати вправи, самостійно опрацювати навчальні матеріали попри те, що 39% вчителів вважають викликом для освітнього процесу в умовах війни те, що учні не вміють самостійно вчитися.

Рекомендації для закладів освіти: забезпечити моніторинг результатів навчання здобувачів освіти з використанням діагностичного інструментарію; здійснювати адаптивне гнучке планування, яке б передбачало перерозподіл навчального часу між темами, або розробляти власні навчальні програми, коригуючи зміст та результати навчання з урахуванням виявлених освітніх втрат; продовжити працювати над створенням методичної системи підтримки індивідуальної освітньої траєкторії учнів шляхом проведення

індивідуальних занять, факультативів відповідно до навчального плану та/або за запитами учнів, консультацій з учнями для усунення прогалин у знаннях із предмету, розробки завдань різних рівнів складності для окремих учнів; посилити роботу в частині надання підтримки педагогічним працівникам щодо підвищення кваліфікації та професійного вдосконалення з питань методики роботи в умовах змішаного навчання; використовувати години варіативної складової шляхом запровадження індивідуальних та групових консультацій для здобувачів освіти; організувати роботу прищільних (мовних, математичних, природничих тощо) таборів, запровадити «навчальні канікули»; розробити стратегії адаптації освітнього процесу закладів освіти до роботи в умовах зміни режимів навчання.

Чинник освітніх втрат вимагає від закладів вищої освіти звертати увагу на удосконалення методик та технологій підготовки фахівців, зокрема, технологій дистанційного і змішаного навчання.

Наступний чинник, який впливає на якість підготовки педагогів це **масовий виїзд випускників шкіл за кордон**. Багато випускників шкіл, які перебувають за кордоном, реєструються на НМТ (національний мультипредметний тест). Він попередив, що здавання державних іспитів не означає, що випускник обов'язково повернеться на Батьківщину. Багато з тих випускників шкіл, які зараз за кордоном, реєструються для складання НМТ за принципом “можливо, згодиться” або молодіжним сленгом – “по приколу”. Це зовсім не означає, що вони вступатимуть у вітчизняний ЗВО.

Третій чинник **реформування середньої освіти**. Міністерство освіти України планує значні зміни в системі старшої школи, зокрема скорочення списку обов'язкових предметів. У реформованій програмі старшокласники зможуть самостійно обирати курси, які відповідають їхнім майбутнім кар'єрним планам, а такі предмети, як фізика, хімія та біологія, більше не будуть обов'язковими.

Про це повідомили у прес службі Міністерства освіти, наголосивши, що нововведення повністю запрацюють з 2027 року, а пілотний проект стартує вже у 2025-му в обраних ліцеях. Такі зміни, на думку освітян, дадуть учням більше гнучкості та можливість самостійно формувати свою освітню траєкторію.

Серед обов'язкових предметів залишаються: українська мова та література, історія України, англійська мова, математика, фізична культура, курс “Захист України”. Ці дисципліни, на думку МОН, є фундаментальними для кожного громадянина і забезпечують необхідний рівень знань.

Замість обов'язкових дисциплін, таких як фізика чи біологія, учні отримають можливість обирати з альтернативних предметів, зокрема: мистецтво, технології, інформатика та фінансова грамотність. Таким чином, старшокласники зможуть зосередитися на тих дисциплінах, які більше відповідають їхнім професійним інтересам та майбутнім планам.

Зі списку обов'язкових також приберуть зарубіжну літературу, всесвітню історію, громадянську освіту, географію, біологію/екологію, фізику та хімію.

Учні матимуть змогу обирати їх як додаткові предмети для поглибленого вивчення у профільних програмах.

Міністерство також передбачає введення індивідуального підходу у виборі предметів, що дозволить школярам обирати дисципліни як у межах обраного профілю, так і поза ним. Такий підхід, за прогнозами МОН, сприятиме всебічному розвитку та дозволить учням розвивати свої таланти у різних напрямках.

Ефективність нового підходу оцінять після старту пілотного проєкту у 2025 році. Відомство вважає, що реформа допоможе українським старшокласникам краще підготуватися до професійної реалізації та подальшої освіти.

Четвертий чинник **реформування системи ЗВО**. Серед реформ, що обов'язково повинна провести наша держава для впевненої євроінтеграції та вступу до ЄС, однією з найважливіших є реформа вищої освіти. Вона має бути наближена за структурою та цілями до європейської освіти. Нещодавно було прийнято законопроект 10177 від 23.10.2023 про вищу освіту в Україні. Більшість громадян визнають вітчизняну вищу освіту такою, що не відповідає вимогам роботодавців як в Україні, так і за кордоном. Високим є рівень безробіття серед осіб з вищою освітою, мало шансів знайти гарну роботу в інших державах.

Отже, зміни необхідні. Але експерименти в цій галузі дуже ризиковані, краще наслідувати зразки країн з більш високим та визнаним у світі рівнем освіти. Вище ми вже нагадували про те, що вступ України до Євросоюзу є одним з найбільш важливих пріоритетів зараз. Логічним є вибір освітньої системи ЄС як зразка. Зокрема цей закон стосується не кардинальних змін, а скоріше вдосконалення системи як такої. Базою для нього є перевірені європейські (а також американські) практики освітнього процесу, а також законодавство Євросоюзу. В основу нового законопроекту покладено ідею індивідуального підходу до навчання, унікальність освітньої програми для кожного студента. Це створює умови для більш повноцінного розвитку майбутнього випускника як особистості та спеціаліста.

Щодо навчальних закладів, основою змін є європейській підхід до кожного університету як до автономної одиниці. Тепер вони будуть менше залежати від держави і більш вільні у своїх діях. Вони можуть самостійно створювати освітні програми, орієнтуючись на потреби сучасності. Взагалі основною ідеєю є надання найбільшої самостійності як для студентів, так і для ВНЗ. Серед найбільш значущих змін можна вказати на такі: студенти будуть самостійно визначати термін навчання та освітню траєкторію. Зокрема, це дає можливість поєднувати навчання з роботою (і навчатися при цьому від 6 до 8 років) чи прискорювати його для проходження бакалаврської програми за 2,5...3 роки замість звичних 4; вибір конкретної спеціальності можна буде зробити не відразу при вступі, а після 1-2 років навчання за загальним напрямом. Це дозволить більш свідомо обирати професію, спеціалізуватися саме за бажаним фахом; зменшується кількість аудиторних занять (з викладачем), надається більше

програмних годин для самостійної роботи; стає меншою кількість вибіркових курсів для спеціальностей, що регулюються державою, і більшою для нерегульованих.

Це пов'язано з тим, що найбільш важливі для країни спеціальності потребують чіткого визначення компетенцій та результатів навчання. Для таких спеціалістів передбачено також кваліфікаційні державні іспити. Студент може навчатися за кількома програмами або у кількох ВНЗ за умови, що він здобуде тільки одну спеціалізацію для кожного рівня освіти за державні кошти. За власні кошти (або за кошти інших фізичних або юридичних осіб) можна здобути кілька спеціалізацій одночасно.

Також певні зміни торкнуться і фінансування як закладів вищої освіти, так і студентів. Так, університети будуть отримувати кошти залежно не від кількості студентів, а від показників їх навчання в цілому. Більше детально про інновації в освіті та їх вплив на реформу в контексті фінансування можна дізнатися [тут](#). Основою стане корпоративне управління ВНЗ за бізнес-моделями, що є більш ефективним та дієвим. Зміни у схемі фінансування провідних навчальних закладів держави почнуться вже цього року. Однією з кардинальних змін стане поява наглядових рад у кожному такому університеті.

Що стосується студентів, то також передбачаються зміни у джерелах фінансування та їх відсотковому відношенні. Планується: збільшення долі студентів, що навчаються за рахунок держави, зокрема, завдяки грантам. Отримати їх можна за результатами гарного навчання, зокрема, завдяки високим результатам ЗНО/НМТ; регулювання кількості студентів для певних спеціальностей залежно від державного замовлення; збільшення державної підтримки освітньої системи взагалі, зокрема для студентів з вразливих груп.

Поширення ідеї державних грантів буде сприяти здоровій конкуренції як між студентами (вони матимуть мотивацію для покращення своїх академічних успіхів), так і між ВНЗ (студенти самі будуть вирішувати, якому університету вони готові віддати грантові кошти для отримання якісної освіти). Зрозуміло, що будь-яка реформа не може проходити без жодних перешкод та проблем. Тим більше, що це далеко не перша реформа вищої освіти (і освіти взагалі) в нашій державі за час її незалежності.

Перехідний процес буде досить складним, зокрема й тому, що викладацький та керівницький склад університетів почасти має застарілі уявлення про свою роботу, її мету та принципи. Їм важко буде змінити свої погляди і перебудувати базові процеси управління та викладання.

До недоліків можна віднести як саму складність переходу, так і неминучі наслідки від досить різкої зміни освітніх програм. Зміни у фінансуванні призведуть до закриття непопулярних або недостатньо розвинених навчальних закладів, звільнення викладачів та керівників. Деяким студентам буде важко призвичаїтись до нових тенденцій, отже, вони можуть відмовитись від закінчення вищої освіти взагалі або на якийсь час. Також проблемою є

проведення реформи саме під час повномасштабної війни, яка ускладнює всі процеси в державі.

Але варто також згадати про переваги. Зрештою, вплив реформи на студентів та викладачів зробить освітнє середовище більш конкурентним. Також має стати більш сприятливим відношення у світі до українських спеціалістів, як до викладачів, так і до випускників. Адже їх рівень професіоналізму буде вищим, а принципи роботи та навчання – більш близькими до всесвітньо визнаних.

Зрештою, проведення освітньої реформи є обов'язковою умовою вступу держави до Євросоюзу, а цей крок дуже важливий для України як в економічному сенсі, так і у плані безпеки. Отже, варто думати не про переваги чи недоліки реформи, а про те, що без неї не можна обійтися. Це далеко не перша реформа освіти в нашій країні. Всі зміни тим чи іншим чином сприяли відходу від застарілих «радянських» принципів навчання, впровадженню індивідуального підходу для студентів, розвиненню науки та освіти як таких.

Однак, управлінська діяльність МОН у процесі реформування мережі закладів вищої освіти виявилася малопродуктивною, а через слабку комунікацію зі стейкхолдерами процеси оптимізації не отримали підтримки та навіть спричинили спротив у освітньому середовищі. Про це йдеться у висновках Рахункової палати за результатами аудиту ефективності на тему «Проблеми мережі закладів вищої освіти: далі утримувати чи реформувати».

У межах аудиту було проаналізовано діяльність МОН за період 2021 року – 9 місяців 2024 року щодо реформування мережі закладів вищої освіти. За цей час уряд прийняв 20 рішень про реорганізацію ЗВО, що перебувають у сфері управління МОН. З них 7 рішень про реорганізацію було виконано (внаслідок чого змінили статус 11 закладів), у процесі виконання – 12, не розпочато виконання – 1. За опитуванням, проведеним Рахунковою палатою серед працівників та студентів ЗВО, що реорганізуються, лише від 3,7% до 34,8% респондентів підтримують реорганізацію. Більше 75% опитаних студентів та 47,3%-94,6% працівників базових ЗВО не відчували змін після реорганізації.

Загалом аудитом встановлено, що рішення про реорганізацію приймалися Урядом за пропозиціями МОН без донесення належного обґрунтування до колективів ЗВО та студентства. Відповідні обговорення практично не проводилося, а результати проведених – не враховувалися.

Таким чином, удосконалення системи освіти поставило ЗВО перед вибором існування певних освітніх програм та їх модернізації. Виходом із ситуації є розробка стандартів освіти і освітнього середовища відповідно до вимог Європейської освіти та викликів часу.

Список використаних джерел:

1. Пропозиції МОН з реорганізації вишів формувалися суб'єктивно, – Рахункова палата. Режим доступу: URL: <https://osvita.ua/vnz/reform/93605/> Дата звертання: 1.12.2024

2. Реформа вищої освіти. Режим доступу: URL: <https://znogrant.com.ua/reforma-vyshhoyi-osvity/> Дата звертання: 1.12.2024

3. Освітні втрати: що робити й куди рухатись українській освіті Режим доступу:

https://znayshov.com/News/Details/osvitni_vtraty_shcho_robity_Y_kudy_rukhatys_u_krainskii_osviti Дата звертання: 1.12.2024

4. Українські абітурієнти масово їхатимуть за кордон: чому діти налаштовані песимістично Режим доступу: URL: <https://vseosvita.ua/c/news/post/100191> Дата звертання: 1.12.2024

The article analyzes the current challenges faced by higher education institutions. Among them, educational losses, mass emigration of school graduates abroad, reforming general education and reforming higher education. The directions of work of higher education institutions in working with applicants are summarized.

Keywords: *training of specialists in physical and technological profile, higher education institutions, reforming education, educational losses*

УДК 004, 053(07)

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

Оксана КУХ, асистент

МЕДІАПРОЄКТ ЯК МЕТОД ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ

У статті аналізуються етапи підготовки медіапроєкту на основі сценарію відео фільму. Виділені технології, за допомогою яких формуються окремі компоненти медіакомпетентності вчителя фізики, сформульовані педагогічні умови формування медіакомпетентності у майбутнього вчителя фізики.

Ключові слова: *медіакомпетентність вчителя, компетентність вчителя фізики, формування компетентності.*

Медіаосвіта – сучасний напрямок педагогічної науки має теоретичне і практичне підґрунтя в багатьох зарубіжних і вітчизняних дослідженнях. Питання впливу медіатекстів на різні вікові групи, критерії та рівні розвитку медіааудиторії стали предметом наукового пошуку І. Левшина, Ю. Усова, О. Федорова, О. Шарикова. Розробкою та аналізом медіаосвітніх концепцій, моделей і методів займалися С. Пензін, Ю. Казакова, О. Подзигун, методики медіаосвіти розроблені Л. Баженовим, О. Барановим, Л. Зазнобіною, Г. Поличко, О. Федоровим; вітчизняний досвід медіаосвіти проаналізували М. Скиба, Г. Онкович, Б. Потятинник, О. Нечай, І. Гуріненко, Р. Бужикова, В.І. Імбер. Окремі питання ролі мас-медіа в професійній підготовці досліджували В.Кудін (мас-медіа і професійна підготовка), О. Баранов, А. Гельмонт (виховання школярів на кіно-матеріалі), Л. Мардахасєв (особливості впливів ЗМІ на

особистість), Н. Рижих (медіа освіта в процесі професійної підготовки педагогів), В.Заболотний (мультимедійні технології в підготові вчителів фізики), В.Шарко (медіазасоби в умовах непервної підготовки вчителів фізики).

Мета статті розкрити можливості медіапроектів у розвитку медіаграмотності майбутніх вчителів фізики.

Медіапроект – це можливість подавати інформацію за допомогою мас-медіа – ілюстрацій, звуку, відео і т.п. Такими видами проектів можуть бути – презентація, відеокліп, звукозапис, сайт та ін. Для того, щоб створити медіапроект, потрібно підготувати його сценарій. Зазвичай студенти чи учні вельми недооцінюють значимість роботи з підготовки сценаріїв медіапроектів. Звичайно, вільного часу у всіх замало і сподіватися, що всі медіапроекти можна зробити експромтом без всякого сценарію велика помилка. Половина успіху будь-якого фільму або постановки залежить саме від сценарію. Адже це творча діяльність, пов'язана з самовираженням особистості засобами сучасних інформаційних і психологічних технологій. Складаючи сценарій, студент здійснює роботу з аналізу та синтезу стосовно змісту навчального предмета, власним самовдосконалення та активізації резервних можливостей власної особистості. Для багатьох це новий вид діяльності, тому існує бар'єр у її здійсненні. До речі, такий же бар'єр існує й щодо освоєння сучасних інформаційних технологій.

Етапи роботи над сценарієм медіапроекту передбачають підготовку наступних матеріалів:

<p>Назва проекту підзаголовок, Девіз (афоризм), Текстове наповнення персонального сайту, Фото на головну сторінку проекту, Малюнок (логотип), Текст для головної сторінки сайту, Меню всіх розділів (решти сторінок), Фонові малюнки або шпалери, Орнамент і елементи оформлення, Зміст банера або рухомого рядка, Зміст авторської сторінки сайту, Зміст фотоальбому, Зміст ділової (наукової) сторінки, Зміст анкет опитування, Зміст музично-художньої сторінки сайту Сценарій тематичного пізнавального сайту, Зміст презентації до власної лекції , Схема дистанційного гіпертекстового курсу по своїй темі Пізнавальний відеофрагмент Схема інтерактивного використання віддалених програм</p>	<p>Зміст зорового і звукового ряду видовий презентації Формули курсу саморегуляції стану Фонограми пісень, музики, віршів Змістовна частина кіностимуляції видові відеофрагменти Мульткліп психологічної настройки (гумор , афоризми та ін) Зміст рекламного кліпу Посилання на цікаві сайти Сторінка дозвілля і різного цікавого Назва та ідея чату Теми та текстовий зміст для диспут-клубу (власний форум) Текст резюме (оголошення або запрошення) Текст сторінки для фанатів і шанувальників Текст сторінки романтики Прайс-лист (можна з гумором) Частковий дистанційного курсу навчання Ідея слайдфільмів до лекції</p>
---	---

Дикторський текст звукового супроводу Зміст (текст) інтерактивного форуму Схема використання інтерактивної дошки План мультимедіа до лекції з анімованими текстами та малюнками План проведення тематичного чату План проведення тематичної телеконференції	Сценарний план відеокліпу Гумор, афоризми, жарти Схема фільму з демонстрацією динамічної копії екрану Зміст тестових анкет Фотографії для реставрації і фотомонтажу Контрольні питання до кожної сторінки дистанційного курсу Цифрові дані для статистичної обробки
--	---

Для початку потрібна ідея чи сценарний план по кожному медіапроекті. Ідея визначає загальну спрямованість, стиль і тему проекту. Ідею можна сформулювати у вигляді короткого сценарного плану. В ідеї відбивається неповторна особистість автора і його оригінальне бачення завдання. Сценарій відрізняється від плану (ідеї) тим, що він вже не вимагає більше нічого вигадувати. За сценарієм вже реально можна робити фільм. Там повинен бути розписаний детально зоровий ряд і звуковий ряд (дикторський текст).

Підготовка сценарію відеофільму передбачає відзняти відеоматеріали у форматі AVI, WMV, MPG (не більше 1-3 хвилин), фотографії чи малюнки на паперовому або цифровому носії у форматі JPG, аудіоматеріали на аудіокасеті або в цифрових форматах WAV або MP3, а також і головну ідею (текстовий сценарний план) фільму. Потрібно підготувати зміст титрів, мовних коментарів, біжучого рядка, ефектів анімації, звукового супроводу, шумів і музики. Зняти відеофрагменти можна цифровою відеокамерою або камерою, вмонтованою у мобільний телефон або кишеньковий комп'ютер (смартфон або комунікатор).

№ з/п	Відеоряд	Звукоряд
1.	Відео лісових масивів на берегах Дністра	Багата земля Українська густими лісами...
2.	Відео р. Дністра, р. Ушиці	глибокими ріками ...
3.	Відео пшеничного поля	широкими ланами...
4.	Відео неба	Та силу Української землі складають прості трудівники, що своє життя присвячують людям. Про сина подільської землі наша розповідь.
5.	Фото П.С.Атаманчука Відео с. Каскада	Атаманчук Петро Сергійович народився 26 червня 1939 року у селі Каскада, 4-та сотня, Новоушицького району Кам'янець-Подільської (нині – Хмельницької) області (можливо, ознака поділу села на сотні, було їх п'ять, збереглася від козацьких часів).
6.	Фото батька	Батько Сергій Ілліч працював у колгоспі. На жаль доля рано забрала батька у сина. В буремні роки роки Великої Відчизняної війни Сергій Іванович Атаманчук загинув захищаючи рідний край.
7.	Фото матері	Мати Євгена Анатоліївна сама виростила і виховувала сина. Жила і працювала в с.Каскада.

8.	Фото (відео) школи с. Каскада	Середню освіту Петро здобував, навчаючись спершу у Каскадській семирічній школі з 1946 по 1953 роки,
9.	Фото (відео) школи м. Нова Ушиця	а згодом у Новоушицькій середній школах(з 1953 по 1956 роки)
10.	Відео (фото) першої вчительки	Шкільні роки промайнули як суцільне свято для душі, розуму і тіла. Це свято започаткувала перша вчителька – Людмила Петрівна Ярова – чарівна жінка, вимогливий та справедливий педагог, чуйна порадиця.
11.	Відео Попілець Ольга Василівна	Привітання від першої вчительки
12.	Фото вчителів	Поталанило Петру Сергійовичу з учителями-предметниками: любов до фізики прищеплював невтомний експериментатор і винахідник, філософ і мрійник Володимир Васильович Буждиган; пристрасть до математичних дисциплін формували у різні роки бойові офіцери Олексій Микитович Жовтяк та Микола Йосипович Кланцатий (він же і директор Новоушицької середньої школи), а також блискучий фахівець Поліна Дмитрівна Сергійенко; чарівність слова спізнати допомагала вчителька російської мови і літератури, – чудовий оповідач, імпровізатор, декламатор, знавець оригінальних поезій та прозових творів, – Аделя Максимівна Пьоришкіна; історик-правдолюб Микола Васильович Ніколенко та географ-фантазер Іван Васильович Михайловський навчали бачити і розуміти світ. Поряд завжди були мудрі, досвідчені, вимогливі і ширі наставники. З першого до випускного класу Петро отримував похвальні грамоти за відмінне навчання. Постійно нагороджувався за активну участь у громадському житті (по лінії піонерської та комсомольської організації): допомога колгоспові у зборі врожаю, збір макулатури та металолому тощо.
13.	Фото М.Й.Кланцатого	Оригінальна методика М.Й. Кланцатого щодо математичної підготовки ювіляра полягала в тому, що уже з 9-го класу він доручав йому пояснювати новий матеріал або ж демонструвати методику розв'язування певної чи конкретного типу математичних задач для усіх учнів класу. Це спонукало працювати на випередження і, як правило, самостійно. У 10-му класі, крім того, Микола Йосипович “довантажував” Петра різними контрольними роботами для технікумів та вузів. Такими впливами була сформована готовність до обрання у подальшому спеціальності, пов'язаної з вивченням математики
14.	Фото педагогічного інституту 50х років	Проте при поданні документів на фізико-математичний факультет Кам'янець-Подільського державного педагогічного інституту тодішній його декан Іван Корнійович Загинайло закинув репліку, що хлопцям він би радив обирати фізичну, а не математичну орієнтацію
15.	Фото студентських років	Ця репліка, а також той факт, що Володимир Васильович Буждиган забезпечив досить серйозну теоретичну і експериментальну підготовку з фізики, відіграли вирішальну роль: у 1956 р. він став студентом,
16.	Фото студентських років	а 1961 р. завершив навчання у Кам'янець-Подільському державному педагогічному інституті, здобувши спеціальність учителя фізики та основ виробництва.
17.	Відео Криськов Анатолій Андрійович	У студентські роки...
18.	Фото учитель	У старших класах школи започатковано, а у вузі розвинуто власне

	фізики Атаманчук Петро Сергійович	педагогічне кредо – тільки власна інтелектуальна, моторна чи почуттєва діяльність людини формує її обізнаність, тобто дієві знання, – з яким у 1961 р., як дипломований фахівець, Петро Сергійович прийшов працювати учителем фізики у Калосецьку середню школу Новоушицького району.
19.	Фото новоушицького технікуму механізації сільського господарства	З 20.09.62 р. – викладач математики і фізики Новоушицького технікуму механізації сільського господарства. У 1965 р. очолив циклову комісію загальноосвітніх дисциплін, керівництво якою здійснював до 1982 р.
20.	Фото новоушицького технікуму механізації сільського господарства	Педагогічна діяльність у школі і технікумі сприяла утвердженню власного бачення стосовно проблем результативного навчання учнів фізиці.
21.	Фото брошур, книг	На початковій фазі цього періоду у творчій співпраці з учнівським колективом кристалізувалось два основних напрямки діяльності: удосконалення (розробка) засобів навчання та впровадження технологій програмованого навчання і контролю. Ця діяльність була помічена на рівні Міністерств сільського господарства та середньої спеціальної освіти УРСР: у 1970 р. його обрано до складу республіканської методичної комісії з ТЗН, його досвід програмованого навчання фізиці популяризується не тільки в Україні, але й за її межами (заступником начальника головного управління МСГ УРСР В.П. Губарем, директором республіканського науково-методичного кабінету з ССО УРСР П.М. Резановим та головним методистом учбово-методичного кабінету МСГ УРСР Р.М.Винокуром); до кінця 70-х років ювіляром опубліковано з грифами Міністерств сільського господарства та середньої спеціальної освіти біля десяти навчально-методичних посібників, серед яких: “Дисперсія світла (програмований посібник)”, “Лабораторные работы по физике (задания для программированного контроля)”; “Методические рекомендации по контролю учебной деятельности учащихся” та ін.
22.	Фото Новоушицький технікум	У цей же період за погодженням з учбово-методичним кабінетом МСГ та республіканським науково-методичним кабінетом з ССО УРСР під керівництвом Петра Сергійовича проводився педагогічний експеримент більш як у 20-ти технікумах (щодо впровадження програмованого навчання і контролю), результати якого разом із осмисленням власного педагогічного досвіду спричинили до зародження ідеї впровадження у навчання фізики об’єктивного контролю (на основі еталонних вимірників якості знань).
23.	Фото Новоушицький технікум	Ця ідея знайшла свій розвиток у серії публікацій та методичних посібників, а згодом у кандидатській дисертації “Дидактичні основи розробки і використання еталонів контролю навчальної діяльності учнів”, яка була написана у рамках трьохмісячної творчої відпустки і була захищена у 1982 р. під науковим керівництвом доктора педагогічних наук, професора Анатолія Миколайовича Алексюка в Київському університеті імені Т.Г.Шевченка.
24.	Фото Кам’янець- Подільський педагогічний	Навесні 1982 р. Петро Сергійович отримав від тодішнього ректора А.О.Копилова запрошення на роботу у рідному вузі і з 10.09.1982 р. – він розпочав науково-педагогічну діяльність у Кам’янець-Подільському державному педагогічному інституті імені В.П. Затонського

	інституту	
25.	Фото кафедри 1983 року	26.05.1983 р. очолив кафедру методики викладання фізики і ТЗН.
26.	Фото П.С. Атаманчук в колі студентів	Викладацьку діяльність Петро Сергійович будує на засадах співпраці й співтворчості зі студентською молоддю під девізом забезпечення готовності майбутніх вчителів фізики до науково-методичних перебудов і впровадження сучасних технологій та методик у навчання фізиці. У 1984 році започаткував, за підтримки ректорату, написання дипломних робіт випускниками. На сьогодні здійснив наукове керівництво біля 150 дипломних та 50 магістерських робіт. Біля 200 студентів, на засадах отримання творчих науково-методичних завдань, були залучені до створення серії навчально-методичних посібників, виданих з грифом Міністерства освіти і науки України.
27.	Фото лабораторії МВФ	Щорічно біля 50 студентів (по лінії роботи наукових гуртків та проблемних груп кафедри) беруть участь у діяльності з розробки та модернізації фізичного устаткування, обладнання робочих місць для лабораторних практикумів, розширенні матеріально-технічної бази, комп'ютеризації навчального процесу, створенні програмних продуктів, використанні мережі INTERNET тощо.
28.	Фото занять студентів	1983 року кафедра виконує комплексне дослідження “Об’єктивізація контролю навчально-пізнавальної діяльності”
29.	Фото з аспірантами	У результаті діяльності в межах цього дослідження захищено 6 кандидатських та 3 докторських дисертацій; готується 14 кандидатських і 3 докторських дисертацій.
30.	Фото відзнак	Це дало змогу не тільки забезпечити кафедру науковими кадрами з відповідними ступенями і званнями, а й надало можливість фізико-математичному факультету у 1997 році із числа її членів утворити ще одну кафедру – інформатики і методики викладання інформатики
31.	Фото засідання кафедри	В рамках проблеми управління навчально-пізнавальною діяльністю з 1993 року здійснює наукове керівництво держбюджетною темою, опис результатів досліджень з якої у 1994 році занесений до Каталогу Міністерства освіти України рекламно-технічних описів найбільш суттєвих наукових і науково-технічних розробок вищих навчальних закладів й наукових установ та центрів. Придбане у ході виконання держбюджетної теми сучасне спеціальне обладнання дало змогу започаткувати утворення в університеті інформаційно-видавничого відділу, який сьогодні успішно функціонує і відомий своєю продукцією в Україні і за її межами.
32.	Відео професор Мендерецький В.В.	Про міжнародні зв'язки
33.	Фото Атаманчук П.С. закордонних візитах	Діяльність та участь Петра Сергійовича у більш як 100 різного рівня наукових конференціях, симпозіумах, семінарах дали змогу започаткувати наукові зв'язки і співпрацю з багатьма освітніми закладами України, ближнього і далекого зарубіжжя: Технічним університетом м.Варна (Болгарія), Технічним університетом м. Кошіце (Словаччина), Московським педагогічним державним університетом, Московським технологічно-економічним університетом (Російська федерація), Кишинівським державним університетом (Молдова)
34.	Відео Кух А.М.	Про конференції
35.	Фото конференцій	Напрацювання, які пройшли широку апробацію, були покладені в основу для проведення на базі Кам'янець-Подільського педагогічного університету низки всеукраїнських та міжнародних науково-методичних

		конференцій, ініціатором і організатором яких був Петро Сергійович.
36.	Фото конференцій	У результаті науково-методичної діяльності, спрямованої на формування особистості учня й майбутнього вчителя засобами фізики та методики її викладання, у ювіляра вироблено власне педагогічне кредо: віра в Учня, його неповторність і талант, і віра в те, що основна місія вчителя – знайти шлях для розкриття цього таланту
37.	Фото конференцій	У 1997 р. Петро Сергійович опублікував першу монографію “Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності”, у якій обґрунтовано власний концептуальний підхід до розв’язання цієї проблеми. У 1999 р., взявши піврічну творчу відпустку, опублікував другу монографію “Інноваційні технології управління навчанням фізики” і завершив написання докторської дисертації “Теорія і методика управління пізнавальною діяльністю старшокласників у навчанні фізики”, яку у цьому ж році подав на розгляд спеціалізованої ради Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова й у 2000 р. захистив.
38.	Відео декан В.Щирба (декан фізико-математичного факультету (1989-2022 рр))	За роки своєї науково-педагогічної діяльності Атаманчук П. С. опублікував понад 400 наукових праць, серед яких 4 монографії та понад 40 навчально-методичних посібників, виданих з грифами Міністерств сільськогосподарства, середньої спеціальної освіти та освіти і науки УРСР та України. Здійснив наукове редагування 14-ма випусками збірника наукових праць Кам’янець-Подільського державного університету (серія педагогічна), внесеного до переліку видань ВАК України, у яких можуть публікуватись результати досліджень на здобуття ступенів кандидата і доктора наук. З 1997 р. здійснював на громадських засадах наукове керівництво науково-дослідною лабораторією “Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності”. Взяв участь у формуванні вузівської програми “Доктор”.
39.	Відео О.М. Николаєв	Сьогодні Петро Сергійович Атаманчук забезпечує наукове керівництво дисертаційними дослідженнями аспірантів і докторантів.
40.	Відео О.М.Семерня	Про Петра Сергійовича як керівника
41.	Відео згадка Криськов Ц.А (завідувач кафедри фізики в 2000-2019 рр).	З перших років трудової діяльності ювіляр виконував низку довгострокових доручень: член республіканської методичної комісії з ТЗН, член методичної комісії з ТЗН Міністерства освіти і науки України, керівник секції об’єднаної методичної комісії університету “Зв’язки зі школою та проходження педагогічної практики студентами”, голова методичної ради факультету, голова інвентаризаційної комісії та ін. Був членом КПРС (1978–1991 рр.), головою первинної організації Товариства “Знання” (1968–1982 рр.) в технікумі, а сьогодні є членом цієї організації, яка здійснює пропаганду науково-педагогічних знань у різних колективах, свого часу виконував обов’язки члена партбюро, профбюро та ін. На громадських засадах здійснює керівництво науковою школою та науково-дослідною лабораторією
42.	Відео Конет І.М. (проректор з наукової роботи у 2011-2021 рр)	Петро Сергійович Атаманчук – кандидат педагогічних наук за спеціальністю теорія та історія педагогіки (17.05.1982 р.); доцент (07.07.1988 р.); доктор педагогічних наук за спеціальністю теорія і методика навчання фізики (14.03.2001 р.); професор (26.02.2002 р.). Усі відзнаки і нагороди отримані ювіляром за результативну науково-педагогічну та громадську діяльність. Основні з них: занесення до Книги Пошани Новоушицького технікуму механізації сільськогосподарства (1967 р.); занесення до республіканської Книги Пошани (1969 р.); медаль “За доблестний труд в ознаменування столетия со дня рождения В. И. Ленина” (1970 р.); переможець соціалістичного змагання (1972–1980 рр.);

		звання ударника комуністичної праці (1981 р.); Грамота МО УРСР (1987 р.); занесення на міську (м .Кам'янець-Подільський) Дошку Пошани (1988 р.); Грамота МО УРСР (1991 р.); знак “Відмінник освіти України” (1997 р.); диплом МО України та АПН України за участь у другій Міжнародній виставці престижних навчальних закладів “Сучасна освіта в Україні” (1999 р.); Почесна Грамота Хмельницької державної адміністрації (1999 р.); Грамота Хмельницької обласної ради (2000 р.); Грамота МОН України (2001 р.); занесення на обласну Дошку Пошани (2003 р.); звання Заслуженого працівника освіти України (2003 р.); знак Академії Педагогічних Наук України “Ушинський К.Д.” (2006 р.); атестат академіка АН ВО України отримав у 2007 р.; Подяка міської держадміністрації за вагомий науковий внесок (2008 р.); Нагрудний знак МОН України “За наукові досягнення” (2008 р.).
43.	Фото Атаманчук П.С.	З виходом на заслужений відпочинок Петро Сергійович продовжує свою наукову і педагогічну діяльність: здійснює редагування збірника наукових праць, прише наукові статті, приймає участь у наукових конференціях і семінарах, керує кваліфікаційними роботами магістрантів
44.	Фото з сім'єю	Петро Сергійович одружений з 1965 року. Дружина – Ганна Іванівна Атаманчук. Виростили трьох дітей: двох синів Сергія та Олексія і одну дочку Вікторію.
45.	Фото дружини	Дружина Ганна Іванівна працювала завучем Новоушицької спецшколи-інтернату для глухих дітей. Після переїзду до Кам'яця-Подільського в 1983 році вчитель-методист багатoproфільного навчально-реабілітаційного центру
46.	Фото сина Сергія	Син Сергій Освіту здобув у Кам'янець-Подільському державному педагогічному інституті імені В.П.Затонського історичний факультет. Після служби в лавах Радянської армії вступив і успішно закінчив навчання у Львівському інституті внутрішніх військ при національній академії внутрішніх справ. Сьогодні співробітник національного історико-архітектурного заповідника «Стара фортеця»
47.	Фото сина Олексія	Син Олексій – закінчив історичний факультет та магістратуру Кам'янець-Подільського державного університету після чого вступив до Львівського інституту внутрішніх військ при національній академії внутрішніх справ. Після закінчення працює в системі правопорядку. Нині заступник начальника міліції громадської безпеки Кам'янець-Подільського районного відділу Управління міністерства внутрішніх справ України в Хмельницькій області
48.	Фото дочки	Дочка Вікторія закінчила філологічний факультет та магістратуру Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка Захистила кандидатську дисертацію. Нині доцент кафедри історії української літератури та компаративістики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка
49.	Фото внуків і правнуків	Петро Сергійович щасливий дід і прадід. Доля подарувала йому двох онуків Олексія і Тетянку. А зовсім недавно правнучку - Алевтину
50.	Фото П.С. Атаманчук	І нині у свої 85 -Петро Сергійович Атаманчук у розквіті життєвих і творчих сил. Як науковець, педагог, патріот, сильна, цілеспрямована, добре організована, потужна в науковому, педагогічному, громадському і людському сенсі особистість, він творить нові наукові ідеї і проекти, плекає якісні кадри українських науковців, душею і серцем вболіває за Україну, її теперішнє і майбутнє

Медіапроекти у формі відеозаписів та відеофільмів є найбільш ефективним способом представлення своєї діяльності та наочно продемонструвати навички педагогічного проектування, знань сучасних цифрових технологій та фахових компетентностей.

The article analyzes the stages of preparing a media project based on a video film script. The technologies are highlighted, with the help of which individual components of the media competence of a physics teacher are formed, and the pedagogical conditions for the formation of media competence in a future physics teacher are formulated.

Keywords: *teacher media competence, physics teacher competence, competence formation.*

УДК 005.33

Антон ЛУЦИК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Віталій ІВАНЮК**, доктор технічних наук, доцент

ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ ДО АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ УПРАВЛІННЯ ОСВІТНИМИ СТРУКТУРАМИ

Стаття присвячена актуальним питанням автоматизації управлінських процесів в освітніх закладах. Автор аналізує застосування інноваційних технологій, таких як хмарні обчислення, штучний інтелект, мобільні додатки, системи електронного документообігу та блокчейн, для підвищення ефективності управління освітніми структурами. Дослідження демонструє, що впровадження цих технологій дозволяє оптимізувати адміністративні процеси, підвищити прозорість і якість управління, а також створити цифрову освітню екосистему, яка відповідає сучасним вимогам.

Ключові слова: *автоматизація, освітні заклади, управлінські процеси, хмарні технології, мобільні додатки, електронний документообіг, цифрова освіта, освітня екосистема.*

Автоматизація управлінських процесів у навчальних закладах є фундаментальним етапом у підвищенні ефективності освітніх структур. Застосування інноваційних підходів у цій сфері сприяє вдосконаленню адміністративних процедур, підвищенню прозорості та якості управління.

Одним із найбільш перспективних напрямів є впровадження хмарних технологій. Хмарні платформи надають централізований доступ до даних, забезпечують інтеграцію різноманітних освітніх компонентів і гарантують безпеку інформації. Такі системи дозволяють ефективно зберігати та

аналізувати дані про навчальний процес, полегшуючи управління розкладом, обліком студентів і навчальними ресурсами.

Штучний інтелект (ШІ) стає незамінним інструментом для автоматизації складних процесів. Його впровадження дозволяє прогнозувати навантаження викладачів, розробляти оптимальні розклади та автоматизувати рутинні завдання. Використання алгоритмів ШІ також сприяє персоналізації навчання, надаючи студентам рекомендації відповідно до їхніх потреб і рівня успішності.

Інтеграція мобільних технологій відкриває нові можливості для комунікації між адміністрацією, викладачами та студентами. Мобільні додатки забезпечують доступ у режимі реального часу до розкладів, оцінок, завдань і важливих повідомлень. Це сприяє покращенню інформованості та залученості всіх учасників освітнього процесу.

Впровадження систем електронного документообігу є важливим кроком у напрямі автоматизації. Такі системи знижують адміністративні витрати, забезпечують оперативну обробку документів і підвищують загальну ефективність управлінської діяльності. Крім того, автоматизовані системи документообігу дозволяють зберігати історію взаємодій, роблячи процес управління більш прозорим і структурованим.

Ще однією перспективною технологією є блокчейн, який гарантує незмінність даних та їхню надійність. Ця технологія може використовуватися для зберігання академічних записів, сертифікатів і дипломів, що значно підвищує рівень довіри до таких документів. Блокчейн також сприяє створенню прозорих і захищених платформ для управління освітніми процесами.

Таким чином, сучасні підходи до автоматизації управління освітніми структурами не лише оптимізують адміністративні процеси, а й створюють умови для появи актуальної цифрової освітньої екосистеми. Для досягнення таких критеріїв управління, як гнучкість, прозорість та ефективність, уже неможливо обійтися без використання хмарних платформ, штучного інтелекту, мобільних технологій, електронного документообігу та блокчейну. Ці технології трансформують освітній простір, що допомагає реалізувати нові підходи до освітнього процесу та управління ним, що, своєю чергою, дозволяє розвивати освіту в цифровій епосі.

Список використаних джерел:

1. Retnawati, B. Transforming Educational Management: Trends, Challenges, and Opportunities. *Academy of Educational Leadership Journal*, 27(1), 2023, pp. 1–3. URL: <https://www.abacademies.org/articles/Transforming-educational-management-trends-challenges-and-opportunities-1528-2643-27-1-002.pdf>
2. Sciascia, L., Bosso, A., Manuri, F. Artificial Intelligence Bringing Improvements to Adaptive Learning in Education: A Case Study. *Sustainability*, 16(3), 2024. URL: <https://www.mdpi.com/2071->

1050/16/3/1347

3. Al-Daihani, S. M., & BinSalamah, A. A. Exploring Digital Transformation in Higher Education through Automated Learning Management Systems. *Journal of Educational Technology Research and Development*, 72(2), 2022, pp. 163–180. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1340876.pdf>
4. Guàrdia, L., Maina, M., & Sangrà, A. Data-Driven Innovations in Educational Governance: Challenges and Applications. *Educational Management Administration & Leadership*, 51(4), 2023, pp. 561–580. URL: [sagepub.com](https://www.sagepub.com)
5. Mikheev, A. V., Barakabitz, A. A., & Schmitt, C. Digital Tools for Educational Equity and Efficiency. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20(5), 2023.

The article focuses on the pressing issue of automating administrative processes in educational institutions. The author analyzes the application of innovative technologies such as cloud computing, artificial intelligence, mobile applications, electronic document management systems, and blockchain to improve the efficiency of managing educational structures. The research demonstrates that the implementation of these technologies allows for the optimization of administrative processes, increasing transparency and quality of management, as well as creating a digital educational ecosystem that meets modern requirements.

Keywords: automation, educational institutions, administrative processes, cloud computing, mobile applications, electronic document management, digital education, educational ecosystem

УДК 004.9

Юрій МЕДВІДЬ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Олена СМАЛЬКО**, доцент кафедри комп'ютерних наук

СУЧАСНІ ТЕХНІКИ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ У СТВОРЕННІ ІГРОВИХ СВІТІВ

У статті викладено результати дослідження різноманітних технік процедурної генерації у створенні ігрових світів як ключового підходу до оптимізації процесу розробки ігор, забезпечення унікальності контенту та підвищення ігрового досвіду користувачів. Розглядаються основні алгоритми, що лежать в основі процедурної генерації, описуються переваги, недоліки та приклади їх використання у відомих відеоіграх. Аналізується роль процедурної генерації при створенні динамічних і реалістичних ігрових світів, а також обґрунтовуються переваги окремих технічних аспектів впровадження цього підходу.

Ключові слова: шумові функції, фрактальні алгоритми, алгоритми графів, процедурна генерація, відеоігри, ігрові світи.

Процедурна генерація стає однією з найбільш поширених технологій у сучасній ігровій індустрії, що відкриває нові горизонти для створення контенту. Її суть полягає у застосуванні алгоритмів, які генерують ігрові світи, персонажів, рівні або завдання на основі заданих алгоритмів, правил і параметрів. Такий підхід дозволяє не лише зменшити час та ресурси, витрачені на ручну розробку контенту, але й забезпечує унікальність кожного сеансу гри, що особливо цінно для гравців.

Одним із найперших прикладів використання процедурної генерації є гра «Rogue» (1980), яка дала назву жанру «roguelike». У ній за допомогою алгоритмів генерувались підземелля, що змінювалися з кожним запуском. Відомі ігрові проекти, такі як «Minecraft» і «No Man's Sky», значно розширили можливості цієї технології. Наприклад, у «Minecraft» використовується шум Перліна для створення безкрайніх ландшафтів із різними біомами [2], [7], тоді як у «No Man's Sky» процедурно формується понад 18 квінтильйонів планет з унікальними характеристиками...

Процедурна генерація забезпечує низку переваг:

- 1) *Економія ресурсів.* Завдяки автоматизації процесу розробки зменшується обсяг ручної праці, що особливо важливо для інді-розробників (як не мають фінансової підтримки компаній-видавців).
- 2) *Унікальність контенту.* Ігри з процедурною генерацією пропонують гравцям щоразу новий досвід, що сприяє довготривалому інтересу до проекту.
- 3) *Масштабованість.* Використання алгоритмів дозволяє створювати світи величезних розмірів без значного збільшення витрат на розробку.

Загалом існує кілька основних підходів до реалізації процедурної генерації, кожен з яких базується на специфічних алгоритмах і техніках, що дозволяють створювати різноманітний контент для ігрових світів. Одним із найбільш поширених є використання алгоритмів шумових функцій, таких як шум Перліна або симплекс-шум. Ці алгоритми створюють плавні, природні переходи між різними зонами, що особливо корисно для моделювання ландшафтів, рельєфу та текстур. Наприклад, за допомогою шуму Перліна можна генерувати реалістичні гірські місцевості, долини та ландшафтні фрагменти з водними об'єктами. Алгоритми шуму часто використовуються для створення текстур, які мають органічний вигляд і забезпечують візуальну привабливість світу.

Ще один поширений підхід у процедурній генерації базується на використанні фрактальних алгоритмів. Фрактали є математичними структурами, які повторюються на різних масштабних рівнях, створюючи складні геометричні форми. Ця техніка дозволяє генерувати природні об'єкти, такі як гори, дерева або навіть хмари. Фрактальні алгоритми забезпечують високу деталізацію та реалістичність, оскільки вони імітують закономірності, притаманні природі.

Застосування фракталів також допомагає економити пам'ять та інші обчислювальні ресурси, адже для їх створення потрібна лише початкова формула та невелика кількість параметрів.

Алгоритми поділу простору є ще одним важливим підходом у процедурній генерації. Вони дозволяють розділяти ігровий простір на логічно пов'язані сегменти, які згодом можуть заповнюватися контентом. Цей метод часто використовується для створення підземель, будівель та інших антропогенних об'єктів. Алгоритми поділу простору забезпечують структурованість ігрових рівнів, що підвищує їхню логіку та зрозумілість для гравців. Наприклад, під час генерації підземелля система може створювати спершу загальний план із кімнатами та коридорами, а потім додавати до них деталі, такі як пастки, скарби або ворожі об'єкти.

Використання алгоритмів графів також займає важливе місце серед підходів до процедурної генерації [1]. Цей метод застосовується для створення складних систем взаємозв'язків між об'єктами в грі. Наприклад, за допомогою графів можна генерувати нелінійні сюжети, де дії гравця впливають на розвиток подій, або складні мережі доріг у відкритих світах. Графи дозволяють моделювати зв'язки між локаціями, завданнями або персонажами, забезпечуючи логічну цілісність і варіативність ігрового процесу.

Крім цього, сучасні підходи до процедурної генерації активно використовують гібридні методи, комбінуючи кілька алгоритмів для досягнення кращих результатів. Наприклад, створення великих відкритих світів може починатися з генерації базового ландшафту за допомогою шуму Перліна, після чого додаються деталі фрактальними алгоритмами, а розташування ключових об'єктів визначається за допомогою графів. Такий підхід дозволяє створювати багатощаровий ігровий контент, який виглядає органічно та логічно водночас.

Незважаючи на численні переваги, процедурна генерація має і кілька серйозних проблем, які потребують уваги під час її застосування. Певні складнощі виникають під час пошуку балансу між автоматичністю генерування контенту та його якістю. Процедурна генерація здатна створювати безліч варіантів віртуальних середовищ, проте у багатьох випадках ці світи можуть бути одноманітними, нецікавими для гравців та навіть непридатними для використання.

Ще однією проблемою є технічні труднощі, пов'язані з реалізацією алгоритмів процедурної генерації. Генерація ігрових світів вимагає значних обчислювальних ресурсів, особливо коли йдеться про масштабні чи складні світи. Величезні обсяги даних, необхідні для створення нескінченних або процедурно згенерованих світів, можуть призводити до значних затримок у процесі завантаження або переривчастості в ігровому процесі, що негативно впливає на гравців. Для зменшення цих проблем розробники часто вдаються до використання таких підходів, як часткова генерація на запит або адаптивне завантаження, однак це може обмежувати гнучкість і можливості ігор.

Проблеми також пов'язані з недостатнім розумінням та контролем за результатами процедурної генерації. Ігрові розробники можуть отримати за допомогою алгоритму згенерований світ, який буде виглядає коректно з технічної точки зору, але не відповідатиме бажаним емоційним чи функціональним результатам.

Попри всі ці проблеми, процедурна генерація продовжує бути важливим інструментом в розробці ігор. З новими досягненнями в області штучного інтелекту та покращенням алгоритмів процедурної генерації можна очікувати, що ці проблеми будуть зменшуватися, а сам підхід стане ще більш ефективним.

Інструменти для процедурної генерації постійно вдосконалюються. Сучасні рушії, такі як Unity та Unreal Engine, пропонують вбудовані бібліотеки та плагіни, які спрощують реалізацію цієї технології. Наприклад, Unity підтримує використання шуму Перліна і діаграм Вороного для генерації текстур і ландшафтів. Також залишається простір для вдосконалення існуючих алгоритмів та для пошуку нових підходів у процедурній генерації.

Застосування різних ефективних технік автоматизованого створення ігрових світів розширять їх функціональні можливості, реалістичність і привабливість для користувачів. Вдосконалення алгоритмів процедурної генерації сприятиме розробці складних систем, що зможуть краще взаємодіяти між собою, утворюючи органічні віртуальні ігрові світи. Так забезпечуватиметься не лише їхня візуальна естетичність, але й змістовний, насичений і глибоко продуманий ігровий процес.

Отже, процедурна генерація є потужним інструментом, який сприяє інноваціям у галузі розробки комп'ютерних ігор. Вона дозволяє створювати унікальні ігрові світи, що відповідають запитам досить вимогливих геймерів. Незважаючи на певні виклики, її значення для індустрії відеоігор зростає, а вдосконалення алгоритмів відкриває нові перспективи для розробників.

Список використаних джерел:

1. An intro to graphs for procedural world generation. URL: <https://wintermutedigital.com/post/graphsforproceduralworlds> (last accessed: 12.11.2024).

2. Bruins E. Procedural patterns you can use with tilemaps. Part 1. URL: <https://unity.com/en/blog/engine-platform/procedural-patterns-you-can-use-with-tilemaps-part-1> (last accessed: 12.11.2024).

3. Freiknecht J. Procedural content generation for games. Inauguraldissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften. Mannheim: Universität Mannheim, 2020. 149 s.

4. Hendriks M., Meijer S., Van der Velden J., Iosup A. Procedural content generation for games: A survey. DOI: 10.1145/2422956.2422957.

5. Shaker N., Togelius J., Nelson M. Procedural content generation in games. DOI: 10.1007/978-3-319-42716-4.

6. Togelius J., Yannakakis G. N., Stanley K. O., Browne C. Search-based procedural content generation: A taxonomy and survey. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5756645> (last accessed: 13.11.2024).

7. Zucconi A. The world generation of Minecraft. URL: <https://www.alanzucconi.com/2022/06/05/minecraft-world-generation> (last accessed: 13.11.2024).

This article presents the results of a study on various techniques of procedural generation in the creation of game worlds as a key approach to optimizing the game development process, ensuring content uniqueness, and enhancing the user experience. The main algorithms underlying procedural generation are examined, and their advantages, disadvantages, and examples of their use in well-known video games are described. The role of procedural generation in creating dynamic and realistic game worlds is analyzed, and the advantages of certain technical aspects of implementing this approach are substantiated.

Keywords: noise functions, fractal algorithms, graph algorithms, procedural generation, video games, game worlds.

УДК 517.9

Сергій МИКУЛІН, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Катерина ГЕСЕЛЕВА**, кандидат фізико-математичних наук

МЕТОД НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА ПОБУДОВИ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ КОШІ

У статті розглянуто один з аналітичних методів побудови наближених розв'язків задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку та системи диференціальних рівнянь першого порядку.

Ключові слова: задача Коші, диференціальне рівняння першого порядку, система диференціальних рівнянь першого порядку, аналітичний метод, метод Ньютона-Канторовича.

Метод Ньютона-Канторовича був розроблений Л. В. Канторовичем, як метод розв'язання досить загальних нелінійних задач диференціального числення. В його основі лежить метод дотичних розв'язків алгебраїчних рівнянь Ньютона. Ідея та особливість методу полягають в тому, що коли задано досить грубе (невдале) початкове наближення до шуканого розв'язку задачі, то все одно є можливість будувати все більш точніші наближення, кожне з яких отримується, як розв'язок деякого лінійного рівняння.

Метод Ньютона-Канторовича детально описаний у працях [1, 2].

Розглянемо схему побудови наближених розв'язків за допомогою методу Ньютона-Канторовича, його застосування для знаходження розв'язків задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку

$$y' = f(x, y), \quad (1)$$

з початковою умовою

$$y|_{x=x_0} = y(x_0) = y_0 \quad (2)$$

та для системи диференціальних рівнянь першого порядку

$$y'_j = f_j(x, y_1, y_2, \dots, y_m), \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

з початковою умовою

$$y'_j(x_0) = y'_{j0} \quad (4)$$

та умови збіжності методу.

Нехай дано деяку функцію $y_0(x)$, що задовольняє початкові умови задачі Коші (2), так, що $y_0(x_0) = y_0$. Будемо розглядати цю функцію, як початкове наближення до шуканого розв'язку задачі (1), (2). Наступні наближення $y_1(x)$ знаходяться, як загальний інтеграл лінійного рівняння

$$y'_1 - f_y(x, y_0(x))y_1 = f(x, y_0(x)) - f_y(x, y_0(x))y_0(x),$$

що задовольняє початкову умову (2). В цілому, якщо побудувати y_n наближення, то наступне наближення y_{n+1} будується як інтеграл лінійного рівняння

$$y'_{n+1} - f_y(x, y_n(x))y_{n+1} = f(x, y_n(x)) - f_y(x, y_n(x))y_n(x). \quad (5)$$

Такий інтеграл записати нескладно, якщо позначити:

$$f_y(x, y_n(x)) = p_n(x),$$

$$f(x, y_n(x)) - f_y(x, y_n(x))y_n(x) = q_n(x).$$

Матимемо

$$y_{n+1}(x) = e^{\int_{x_0}^x p_n(x) dt} \left(y_0 + \int_{x_0}^x q_n(z) e^{-\int_{x_0}^z p_n(x) dt} dz \right). \quad (6)$$

Розглянемо умови збіжності методу та зробимо оцінку похибки наближення розв'язку $y_n(x)$. Припустимо, що в прямокутній області функція $f(x, y)$ та її похідні $f'_y(x, y)$ і $f''_y(x, y)$ – неперервні ті відповідно, обмежені.

Нехай

$$|f'_y(x, y)| \leq M_1, \quad |f''_y(x, y)| \leq M_2.$$

Використаємо аналогічний прийом. Нехай початкове наближення $y_0(x)$ визначено для $|x - x_0| \leq a$ і $|y_0(x) - y_0| \leq b$.

Позначимо

$$\sigma = \max_{|x-x_0| \leq a} \left| y_0(x) - y_0 - \int_{x_0}^x f(t, y_0(t)) dt \right|.$$

Якщо початкове наближення збігається до шуканого розв'язку, то величина σ , що має вигляд (7) достатньо мала.

Введемо позначення

$$\gamma = a\sigma M_2 e^{2M_1 a}.$$

Нехай справедливі наступні нерівності

$$\gamma \leq \frac{1}{2}$$

і

$$\frac{2\sigma}{1 + \sqrt{1 - 2\gamma}} \leq b.$$

Зауваження. Отже, послідовні наближення (6), побудовані за допомогою методу Ньютона-Канторовича, задовольняють нерівність $|y_n(x) - y_0| \leq b$ і на проміжку $|x - x_0| \leq a$ рівномірно збігаються до точного розв'язку задачі Коші, а швидкість збіжності методу можна оцінити наступним чином:

$$|y_n(x) - y(x)| \leq \frac{1}{2^{n-1}} (2\gamma)^{2^{n-1}} \sigma.$$

Метод Ньютона-Канторовича дозволяє оцінити відхилення початкового наближення від точного розв'язку. Справедлива нерівність:

$$|y(x) - y_0(x)| \leq \frac{2\sigma}{1 + \sqrt{1 - 2\gamma}}.$$

Зазвичай метод Ньютона-Канторовича збігається швидше, ніж метод послідовних наближень. Він дозволяє отримати дуже точні наближення до точного розв'язку. Метод застосовується для розв'язання різних типів диференціальних рівнянь, включаючи нелінійні.

Список використаних джерел:

1. Morris Tenenbaum and Harry Pollard. Ordinary Differential Equations. Dover Publication. 2009. 604 p.
2. Габрусев Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння : навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. 172 с.

The article considers one of the analytical methods for constructing approximate solutions to the Cauchy problem for a first-order differential equation and a system of first-order differential equations.

Keywords: *Cauchy problem, first-order differential equation, system of first-order differential equations, analytical method, Newton-Kantorovich method.*

УДК 004.77;004.05

Микола МОЗОЛЮК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Тетяна ПИЛИПЮК**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЕФЕКТИВНІСТЬ ІНДИВІДУАЛІЗАЦІЇ ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНІВ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ КОНВЕРСІЇ ТА ЗАЛУЧЕННЯ КЛІЄНТІВ

У статті аналізується важливість індивідуалізації інтернет-магазинів для підвищення конверсії та залучення клієнтів. Розглянуто основні аспекти кастомізації, включаючи налаштування дизайну, адаптацію функціоналу та персоналізацію контенту, що дозволяє створити більш зручний користувацький досвід. Особливу увагу приділено ролі маркетингових інструментів як інструменту для розширення ринку, інтеграції алгоритмів машинного навчання та ефективного використання даних для персоналізованих рекомендацій. Наведено приклади платформ, що успішно використовують індивідуалізацію для збільшення конверсії.

Ключові слова: *індивідуалізація, конверсія, кастомізація, маркетинг, інтернет-магазин, персоналізація, адаптивний дизайн.*

У сучасному цифровому світі інтернет-магазини стали важливою складовою бізнесу, що активно розвивається. Клієнти очікують індивідуального підходу і, як показують дослідження, кастомізація інтерфейсу може значно підвищити задоволеність користувачів та, відповідно, підвищити конверсію [1]. Таким чином, персоналізація є важливим фактором для онлайн-ритейлерів, які хочуть зміцнити свої позиції на ринку.

Основною проблемою інтернет-магазинів є низька конверсія, що виникає через нездатність відповідати очікуванням різних типів користувачів. Кастомізація дозволяє подолати ці труднощі, забезпечуючи адаптивний та персоналізований досвід, який стимулює клієнтів до повторних покупок [2]. Впровадження технологій машинного навчання дозволяє створювати рекомендаційні системи, що роблять пропозиції, засновані на інтересах покупців, таким чином покращуючи продажі на 30-40% [3].

Кастомізація інтерфейсу може включати зміни у візуальних елементах, таких як кольори, логотипи, макети, що надають користувачам можливість налаштувати сайт відповідно до власних уподобань. Shopify та WooCommerce

дозволяють користувачам обирати з багатьох шаблонів та стилів, а також самостійно створювати унікальний дизайн, що сприяє залученню клієнтів та збільшенню їхньої лояльності [4].

Метою дослідження є визначення ефективних способів кастомізації інтернет-магазинів, які здатні підвищити конверсію та залучити більше клієнтів, а також аналіз різних аспектів персоналізації для покращення досвіду користувачів.

Розглянемо основні способи кастомізації.

- 1 Налаштування інтерфейсу, що включає зміну елементів дизайну, таких як кольорова палітра, шрифти, логотипи, макети сторінок та кнопки навігації для адаптації сайту до потреб користувачів.
- 2 Адаптивний дизайн, який забезпечує автоматичне налаштування інтерфейсу під різні пристрої, що підвищує зручність користування та збільшує конверсію.
- 3 Персоналізація контенту, що передбачає використання алгоритмів машинного навчання для рекомендації товарів на основі інтересів і поведінки користувачів.
- 4 Індивідуалізація процесу покупок (запровадження спеціальних пропозицій, індивідуальних знижок, змін у вигляді кошика або списків бажаних товарів).

Опишемо вимоги до платформи, що стосуються кастомізації інтерфейсу, адаптивного дизайну та персоналізації контенту.

Кастомізація інтерфейсу включає зміну елементів дизайну веб-сайту або інтернет-магазину відповідно до побажань і потреб користувача. Це може бути кольорова палітра, шрифти, логотипи, макети сторінок та кнопки навігації. Один із прикладів успішної кастомізації – це платформи, такі як Shopify, де користувачі можуть налаштувати шаблони під свої вимоги.

Адаптивний дизайн надає можливість інтернет-магазинам автоматично змінюватися залежно від типу пристрою, на якому користувач переглядає сайт. Дослідження показують, що магазини з адаптивним дизайном мають більшу відвідуваність і зростання конверсії на 40-50% порівняно з тими, що не оптимізовані для мобільних пристроїв.

Персоналізація контенту – це один із найбільш потужних інструментів кастомізації. Використовуючи алгоритми машинного навчання та аналізу даних, інтернет-магазини можуть показувати користувачам саме ті товари, що відповідають їхнім інтересам. Amazon і eBay використовують персоналізовані рекомендації на основі історії покупок і переглядів.

Персоналізація процесу покупок може включати елементи, як-от спеціальні пропозиції, зміни в оформленні кошика, індивідуальні знижки для постійних клієнтів або можливість збереження товарів у списку бажаних покупок для швидкого повернення до них.

Потужними інструментами для підприємців та продавців, що прагнуть збільшити свою аудиторію та отримати доступ до нових ринків у сучасних

умовах швидкого розвитку електронної комерції, є маркетплейси. Серед популярних – Amazon, eBay. Можна використовувати й інші платформи.

Порівняння цих маркетплейсів представимо у вигляді таблиці 1.

Ці платформи надають простий і зручний механізм виходу на широкий спектр покупців, зменшуючи бар'єри для входу на ринок. Важливою перевагою маркетплейсів є можливість продавцям зосередитися на товарній пропозиції, адже маркетплейси часто пропонують такі важливі сервіси, як логістика, реклама, технічна підтримка та зручні способи оплати.

Таблиця 1

Порівняння Amazon і eBay

Параметр	Amazon	eBay
Модель продаж	Прямий продаж товарів від Amazon або продавців	Аукціони + прямий продаж
Логістика	Fulfillment by Amazon (FBA)	Продавці відповідають за власну доставку
Типи товарів	Широкий асортимент з акцентом на нові товари	Широкий асортимент, у тому числі вживані речі
Рекламні інструменти	Потужна інтеграція з Amazon Ads	Менше можливостей для реклами, ніж на Amazon
Комісія	Вища за середню, залежить від категорії товарів	Гнучка структура комісій

З огляду на результати дослідження компанії LitCommerce можна побачити, що індивідуалізація в онлайн-торгівлі дає змогу покращити управління товарами та замовленнями через багатоканальний підхід [7]. Інструменти-функції "Multichannel Connect" та "QuickGrid" надають можливість синхронізувати ціни, запаси та замовлення на всіх підключених платформах у реальному часі. Це спрощує процес масштабування бізнесу, зменшує ручні помилки й заощаджує час для більш стратегічних завдань. Такі можливості допомагають продавцям покращити продуктивність та надавати покупцям більш персоналізовані пропозиції, що підвищує їхню лояльність та задоволення.

Компанія MetsCube LLC порівнює Amazon і eBay (рис. 1) за кількома критеріями, відзначаючи, яка платформа має перевагу в кожній категорії.

Більше клієнтів (More Customers). Amazon має значно більшу базу активних покупців порівняно з eBay, що надає більше можливостей для продажу.

Менша конкуренція (Less Competition). eBay пропонує меншу конкуренцію серед продавців, особливо для унікальних або вінтажних товарів.

Простіша доставка (Easier to Ship With). Amazon надає кращі інструменти та логістичну підтримку, включно з програмою Fulfillment by Amazon (FBA), що полегшує процес доставки.

Простота управління (Easier to Manage). Amazon забезпечує більше автоматизації, але водночас має складніші правила для продавців. eBay, натомість, дає більше свободи.

Нижчі комісії (Lower Selling Fees). eBay пропонує нижчі комісії для продавців, що робить його більш вигідним для деяких бізнесів.

Низькі рекламні витрати (Lower Advertising Costs). eBay вимагає менше витрат на рекламу, оскільки продавці можуть спиратися на природну видимість товарів.

	ebay	amazon.com
More Customers:		X
Less Competition:	X	
Easier to Ship With:		X
Easier to Manage:		X
Lower Selling Fees:		X
Lower Advertising Costs:	X	
Better for Branding:	X	
More Fair to Sellers:	X	
More Good Product Categories:		X

Winner: amazon.com

Рис. 1. Порівняння від компанії MetsCube LLC [8].

Краще для брендингу (Better for Branding). Amazon, завдяки своїй програмі Amazon Brand Registry, дозволяє створювати потужний брендовий імідж.

Більш справедливе ставлення до продавців (More Fair to Sellers). eBay забезпечує більше прозорості та дає продавцям більше контролю над їхніми списками.

Більше вигідних категорій товарів (More Good Product Categories). Amazon має більше популярних категорій товарів і приваблює ширшу аудиторію покупців.

Роль маркетплейсів у підвищенні конверсії значно зростає завдяки впровадженню технологій персоналізації, які дозволяють аналізувати поведінку користувачів та рекомендувати продукти на основі їхніх інтересів, історії переглядів та покупок. За даними дослідження [5], алгоритми персоналізації можуть збільшити ймовірність успішної покупки на маркетплейсі, пропонуючи клієнтам саме ті товари, які з високою ймовірністю їх зацікавлять. Це підвищує не лише конверсію, а й рівень задоволення клієнтів від платформи, адже вона здається їм більше налаштованою під їхні потреби.

Окрім цього, маркетплейси стають платформою для реалізації масштабних рекламних кампаній, інтеграції технологій штучного інтелекту та аналізу даних для точного розуміння потреб споживачів. Такі інструменти значно покращують ефективність продажів, дозволяючи підприємцям та малим бізнесам

конкурувати з великими брендами та розширювати свої ринки через доступ до глобальної аудиторії.

Алгоритми персоналізації, що працюють на основі штучного інтелекту, дозволяють прогнозувати, які товари будуть цікаві конкретним користувачам. Дослідження показують, що інтеграція індивідуальних рекомендацій може призвести до збільшення конверсії до 30% порівняно з платформами, які не застосовують таких методів [6].

Отже, ефективна кастомізація інтернет-магазинів є важливим інструментом для підвищення конверсії та залучення нових клієнтів. Персоналізація досвіду користувачів може значно збільшити лояльність, покращити взаємодію з покупцями та підвищити ефективність онлайн-бізнесу. Врахування таких аспектів, як інтерфейс, адаптивність і персоналізація контенту, може стати вирішальним фактором для успіху інтернет-магазинів.

Список використаних джерел:

1. Davis, M. (2023). The Future of E-Commerce Personalization: Enhancing User Experience Through Customization. *Journal of Digital Commerce*, 15(2), 34-39 с.
2. Lee, H., Chen, Z., & Nguyen, L. (2024). Advances in Personalization for E-Commerce Conversion Optimization. *E-Commerce Journal*, 9(1), 45-56 с.
3. Kumar, R., & Rao, P. (2023). Data-Driven Approaches in E-Commerce: Machine Learning Applications for Conversion Rates. *Journal of Retail Analytics*, 18(3), 87-92 с.
4. Huang, J., & Sun, Y. (2023). Design Trends in E-Commerce: The Role of Customization in User Retention. *International Journal of E-Commerce Design*, 12(4), 102-110 с.
5. Garcia, M., O'Neil, B., & Wang, H. (2023). Marketplace Dynamics and Customization Strategies in Digital Retail. *Digital Markets Review*, 20(2), 58-66 с.
6. Nguyen, D., & Tran, K. (2023). Personalization in Online Shopping: Consumer Engagement and Conversion Outcomes. *Journal of Personalized Marketing*, 11(3), 99-106 с.
7. Selling on Amazon vs eBay. URL: <https://litcommerce.com/blog/amazon-vs-ebay-comparison/>.
8. Selling on Amazon vs. eBay: Which one is better? URL: <https://metscube.com/selling-on-amazon-vs-ebay-which-one-is-better/>

The importance of online stores individualization to increase conversion and attract customers is analyzes in the article. The main aspects of customization are considered, including design customization, functionality adaptation and content personalization, which allows to create a more convenient user experience. Special attention is paid to the role of marketplaces as a tool for market expansion, integration of machine learning algorithms and effective use of data for personalized recommendations. Here are examples of platforms that successfully use personalization to increase conversions.

Keywords: individualization, conversion, customization, marketplace, online store, personalization, adaptive design.

УДК 519.1;004.738;004.77

Іван МУЗИКА, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Тетяна ПИЛИПЮК**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

РОЗРОБКА МЕТОДІВ АНАЛІЗУ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЕЙ ГРАФІВ

У статті розглядаються сучасні підходи до аналізу соціальних мереж за допомогою моделей графів. Використання теорії графів дає змогу ідентифікувати центральні вузли, виявляти спільноти та аналізувати зв'язність мережі. У роботі описуються алгоритми, орієнтовані на візуалізацію, оптимізацію та кластеризацію соціальних структур.

Ключові слова: соціальні мережі, теорія графів, алгоритми, візуалізація, виявлення спільнот.

Аналіз соціальних мереж (СМ) є важливим інструментом для розуміння структур взаємодії між людьми, організаціями та іншими суб'єктами. Вивчення СМ дозволяє оцінити вплив окремих учасників мережі, знайти приховані зв'язки та оптимізувати комунікаційні процеси. Використання моделей графів у дослідженнях СМ стає домінуючим підходом завдяки їх здатності представляти складні системи у вигляді вузлів і зв'язків між ними.

Розробка методів аналізу СМ, заснованих на графових моделях, є актуальним з урахуванням сучасних викликів, таких як великі обсяги даних, динамічність структури та неоднорідність відносин між вузлами.

Основні підходи до аналізу СМ базуються на теорії графів, в якій граф розглядається як базова модель. Тому будь-яку соціальну мережу можна описати як граф, у якому:

- вузли (або вершини) – це індивіди, організації чи інші об'єкти;
- ребра – зв'язки між вузлами, наприклад, дружба, співпраця або взаємодія за різними інтересами.

Методи аналізу СМ з допомогою теорії графів можна розділити на кілька основних етапів.

1. *Побудова графа.* На цьому етапі здійснюється обробка даних із соціальних платформ (Facebook, Instagram тощо) для створення структурованого графового представлення.
2. *Оцінка центральності.* На цьому етапі здійснюється визначення ключових вузлів за допомогою метрик, таких як степінь вузла (Degree

Centrality), міжпосередницька центральність (Betweenness Centrality), та власний вектор (Eigenvector Centrality).

3. *Виявлення спільнот.* Для виявлення спільнот використовуються алгоритми кластеризації, наприклад, Louvain, Girvan-Newman або спектральні методи.
4. *Етап візуалізації* для інтерактивного представлення графів для кращого розуміння структури та динаміки мереж.

Для різних задач аналізу соціальних мереж викорисовуються різні алгоритми. Розглянемо деякі з них.

Для оцінки важливості вузлів у мережі використовується **алгоритм PageRank**. PageRank – сімейство алгоритмів оцінки важливості вебсторінок за допомогою розв’язання систем лінійних рівнянь. Для кожної сторінки обчислює дійсне число, чим більше число, тим «важливіша» сторінка. Замість прямого підрахунку кількості покликань PageRank інтерпретує покликання сторінки А на сторінку Б як голос сторінки А на користь сторінки Б. Після цього PageRank оцінює рейтинг сторінки відповідно до кількості отриманих голосів. PageRank також враховує значимість кожної сторінки, що отримала голос, адже голоси деяких сторінок є важливішими, і відповідно до цього підвищується значущість сторінки, покликання на яку вони містять. Важливі сторінки отримують більш високу оцінку PageRank і відображаються на перших позиціях результатів пошуку. Для визначення значущості сторінки технологія Google використовує колективний інтелект всесвітньої мережі. Людина не бере участі в обробці результатів. Пошукова система Google не спотворює інформацію про позиції платою за результати пошуку. Наприклад, найбільший PageRank серед українських ресурсів має Українська Вікіпедія, у якої він дорівнює 8.

Серед алгоритмів виявлення спільнот виділимо такі як:

- Louvain – швидкий модульний алгоритм, орієнтований на великі мережі.
- Girvan-Newman – підхід, заснований на розриві зв’язків з високим значенням міжпосередницької центральності.

Одним із найпопулярніших підходів для виявлення спільнот у графах є **алгоритм Louvain**, який відомий своєю швидкістю, ефективністю та здатністю працювати з великими мережами. Алгоритм орієнтований на максимізацію модульності – міри, яка показує якість поділу графа на спільноти та залишається одним із найкращих виборів для розв’язання задач із великими графами завдяки своїй простоті та високій ефективності.

Алгоритм Louvain [1] складається з двох основних етапів, які повторюються ітеративно.

1. Локальна оптимізація модульності. Кожен вузол графа спочатку розглядається як окрема спільнота. Алгоритм перевіряє, чи збільшиться модульність, якщо вузол буде перенесений до сусідньої спільноти. Вузол

переміщується до тієї спільноти, яка забезпечує найбільше зростання модульності (або найменше зменшення). Цей процес повторюється, доки модульність не перестане зростати.

2. Агрегація (перекодування). Після оптимізації граф "спрощується": кожна спільнота стає окремим вузлом у новому графі. Вага ребер між новими вузлами дорівнює сумі ваг між вузлами відповідних спільнот. Далі алгоритм повторює локальну оптимізацію модульності вже для цього агрегованого графа. Процес завершується, коли модульність більше не може бути покращена.

Звичайно, як будь-який інший, алгоритм Louvain має як переваги:

1. *Швидкість.* Алгоритм здатний обробляти мережі з мільйонами вузлів і ребер. Його часова складність приблизно $O(n \cdot \log(n))$, де n – кількість вузлів.
2. *Висока модульність.* Louvain зазвичай знаходить поділ із високими значеннями модульності, що робить спільноти добре визначеними.
3. *Адаптивність.* Підтримує як зважені, так і незважені графи, дозволяючи аналізувати різноманітні типи даних,

так і недоліки:

1. *Розмиття на великих мережах.* У дуже великих графах може виникати "ефект масштабування", через який дрібні спільноти іноді об'єднуються в більші, що може не відповідати реальній структурі мережі.
2. *Рандомізація.* Робота алгоритму залежить від випадкового вибору початкового стану, що може призводити до різних результатів для одного й того ж графа.

Алгоритм Louvain часто використовується для таких завдань як: виявлення спільнот у соціальних мережах (наприклад, груп інтересів у Facebook, Instagram тощо); аналіз біологічних мереж; оптимізація інфраструктурних мереж (наприклад, енергетичних чи транспортних систем).

Для пошуку пов'язаних компонентів у мережі можна застосовувати алгоритми обходу графа такі як **DFS-обхід та BFS-обхід** [2].

Для виявлення складніших закономірностей застосовують **алгоритми на основі машинного навчання** – застосування кластеризації K-means або методів глибокого навчання.

Використання графових моделей дозволяє ефективно аналізувати соціальні мережі незалежно від їх розміру. Результати показують, що ключові вузли можуть значно впливати на розповсюдження інформації, а алгоритми кластеризації допомагають краще зрозуміти внутрішню структуру мережі. Водночас виникають виклики, пов'язані з масштабованістю та необхідністю оптимізації алгоритмів для великих даних.

Методи аналізу соціальних мереж із використанням теорії графів є ефективним інструментом для вивчення складних систем. Подальші дослідження можуть бути зосереджені на інтеграції методів машинного навчання для прогнозування поведінки мережі, аналізу емоційного забарвлення комунікацій та впливу ботів.

Список використаних джерел:

1. Томас Г.Кормен, Чарлз Е.Лейзерсон, Роналд Л.Рівест, Кліффорд Стайн. Вступ до алгоритмів. Переклад з англійської (третього видання). К.І.С., 2019. 1288 с.
2. Теорія графів. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Комп'ютерний моніторинг та геометричне моделювання процесів і систем» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»/ І.М. Кузьменко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 1,7 Мбайт). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 71 с.
3. Семенюк С.В. Соціальні мережі в інформаційному просторі: теорія і практика. Тернопіль: Джура, 2020.

The article discusses modern approaches to the analysis of social networks using graph models. Using graph theory makes it possible to identify central nodes, discover communities, and analyze network connectivity. The work describes algorithms focused on visualization, optimization and clustering of social structures.

Keywords: social networks, graph theory, algorithms, visualization, community detection.

УДК 004.94

Владислав НЕТЕЧА, здобувач вищої освіти

Оксана КУХ, асистент кафедри комп'ютерних наук

ОСНОВИ 3D-ГРАФІКИ У SKETCHUP

В статті розглянуто функціональні можливості редактора 3D графіки SKETCHUP. Розкрито прийоми роботи та особливості інтерфейсу.

Ключові слова: 3D графіка, моделювання, дизайн, проєктування.

SketchUp – програма для моделювання відносно простих тривимірних об'єктів будівель, меблів, інтер'єру. Для тих, хто ніколи не працював з тривимірною графікою, освоєння будь-якого 3D-редактора здається неймовірно складним. Програма SketchUp покликана позбавити вас від цього упередження. Незважаючи на те, що програма призначена для 3D-моделювання, в ній немає нічого такого, що було б незрозуміло звичайному користувачеві. Всі тривимірні моделі в цій програмі створюються на основі простих двовимірних фігур - лінії, дуги, прямокутника тощо. Потім, за допомогою інструменту «виштовхування» (Push/Pull), вони перетворюються в тривимірні. Таким чином, за лічені хвилини можна, наприклад, створити модель будинку, прибудувати до нього веранду і додати меблі. Програма поставляється з інтерактивними навчальними матеріалами, які спрощують її освоєння. Готовий проєкт можна зберегти у вигляді графічного файлу у власному форматі SketchUp.

У березні 2006 року була придбана компанією Google разом з невеликою фірмою Last Software. Саме після того, як розробники SketchUp створили модуль для експорту в Google Earth, компанія Google помітила програму і взяла її під своє крило. Завдяки цьому, на той час програма SketchUp поширювалася безкоштовно.

У квітні 2012 Google продав SketchUp компанії Trimble Navigation за 90 млн доларів. На даний час існують дві версії програми - безкоштовна, обмежена по функціональності SketchUp Make (насамперед щодо експортування в інші формати), і платна SketchUp Pro.

Інтерфейс SketchUp складається з керуючих елементів і функцій, покликаних зробити роботу користувача простою і зручною. Основними керуваними елементами є рядок меню, панелі інструментів та рядок стану (рис.1). Для відображення додаткових керуючих елементів потрібно скористатись меню «Window», а для налаштування панелей інструментів - «View - Toolbars» або клікнувши правою кнопкою мишки по існуючій панелі інструментів.

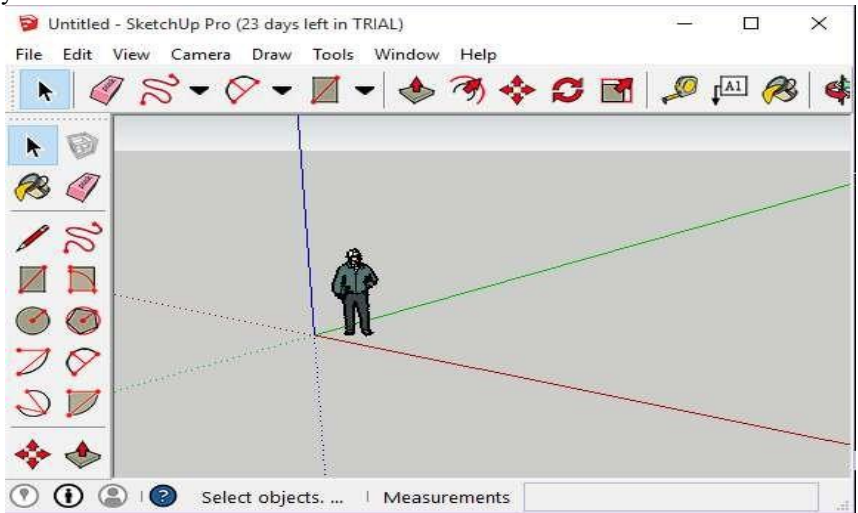
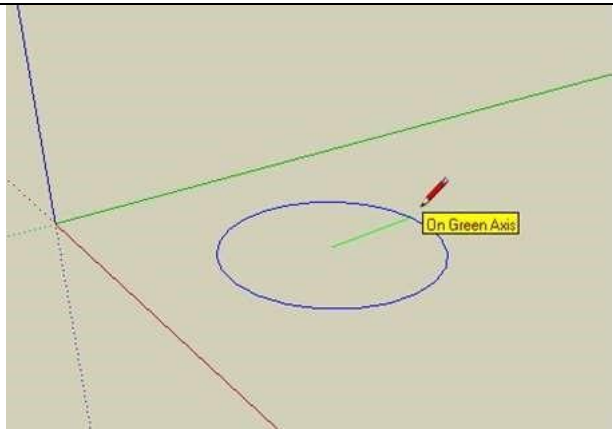


Рис. 1. Вікно інтерфейсу SketchUp

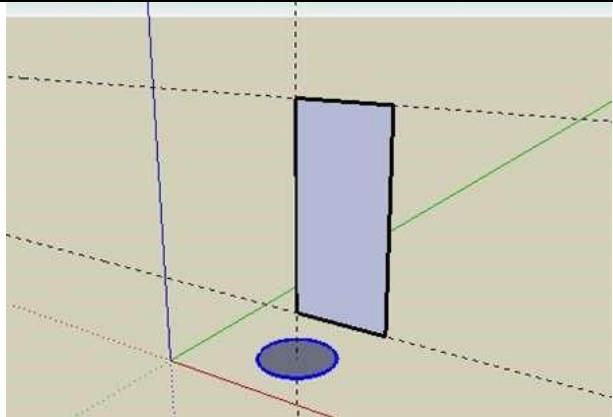
Розглянемо роботу інструментів редактора на прикладі створення глечика.

За допомогою інструменту  Follow Me, можна створювати кулю, конус, циліндр і більш складні фігури, за принципом повертання перетину навколо осі.

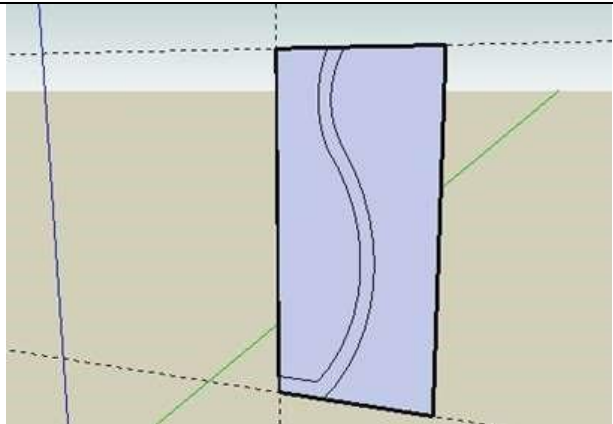
Спершу намалюємо шлях фігури обертання, це коло.



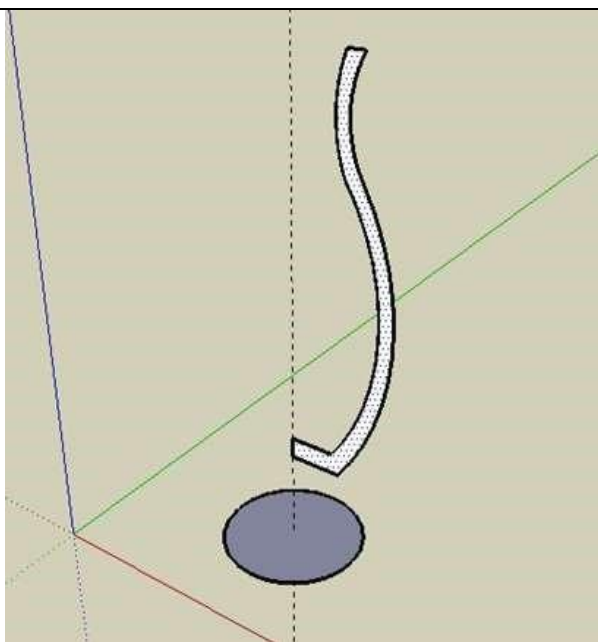
Після створення кола, поставимо вертикальну розмітку по центру. Додаємо горизонтальну розмітку і створимо допоміжну площину.



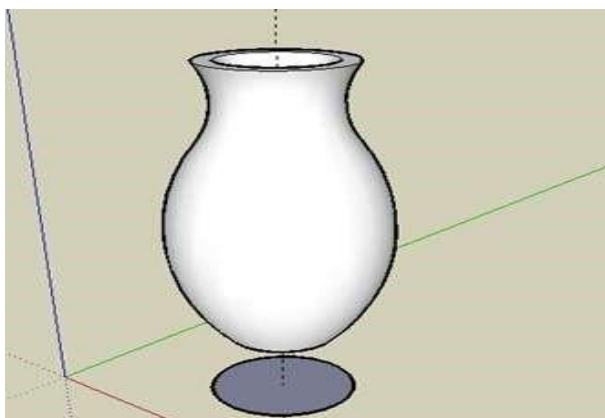
Намалюємо контур майбутньої фігури, точніше його половину. Варто стежити за тим, щоб контури були замкнутими. При замиканні контуру, його лінія стає тоншою.



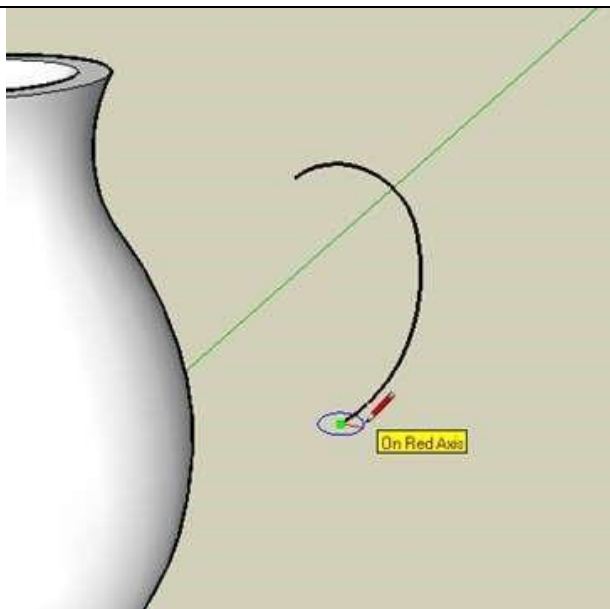
Витираємо все зайве,
залишивши лише вісь.



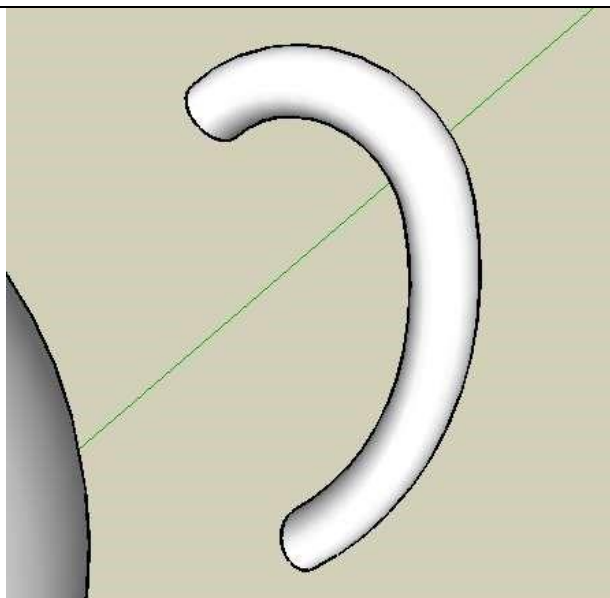
Виділяємо контур
кола. Обираємо
інструмент Follow Me
і клікаємо по контуру
гличика.



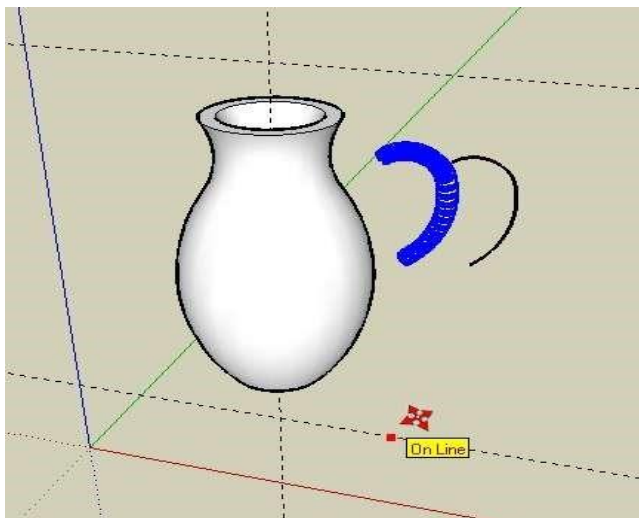
Для більшої схожості
додаємо ручку.
Малюємо контур
ручки та маленьке
коло.



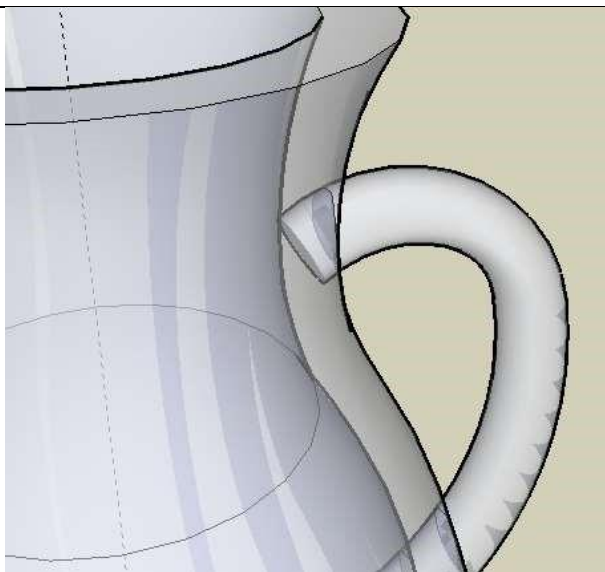
Виділяємо контур.
Обираємо інструмент
Follow Me і клікаємо
по маленькому колу..



Переміщуємо ручку до вази (це краще робити вздовж напрямної осі).



Ручка частково входить всередину глечика. Не знімаючи виділення, компонуємо ручку, скориставшись командою «Edit – Intersect Faces - With Model». У результаті в місцях сполучення з'являється контур - фігури зливаються. Щоб побачити та видалити внутрішні деталі можна скористатись командою «View - Face Style -X-ray».



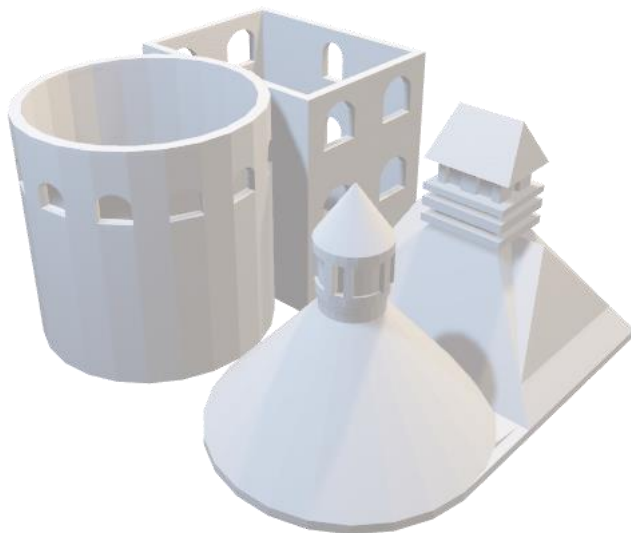


Рис. 2. Тривимірний об'єкт підготовлений до друку

Таким чином, SKETCHUP є потужним редактором 3D графіки призначеним для архітектурних і дизайнерських проєктів і може використовуватися в навчанні студентів. SKETCHUP має онлайн версію із 30-денним тріал доступом.

The article describes the functionality of the 3D graphics editor SKETCHUP. The working methods and features of the interface are revealed.

Keywords: 3D graphics, modeling, design, planning.

УДК 004.055.1

Богдан ПАВЛЮК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Віталій ІВАНЮК**, доктор технічних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

У статті розглядається застосування ланцюгових дробів для моделювання систем з розподіленими параметрами. Пропонується новий підхід до побудови математичних моделей таких систем, заснований на представленні передатних функцій у вигляді ланцюгових дробів. Детально описана процедура

апроксимації та реалізації отриманих моделей в середовищі Simulink. Проведені дослідження демонструють високу ефективність запропонованого методу для широкого класу систем. Отримані результати можуть бути використані для розробки нових алгоритмів управління та аналізу складних технічних систем.

Ключові слова: системи з розподіленими параметрами, ланцюгові дроби, моделювання, апроксимація, Simulink, автоматичне керування.

Зростаюча складність сучасних технічних систем вимагає розробки ефективних методів їх моделювання та аналізу. Особливо актуальним є дослідження систем з розподіленими параметрами, які широко зустрічаються в різних галузях науки і техніки. Поява потужних обчислювальних інструментів відкриває нові можливості для вирішення складних задач моделювання, проте виникає необхідність у розробці ефективних методів апроксимації складних функцій, які часто описують поведінку таких систем. Це пов'язано з тим, що точне моделювання таких систем є ключовим для їх оптимізації та управління, а також для забезпечення безпеки та надійності їх роботи [1, 2, 3, 4].

Мета дослідження полягає в розробці та аналізі ефективних підходів до моделювання систем з розподіленими параметрами шляхом подання моделей в структурному вигляді на основі апроксимаційних представлень вихідних моделей за допомогою ланцюгових дробів. Для досягнення поставлених цілей було здійснено комплексний аналіз наукової літератури, присвяченої моделюванню систем з розподіленими параметрами. У ході дослідження було детально розглянуто різноманітні методи моделювання, зокрема їх теоретичні основи та практичні аспекти застосування.

Розглянемо застосування розроблених методів ланцюгово-дробової апроксимації для імітаційного моделювання розподілених ланок, що описуються ірраціональними та трансцендентними передатними функціями [1].

Нехай маємо ланцюговий дріб, отриманий в результаті апроксимації:

$$G(s) \approx 1 + \frac{1}{a_1 + \frac{s}{a_2 + \frac{s}{a_n}}}$$

Обмежившись першими шістьма членами, отримаємо:

$$G(s) \approx 1 + \frac{1}{a_1 + \frac{s}{a_2 + \frac{s}{a_3 + \frac{s}{a_4 + \frac{s}{a_5 + \frac{s}{a_6}}}}}}$$

Цей ланцюговий дріб можна легко реалізувати у вигляді схеми в Simulink (рис. 1). Кожен член ланцюгового дроби відповідає послідовному з'єднанню

інтегратора та підсилювача з коефіцієнтом, оберненим до відповідного коефіцієнта a_i .

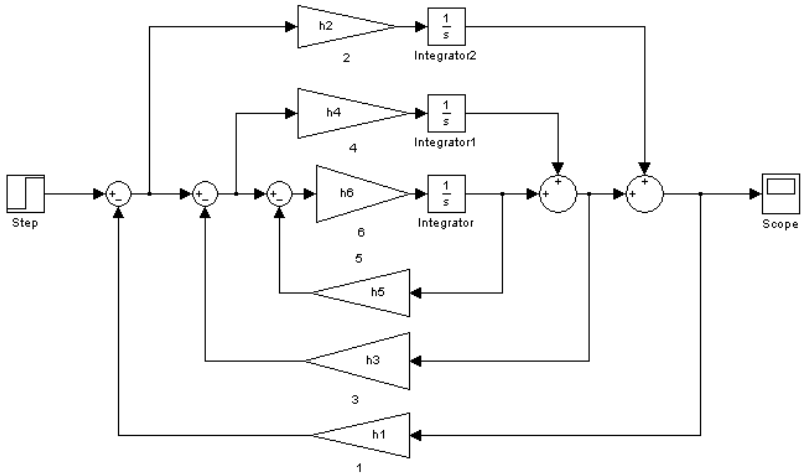


Рис. 1. Схема Simulink-моделі

Для передатної функції $G(s) = e^{(-as)}$ за умови дробово-раціональної апроксимації 32-го порядку отримано 64 коефіцієнти ланцюгового дробу:

$$h = [1, 1/a, -2, -3/a, 2, 5/a, \dots, 2, 61/a, -2, -63/a]$$

Для передатної функції $G(s) = \frac{1}{\sqrt{as+1}}$ коефіцієнти апроксимаційного ланцюгового дробу мають такий вигляд:

$$h = [a^{(1/2)}, 2*a^{(1/2)}, 2*a^{(1/2)}, \dots, 2*a^{(1/2)}]$$

Запропонований підхід до моделювання за допомогою ланцюгових дробів має низку переваг. По-перше, він забезпечує гнучкість, дозволяючи моделювати широкий спектр систем завдяки різноманітності можливих ланцюгових дробів. По-друге, реалізація таких моделей у середовищі Simulink є досить простою та масштабованою для будь-якого порядку апроксимації. І, нарешті, при достатньо високому порядку апроксимації можна досягти високої точності моделювання, що робить цей метод ефективним інструментом для дослідження та аналізу складних систем.

Проведене дослідження підтвердило високу ефективність використання ланцюгових дробів для апроксимації складних функцій, що описують динаміку систем з розподіленими параметрами. Отримані результати демонструють, що цей метод дозволяє будувати компактні та достатньо точні математичні моделі, які адекватно відображають поведінку реальних систем. Крім того, порівняльний аналіз з іншими методами апроксимації показав ряд переваг ланцюгових дробів,

таких як більш висока точність апроксимації, менша обчислювальна складність та можливість отримання структурних представлень для моделей. Це робить ланцюгові дроби перспективним інструментом для подальшого розвитку теорії і практики моделювання складних систем.

Список використаних джерел:

1. Верлань А. Ф., Федорчук В. А., Іванюк В. А. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія. Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. Кам'янець-Подільський, 2010. 204 с. ISBN: 978-966-643-057-4
2. Іванюк В. А., Тихоход В. О., Протасов С. О. Інтегральні моделі ірраціональних та трансцендентних ланок. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2011. Вип. 5. С. 101–109.
3. Федорчук В. А., Іванюк В. А. Сучасні проблеми комп'ютерного моделювання: навчально-методичний посібник. [Електронний ресурс]. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. 101 с. URL: <http://elar.kpnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/7548>. Дата звернення: 18.10.2024.
4. Верлань А. А., Федорчук В. А. Моделювання комп'ютерно-інтегрованих силових енергетичних установок: монографія. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. 296 с.

This article investigates the application of continued fractions for modeling systems with distributed parameters. A new approach to constructing mathematical models of such systems based on the representation of transfer functions as continued fractions is proposed. The approximation procedure and the implementation of the obtained models in the Simulink environment are described in detail. The conducted research demonstrates the high efficiency of the proposed method for a wide class of systems. The obtained results can be used to develop new control algorithms and analysis of complex technical systems.

Keywords: distributed parameter systems, continued fractions, modeling, approximation, Simulink, automatic control.

УДК 378.016:53(043.3)

Олег ПАНЧУК, кандидат педагогічних наук, доцент

ЗНАЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН БЕЗПЕКОВОГО ЦИКЛУ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ФАХІВЦЯ

В даній статті обґрунтовано значення дисциплін безпекового циклу для формування професійної компетентності майбутнього фахівця. Говорячи про

місце навчань з дисциплін без пекового циклу в системі освіти та їх мету, наголошуємо, що жодна людина не може без відповідної підготовки безпомилково виконувати свої функції в процесі праці, навчання та відпочинку.

Ключові слова: Безпекові дисципліни, безпека життєдіяльності, охорона праці, безпека людини.

Світовий досвід переконує, що з кожним роком збільшується кількість факторів, що негативно впливають на життя і здоров'я людини, на безпеку її життєдіяльності. Технічний прогрес постійно, мов тінь, супроводжують техногенні аварії та нещасні випадки. В більшості випадків вони створюються самою людиною: її діяльністю, негативним впливом на природу, науково-технічним прогресом. Біді ж краще запобігти, ніж боротися з її наслідками, часто трагічними. У зв'язку з бурхливим розвитком цивілізації зростає кількість комунікацій, транспорту, виникає небезпека антропогенних катастроф, аварій, а останнім часом й тероризму. Багато шкоди людям завдають небезпеки пов'язані з: електричним струмом, газовими та водопровідними комунікаціями, радіоактивними та електромагнітними джерелами випромінювань та ін. [1].

Безпека людини є невід'ємною складовою характеристикою стратегічного напрямку розвитку людства, що визначений ООН як «Сталий людський розвиток» – такий розвиток веде не тільки до економічного, а й до соціального, культурного, духовного зростання, що сприяє гуманізації менталітету громадян і збагаченню позитивного загальнолюдського досвіду [5].

Навчання з цивільного захисту, охорони праці та безпеки життєдіяльності – це освітній процес, що має за мету набуття досвіду, який сприяє корегуванню ставлення людини до власної безпеки та її оточення, розвиває її практичні навички для самозахисту в умовах зростаючого психологічного навантаження. Вивчення питань цивільного захисту, охорони праці та безпеки життєдіяльності – невід'ємна складова сучасної громадянської освіти у широкому розумінні цього поняття в усьому світі. Пріоритетним напрямком цієї діяльності вважається засвоєння певних знань і вмінь запобігання нещасним випадкам через формування активної соціальної позиції особи щодо її особистої безпеки та безпеки оточуючих.

Характерною рисою сучасного розвитку суспільства є зміна домінуючих видів людської діяльності в напрямку її ускладнення та підвищення рівнів безпеки людського життя. Це пов'язано з переходом людини від природних умов існування до принципово нових умов – життєдіяльності в техногенному середовищі. Сучасні темпи науково-технічного прогресу характеризуються не лише позитивними процесами, а в багатьох випадках мають суттєво негативні й небезпечні прояви [3].

Можемо констатувати, що останніми роками у всіх країнах з розвинутою економікою (США, Країни ЄС) особлива увага звертається на забезпечення підготовки фахівців в галузі аналізу ризику і управління безпекою. Складовими

цієї галузі є різноманітні науки про безпеку. У всьому світі пріоритетна увага приділяється вивченню дисциплін, пов'язаних з питаннями безпеки [2].

Вважаємо за потрібне наполягати на вивченні у вищих навчальних закладах України дисциплін: Цивільний захист, Безпека життєдіяльності, Основи охорони праці, Охорона праці в галузі. Їх вивчення залишити на рівні, запропонованому у кваліфіковано розроблених і затверджених ще у 2011 році МОН України відповідних навчальних програмах. Ці дисципліни мають входити до переліку нормативних навчальних. Навчання має мати обов'язково практичне спрямування. Основна частина навчального часу повинна відводитись на практично-лабораторні заняття та індивідуальні дослідження. Вивченням дисциплін повинно завершуватись складанням іспиту або диференційованого заліку, а не носити формальний характер. Питання цивільного захисту, безпеки життєдіяльності та охорони праці мають обов'язково включатись до всіх видів наукових досліджень, які проводяться у ВНЗ.

3 року в рік МОН України доручає школам, професійно-технічним та вищим навчальним закладам посилювати заходи з метою підготовки педагогічних працівників, учнів та студентів до дій в умовах загрози терористичних актів. Тому навчальні заклади мають вживати додаткових організаційних заходів щодо забезпечення належного рівня безпеки та здійснення контролю в місцях масового перебування людей. Також повинна забезпечуватись готовність закладів освіти, сил і засобів єдиної системи цивільного захисту до дій в умовах виникнення надзвичайних ситуації внаслідок терористичних актів з метою підвищення рівня захисту населення і територій у разі загрози виникнення надзвичайних ситуацій, пов'язаних із технологічними або іншими проявами терористичної діяльності, мінімізації та ліквідації наслідків таких ситуацій. У зв'язку з цим переконані, що вивчення дисциплін: «Цивільний захист», «Безпека життєдіяльності», «Охорона праці» є актуальним та має бути суттєво посилено.

Згідно концепції загальноосвітньої школи України, крім загальноосвітніх завдань, школа має вирішувати завдання: ознайомлювати учнів з основними факторами ризику; формувати вміння ідентифікувати їх та проводити відповідні заходи щодо їх усунення; вчити використовувати алгоритми поведінки в надзвичайних ситуаціях. Статистика нещасних випадків з учнями зі смертельними наслідками за останні роки підтверджує необхідність посилення роботи у напрямку посилення навчань з безпеки життєдіяльності. Розподіл нещасних випадків зі смертельними наслідками наразі значно вищий ніж ще декілька років тому. Найбільш поширеними причинами загибелі дітей наразі є необережне поводження з вибухонебезпечними речовинами, порушення вимог пожежної безпеки, інфекційні хвороби, утоплення та самогубства.

Говорячи про місце навчань з цивільного захисту та безпеки життєдіяльності в системі загальної середньої освіти та їх мету, наголошуємо, що жодна людина не може без відповідної підготовки безпомилково виконувати свої функції в процесі праці, навчання та відпочинку [4]. В Україні наразі

з'явилися нові фактори небезпек: терористична діяльність, підприємницька діяльність з кримінальними відхиленнями, прогресуючий наркобізнес, безробіття, відсутність реального правового захисту та ін. Але за останні роки в Україні, всупереч до загальносвітових тенденцій та практики організації освітнього процесу навіть у найближчих сусідів, з незрозумілих причин, системне вивчення питань, які пов'язані з цивільним захистом, безпекою життєдіяльності та охороною праці знищене. Питання, які раніше розглядалися в курсі «Основи безпеки життєдіяльності» загальноосвітніх закладів зараз розпорошені по цілій низці навчальних дисциплін («Основи здоров'я», «Я у світі», «Природознавство», «Захист Вітчизни», «Екологія», «Людина і світ» [4].

Формування в учнівській молоді культури безпеки життєдіяльності та цивільного захисту – процес відповідальний та багатоаспектний, цілями й завданнями якого є: навчання учнів та студентів різного віку розуміння структури, змісту і взаємозв'язків життєдіяльності людини на всіх етапах повсякденного життя; формування вмінь визначати чинники, причини і параметри виникнення надзвичайних ситуацій; ознайомлення з принципами і способами захисту від небезпечних ситуацій у повсякденному житті та у надзвичайних умовах; профілактика шкідливих звичок, своєчасне прийняття рішень щодо запобігання їм; формування розуміння критеріїв цінування здоров'я і життя як найважливішого, що є у людини, а також сталої мотиваційної установки на здоровий спосіб життя як провідної умови збереження здоров'я; ознайомлення з основними принципами, шляхами й методами збереження життя і зміцнення усіх складових здоров'я; навчання методам самооцінки і контролю стану і рівня здоров'я протягом усіх років навчання; навчання прогнозуванню результатів своєї небезпечної поведінки, нерационального користування природними ресурсами; навчання осмислення причинно-наслідкових зв'язків – через що трапляються людські жертви та матеріальні збитки; ознайомлення з юридичними законами щодо відповідальності за порушення правопорядку.

Список використаних джерел:

1. Безпека життєдіяльності (теоретичні основи): навчальний посібник / П.С. Атаманчук, В.В. Мендерецький, О.П. Панчук, О.Г. Чорна. К.: Центр учбової літератури, 2011. 276 с.
2. Безпека життєдіяльності та цивільний захист і методика її навчання / П.С.Атаманчук, В.В. Мендерецький, У.І. Недільська, О.П. Панчук, О.Г. Чорна. Кам'янець-Подільський: ТОВ «Друк-Сервіс», 2013. 244 с.
3. Охорона праці в галузі: навчальний посібник / П.С.Атаманчук, В.В.Мендерецький, О.П.Панчук, Р.М.Білик. К.: Центр учбової літератури, 2013. 322 с.
4. Кобилянський О. В. Практичні аспекти формування у працівників професійних компетенцій з охорони праці / О. В. Кобилянський, І. М. Кобилянська // Наукові записки Вінницького державного педагогічного

університету імені Михайла Коцюбинського. Серія : Педагогіка і психологія. 2013. Вип. 40. С. 215-220.

This article substantiates the importance of safety cycle disciplines for the formation of professional competence of a future specialist. Speaking about the place of training in safety cycle disciplines in the education system and their purpose, we emphasize that no person can perform their functions flawlessly in the process of work, study and recreation without appropriate training.

Keywords: *Safety disciplines, life safety, occupational safety, human safety.*

УДК 004.77

Дмитро ПАСТУШКОВ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Антон ФІЛАТОВ**, кандидат технічних наук

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ УПРАВЛІННЯ ПАРКУВАННЯМ НА ОСНОВІ МОБІЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

У статті розглянуто сучасні методи та засоби управління паркуванням з використанням мобільних технологій. Описано переваги мобільного застосунку для моніторингу та бронювання паркомісць у містах над традиційними методами пошуку паркувальних місць.

Ключові слова: *управління паркуванням, мобільні технології, моніторинг паркомісць, бронювання, економія часу.*

Проблема з паркуванням є актуальною для багатьох міст, і Кам'янець-Подільський не є винятком. У центральній частині міста, зокрема поблизу ринку, щодня утворюються транспортні затори через нестачу доступних паркомісць. Відсутність систем моніторингу вільних місць ускладнює паркування та змушує водіїв витратити час на пошук місця, що збільшує кількість поїздок і забруднює повітря [1]. Вирішення цієї проблеми за допомогою мобільного застосунку допоможе не тільки водіям швидше знаходити місця, але й оптимізувати використання паркомісць загалом.

Метою дослідження є розробка мобільного застосунку, який забезпечить водіїв інформацією про наявність вільних паркомісць, вартість та умови паркування у найближчих локаціях. Застосунок також надаватиме можливість бронювання місця заздалегідь, що стане важливим кроком для підвищення зручності користування міською транспортною інфраструктурою.

Основні завдання, які є пріоритетними [2]:

1. Оцінити ефективність використання мобільних технологій для управління паркуванням.
2. Розробити методи інтеграції застосунку з існуючою інфраструктурою паркування.

3. Дослідити доцільність впровадження електронних парко-бар'єрів для реалізації функції бронювання.

4. Розробити функціонал для мобільного застосунку, який дозволить переглядати інформацію про доступність місць у реальному часі та сплачувати за послуги в декілька кліків.

На сьогодні в багатьох містах активно впроваджуються системи інтелектуального паркування, що базуються на сенсорах, камерах та інших пристроях для моніторингу. У більшості випадків ці рішення є дорогими і потребують значних ресурсів для їхнього встановлення та обслуговування [3]. Тому мобільні застосунки, що працюють з інформацією про паркомісця та дають змогу бронювати їх у режимі реального часу, стають економічно доцільнішою альтернативою.

Запропонований мобільний застосунок для управління паркомісцями має низку переваг [4]:

1. *Швидкий доступ до інформації* – водії можуть переглянути доступні місця на карті та отримати інформацію про кількість вільних місць, їхню вартість та розташування.

2. *Бронювання* – функція бронювання надає можливість водіям заздалегідь резервувати місця, зменшуючи ймовірність нестачі паркомісця при прибутті.

3. *Оплата через додаток* – зручність мобільних платежів дає змогу користувачам сплачувати за паркування в декілька кліків, що знімає необхідність шукати контролера чи паркомат.

4. *Електронні парко-бар'єри* – система бронювання може бути додатково інтегрована з електронними бар'єрами, які блокуватимуть місце до прибуття зарезервованого автомобіля.

Основні переваги для міської інфраструктури:

1. *Зменшення заторів* – зменшення часу, необхідного на пошук місця, допоможе знизити кількість непотрібних переміщень автомобілів.

2. *Покращення екологічної ситуації* – зменшення кількості поїздок навколо районів із обмеженою кількістю місць для паркування сприятиме зниженню викидів.

3. *Економічна ефективність* – мобільне рішення дозволяє ефективно використовувати наявні ресурси без необхідності в значних інвестиціях у дорогі сенсорні або відеосистеми.

Отже, мобільний застосунок для управління паркуванням є ефективним інструментом для вирішення проблеми нестачі місць для паркування. З його допомогою водії матимуть змогу заощаджувати час на пошук місць, а також користуватися зручною функцією бронювання. Це дозволить значно покращити організацію транспортного потоку у містах, а також знизити негативний вплив транспорту на довкілля. Інтеграція таких рішень у невеликих містах, таких як Кам'янець-Подільський, стане прикладом ефективного використання сучасних технологій у повсякденному житті.

Список використаних джерел:

1. Вагомі підстави і принципи управління паркуванням. URL: [https://park4sump.eu/sites/default/files/2020-07/PARK4SUMP_reasons_15072020_UA_web.pdf].
2. Андрєєв В.І. Міське паркування та мобільні технології. Вісник транспортних наук. 2020. № 2. С. 45.
3. Кузьменко А.О. Оптимізація використання паркомісць у містах. Журнал інноваційних технологій. 2019. № 3. С. 112.
4. Петренко П.М. Технології управління міським транспортом. Харків: Наука і суспільство, 2021. С. 73.

The article discusses modern methods and means of parking management using mobile technologies. The advantages of a mobile application for monitoring and booking parking spaces in cities over traditional methods of finding parking spaces are described.

Keywords: *parking management, mobile technologies, parking lot monitoring, booking, time saving.*

УДК 004.8;004.02

Тетяна ПИЛИПЮК, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Тетяна ЄВТУШЕНКО, магістр з комп'ютерних наук та інформаційних технологій

ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Пропонована стаття присвячена одній з технологій обчислювального інтелекту – прогнозуванню на основі часових рядів.

Прогнозування на основі часових рядів здійснено за допомогою нейронної мережі типу багатошарового перцептрону з одним прихованим шаром, яка навчалася з використанням алгоритму зворотного поширення помилки. Для використання нейронної мережі попередньо здійснено масштабування вихідного часового ряду. Для дослідження створено та використано один часовий ряд, який містить середнє значення ціни за квадратний метр площі квартири первинного типу нерухомості по місту.

Проведено тестування та отримано результати прогнозування навченої нейронної мережі. Отримано оцінку роботи нейронної мережі.

Ключові слова: *обчислювальний інтелект, штучні нейронні мережі, прогнозування, навчання мережі, часовий ряд, помилка прогнозу, точність прогнозу.*

На сьогоднішній день існує безліч напрямків науки і техніки, які в значній мірі орієнтовані на розвиток систем, що аналізують інформацію.

Штучні нейронні мережі (ШНМ) широко застосовуються в різноманітних прикладних задачах, таких як стиснення даних, розпізнавання образів, оптимізація, аналіз даних, прогнозування, задачі управління та ін. [1] Одним з напрямів практичного застосування ШНМ є задачі прогнозування (курсу валют, споживання електроенергії, навантаження енергетичних систем, цін на ринку нерухомості, платоспроможності кредиторів тощо). ШНМ можуть застосовуватися для вирішення практично будь-якого роду задач, зокрема і за відсутності явної математичної моделі чи за нестачі даних для ефективного застосування статистичних чи інших методів. Так, Руденко О.Г. та Бодяньський Є.В. зазначають, що «...вибір і основа математичної моделі є центральним моментом прогнозування. На практиці ж нерідко виявляється, що внаслідок тих чи інших причин отримати математичну модель, яка адекватно відбиває властивості досліджуваного об'єкта, надзвичайно складно. І в цих випадках ефективним виявляється використання ШНМ» [4].

Прогнозування з допомогою ШНМ є актуальним ще й тому, що в сучасному світі все з більшою гостротою проявляється інтерес до якісного прогнозування фінансових ринків.

Будь-який вид прогнозування – це складне завдання, особливо там, де майбутнє є мінливим та непередбачуваним. В наш час ситуація мінлива та непередбачувана на багатьох ринках, тому, як правило, прогноз ґрунтується на виявленні прихованих закономірностей у накопичених даних, проводяться порівняння з фактичними цінами для підтвердження моделі.

Метод, який використовується для передбачення майбутніх значень даних на основі їх минулих значень – прогнозування на основі часових рядів – важлива технологія обчислювального інтелекту. Часові ряди – послідовність точок даних, розташованих у часі з певним інтервалом (щоденні ціни на акції, температури, економічні показники тощо).

Постановка задачі. Маємо задану n -ну кількість певних значень $\{y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n)\}$, які змінюються з часом t_1, t_2, \dots, t_n . Завданням прогнозування у разі буде прогнозування значення $y(t_{n+1})$ в майбутній час t_{n+1} .

Практична частина дослідження містить результати прогнозування продажів на регіональному ринку нерухомості, а саме цін на нерухомість новобудов у місті Кам'янець-Подільський. Основна мета процесу прогнозування – зменшити ризик під час прийняття рішень.

Основна частина. Прогнозування на основі часових рядів складається з наступних етапів:

- вибір користувачем довільного часового ряду з певною кількістю значень;
- розбивка даного ряду на множини;
- подання вибірок на вхід мережі.

В результаті на виході отримуємо значення часового ряду в потрібний момент часу.

Проведення попередньої обробки інформації підвищує якість прогнозу, тому ця процедура є необхідною. Найчастіше це масштабування значень для приведення їх у єдиний діапазон.

По суті вибірка є дискретною функцією, яка задана точками в інтервалі $[0, N]$ з кроком 1.

Попередня поведінка нейронної мережі дозволяє передбачити її майбутню реакцію при прогнозуванні, у цьому є її основна роль. Тобто за наявності інформації про значення змінної x у моменти, які передували даному прогнозуванню $x(k-1)$, $x(k-2)$, ..., $x(k-N)$, мережа здатна знайти найбільш ймовірне значення послідовності $x(k)$ в поточний час k . Фактична похибка прогнозування $\varepsilon = x(k) - \bar{x}(k)$ та значення цієї похибки у попередні моменти часу використовуються для адаптації вагових коефіцієнтів мережі [3].

Для прогнозування продажів на регіональному ринку нерухомості здійснюється прогнозування середнього значення ціни за квадратний метр площі квартири первинного типу нерухомості по місту на один день вперед. В цьому випадку оцінка мережі буде на основі помилкового прогнозу: чим менше помилки прогнозу, тим краще прогнозує мережа. Дані значення використовуватимуться як часовий ряд погодинних цін в гривнях за період з квітня по вересень 2024 р.

Для задачі прогнозування цін на нерухомість класифікація завдань запропонована у роботі [6]:

- ультракороткострокове прогнозування: до одного дня;
- короткострокове прогнозування: від одного дня до тижня;
- середньострокове прогнозування: від одного тижня до року;
- довгострокове прогнозування: більш ніж на рік вперед.

Для виконання прогнозування та одержання результатів використано програмний пакет Matlab.

Для дослідження створено та використано один часовий ряд, який містить середнє значення ціни за квадратний метр на первинну нерухомість (новобудови) у місті Кам'янець-Подільський.

Джерелом даних є інформаційний портал DIM.RIA, який кожен день аналізує динаміку цін на первинну нерухомість. DIM.RIA – український сайт з продажу та оренди всіх типів нерухомості від приватних осіб, забудовників та агентств нерухомості.

Часовий ряд цін ринку на добу вперед містять погодинні значення в гривнях за один квадратний метр за період з квітня по вересень 2024 р. На рис. 1 показано графік вартості за півроку в 2024 р. та для порівняння аналогічний графік за 2021 р. (рис. 2).

Вихідні дані містяться у файлі VOLUMES.mat, який нараховує 4797 значень, що подаються на вхід нейронної мережі. Значення містять три типи даних: дата, година, значення. Фрагмент коду, який виконує завантаження вихідних даних із файлу VOLUMES.mat та формування зразку вибору тестового періоду:

load volumes volumes;
Data = volumes;



Рис. 1. Графік середньої вартості за м² в Кам'янці-Подільському в 2024 р.
[\[https://dom.ria.com/uk/novostroyki/tseny-kamenets-podolskyi/\]](https://dom.ria.com/uk/novostroyki/tseny-kamenets-podolskyi/)

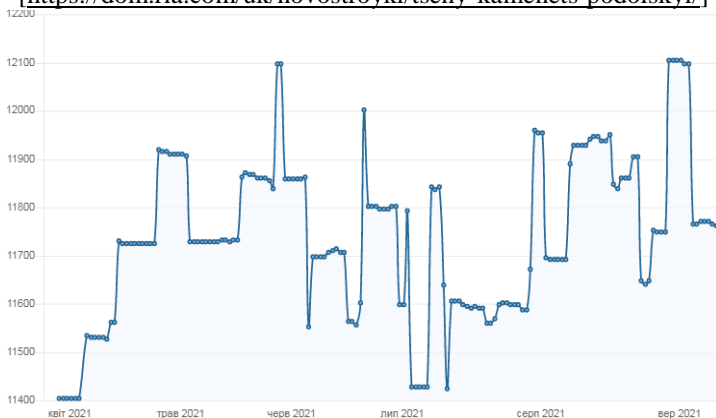


Рис. 2. Графік середньої вартості за м² в Кам'янці-Подільському в 2021 р. [2]

Будь-яка нейронна мережа на вході приймає числові значення і потім на виході видає також числові значення. Оскільки значення, які вважаються вихідними, завжди належать до чітко визначеної обмеженої області, а вся інформація має бути представлена у числовому вигляді, то для вирішення методами нейронних мереж реальних завдань потрібно виконати попередню обробку даних.

Усі числові значення мають бути перетворені на певний діапазон, що підходить для мережі. Нейронна мережа працює зі значеннями часових рядів від 0 до 1. Вихідні значення цін в масиві VOLUMES, звичайно, виходять далеко за цей діапазон. Для використання нейронної мережі необхідно попередньо здійснити масштабування вихідного часового ряду (рис. 3, 4):

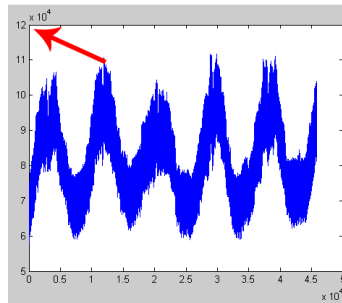


Рис. 3. Попередні значення від 10 000 до 13 000

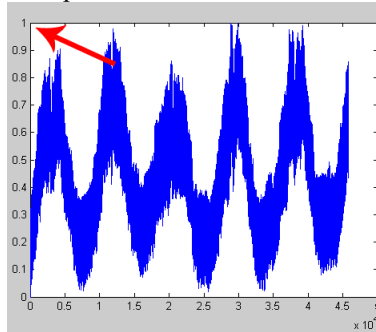


Рис. 4. Отримані після масштабування значення від 0 до 1

% Попередня обробка вихідних даних

% Масштабування даних: [min - max] -> [0 - 1]

Min = min(Data(:, 3));

Max = max(Data(:,3));

V = Min;

% Розмір зміщення

K = 1 / (Max - Min);

% Коефіцієнт масштабування

Data(:,4) = (Data(:,3) - V) * K; % Масштабування

Наступним етапом є вибір типу нейронної мережі. Для виконання поставлених завдань з прогнозування часового ряду вартості нерухомості обрано нейромережу типу багат шарового перцептрону з одним прихованим шаром.

Для прогнозування використано багат шаровий перцептрон 48-71-24 (48 нейронів вхідного шару, 72 нейрони схованого шару та 24 вихідних нейрони). На вхід нейронної мережі подається 48 значень середньої ціни за двос попередніх діб, прихований шар після кількох спроб став містити 72 нейрона, а на виході ми отримуємо 24 прогнозних значень на майбутню добу. При проведенні експериментів змінювалася кількість нейронів, що подається на вхід і кількість нейронів у прихованому шарі, щоб вибрати найкращу мережу з найменшою помилкою прогнозу.

Вагові коефіцієнти мережі повинні змінюватися, поки помилка навчання мережі не стане мінімальною. Варто зазначити, що стовідсоткової точності не можна досягти, тому що тією чи іншою мірою будуть присутні похибки.

Навчання мережі, тобто визначення ваг та зміщень для всіх нейронів, виконується на заданому періоді значень та містить 2184 значення часового ряду. Як тестовий обраний період з 01.07.2024 до 28.09.2024 – для перевірки точності прогнозування.

Створена нейронна мережа навчається дуже швидко: від 6 до 8 секунд. Аналіз результатів прогнозування у створеній нейронній мережі показує, що середні та максимальні похибки прогнозування ціни на добу вперед становлять:

$$MAPE \cong 1,6030\%$$

$$MAE = 198.047 \text{ грн/м}^2.$$

Помилка прогнозу – апостеріорна величина відхилення прогнозу від дійсного стану об'єкта. Якщо говорити про прогноз продажів, це показник відхилення фактичних продажів від прогнозу.

Серед усіх оцінок помилки прогнозування, що зустрічаються, варто відзначити дві, які в даний час, є найпопулярнішими: MAE і MAPE. Тому на останньому практичному кроці обчислюється значення помилки прогнозування часових рядів MAE та MAPE.

Середня абсолютна процентна помилка (Mean Absolute Percentage Error, MAPE) – критерій, заснований на обчисленні процентних відношень:

Нехай помилка є різниця:

$$e(t) = Z(t) - \hat{Z}(t), \quad (1)$$

де $Z(t)$ – фактичне значення часового ряду, $\hat{Z}(t)$ – прогнозоване.

Тоді формули для оцінок помилки прогнозування часових рядів N звітів можна записати в наступному вигляді:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|Z(t) - \hat{Z}(t)|}{Z(t)} \cdot 100\% \quad (2)$$

Точність прогнозу – поняття прямо протилежне до помилки прогнозування. Якщо помилка прогнозування велика, то точність мала й навпаки, якщо помилка прогнозування мала, то точність велика. По суті, оцінка помилки прогнозу MAPE є зворотною величиною до точності прогнозування.

Точність прогнозу у % = 100% – MAPE.

Величину точності оцінювати не прийнято, говорячи про прогнозування завжди оцінюють, тобто визначають значення саме помилки прогнозу, тобто величину MAPE та/або MAE. Проте слід розуміти, що MAPE = 5%, то точність прогнозування = 95%. При цьому величина MAPE є кількісною оцінкою саме помилки, і ця величина ясно говорить і про точність прогнозування, виходячи з наведеної вище простої формули. Отже, оцінюючи помилку, завжди оцінюємо точність прогнозу.


```

%Оцінка помилки прогнозування
for i = 1: length (Result);
    MAE(i,1) = abs(Result(i,3) - Result(i,2));
    MAPE(i,1) = abs(Result(i,3) - Result(i,2))/Result(i,3) * 100;
end
fprintf('Помилка прогнозування: MAPE = %g%%',mean(MAPE))
fprintf('\nПомилка прогнозування: MAE = %g GRN/M^2',mean(MAE))

```

У результаті короткострокового прогнозування середнього значення ціни за квадратний метр площі квартири первинного типу нерухомості по місту, отримали високу точність прогнозування – 98,4 % з похибкою 198,047 грн/м². Оцінка мережі визначалася на основі помилкового прогнозу: чим менша помилка прогнозу, тим краще прогнозує мережа. Вхідні значення для навчання мережі використовувалися як часовий ряд погодинних цін в гривнях за конкретний період.

Висновки. Прогнозування цін на житло регіонального ринку нерухомості здійснено на основі часових рядів. На даних публічної інформації обрано оптимальний тип нейронної мережі – багат шаровий перцептрон 48-71-24 з алгоритмом зворотного поширення помилки. Спроековано архітектуру нейронної мережі. Проведено навчання нейронної мережі з використанням підготовлених вхідних даних на основі цін продажів на регіональному ринку нерухомості, а саме цін на нерухомість новобудов у місті Кам'янець-Подільський. Проведено тестування та отримано результати прогнозування навченої нейронної мережі на основі зібраних вхідних даних. Отримано оцінку роботи нейронної мережі. Реалізація запропонованої моделі прогнозування за допомогою математичного пакета Matlab показала високу точність прогнозування. Виходячи з результатів дослідження, можна сказати, що навчання нейронної мережі дало високу точність прогнозування – 98,4 % з похибкою 198,047 грн/м².

На сьогодні є всі підстави говорити про досягнення успіхів нейронних мереж у вирішенні складних завдань як суто наукових, так й у сфері техніки, бізнесу, фінансів, медичної діагностики й інших галузей, пов'язаних з інтелектуальною діяльністю. Така мережа, натренована на певній множині даних, може провести узагальнення отриманої інформації і відтворити розрахунок з результатами на даних, які не використовувалися при її навчанні.

Прогнозування вартості житла – лише один з багатьох можливих варіантів завдань, які можуть бути виконані за допомогою штучних нейронних мереж.

Список використаних джерел:

1. Guo Y., Chen J., Du Q. Multi-way backpropagation for training compact deep neural networks // Neural Networks, 2020.
2. Євтушенко Т.А. Штучні нейронні мережі та їх застосування в задачах прогнозування цін на ринку нерухомості. URL: <http://elar.kpnu.edu.ua:8081/xmlui/bitstream/handle/123456789/6137/Yevtushenko-T.A.-KN1-M20-free.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

3. Мулеса, О., Снитюк, В. Є. Розробка еволюційного методу для прогнозування часових рядів. *Automation of Technological and Business Processes*, 2020, Том 12(3), С. 4-9.
4. Руденко О. Г., Бодяньський Є. В. Штучні нейронні мережі: Навч. посібник. Харків: ТОВ "Компанія СМІТ", 2006. 404 с.
5. Субботін С. О. Нейронні мережі: теорія та практика: навч. посіб. Житомир: Вид. О. О. Євенок, 2020. 184 с.
6. Ярошенко О.І. Нейронні мережі та їхнє використання для прогнозування тенденцій ринку нерухомості. Сучасні інформаційні технології та досвід їх використання в навчальному процесі: матер. Всеукр. школи-семінару. 2008. Том 27. С. 157-159.

The proposed article is devoted to one of the computational intelligence technologies - forecasting based on time series.

Forecasting based on time series is carried out using a multilayer perceptron-type neural network with one hidden layer, which was trained using the error backpropagation algorithm. To use the neural network, the initial time series is scaled beforehand. For the study, one time series was created and used, which contains the average value of the price per square meter of the area of an apartment of the primary type of real estate in the city.

Testing and prediction results of the trained neural network were obtained. An estimate of the neural network was obtained.

Keywords: *computational intelligence, artificial neural networks, forecasting, network learning, time series, forecast error, forecast accuracy.*

УДК 53 (07)

Олександр САВЧУК, здобувач вищої освіти

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

МЕТОД ПРОЄКТІВ В РЕАЛІЗАЦІЇ STEM ОСВІТИ З ФІЗИКИ НА ОСНОВІ ARDUINO ДЛЯ УЧНІВ 8-ГО КЛАСУ

В статті розкрито метод проєктів у навчанні фізики, що є одним із найпродуктивніших способів організації пізнавальної діяльності учнів. Його ефективність полягає у створенні умов, коли школярі не просто отримують знання, але й застосовують їх для вирішення конкретних проблем, близьких до реального життя.

Ключові слова: *метод проєктів, STEM освіта, фізика, Arduino.*

Метод проєктів є сучасним педагогічним підходом, який базується на активній діяльності учнів, спрямованій на розв'язання певної проблеми чи створення конкретного продукту. У контексті STEM-освіти цей метод допомагає об'єднати знання з різних дисциплін і сприяє формуванню таких ключових

компетентностей, як критичне мислення, командна робота, здатність до самостійного прийняття рішень і творчий підхід.

Мета статті розкрити можливості методу проєктів в реалізації STEM проєктів на основі Arduino з фізики для учнів 8-го класу. Сутність методу проєктів полягає у:

1. Постановці реальної задачі, яка вимагає інтеграції теоретичних знань і практичних умінь.

2. Виконанні завдання шляхом дослідження, експериментів, моделювання чи програмування.

3. Створенні продукту (моделі, програми, результатів експерименту), який має практичне застосування.

Застосування методу проєктів у навчанні фізики в основній школі дозволяє:

- поглибити розуміння учнями фундаментальних фізичних законів через їхнє практичне застосування;

- розвивати дослідницькі навички, навчаючи формулювати гіпотези, проводити експерименти й аналізувати результати;

- стимулювати зацікавленість учнів до вивчення фізики завдяки сучасним технологіям (Arduino, датчики, лазери тощо).

Уроки фізики, організовані за допомогою методу проєктів, сприяють формуванню в учнів цілісного уявлення про сучасний світ науки й технологій, інтегруючи фізику з іншими галузями знань.

Метод проєктів у навчанні фізики є одним із найпродуктивніших способів організації пізнавальної діяльності учнів. Його ефективність полягає у створенні умов, коли школярі не просто отримують знання, але й застосовують їх для вирішення конкретних проблем, близьких до реального життя.

Особливо цінним є застосування методу проєктів у STEM-освіті, де фізика виступає основою для інтеграції знань із математики, інформатики та інженерії. Завдяки цьому учні навчаються:

- розв'язувати прикладні задачі;
- співпрацювати в команді;
- планувати свою діяльність;
- мислити системно.

Метод проєктів у фізиці може реалізовуватися через:

1. **Мініпроєкти** – прості завдання на одне-два заняття (наприклад, побудова найпростішого електричного кола).

2. **Дослідницькі проєкти** – довготривалі дослідження конкретного фізичного явища (наприклад, аналіз закону Ома за допомогою експериментів).

3. **Інженерні проєкти** – створення моделей або пристроїв із використанням сучасних технологій, таких як платформи Arduino чи Raspberry Pi.

Проектна діяльність значно підвищує інтерес учнів до фізики, оскільки дозволяє їм побачити практичне застосування своїх знань.

Для прикладу, розглянемо проєкт. Електричні явища 8 – клас : "Дослідження залежності сили струму від часу під час заряджання конденсатора".

Мета проєкту: Ознайомити учнів із законами заряджання/розряджання конденсатора, використовуючи платформу Arduino для автоматизації вимірювань та побудови графіків залежностей.

Матеріали та обладнання: Плата Arduino Uno; Резистор (10 кОм); Конденсатор (100 мкФ); Модуль вимірювання напруги; Провідники, макетна плата; Комп'ютер із програмою Arduino IDE.

Хід виконання проєкту:

1. **Теоретична частина:** Учні вивчають основи роботи конденсатора, його заряджання та розряджання через резистор. Викладач пояснює формулу $Q=C \cdot U$, та графічну залежність $U(t)=U_0 \cdot (1-e^{-t/RC})$.

2. **Складання схеми:** Учні збирають схему на макетній платі відповідно до інструкції.

3. **Програмування Arduino:** Учні створюють скетч для плати Arduino, що виконує вимірювання напруги на конденсаторі з певними інтервалами часу. Приклад коду:

```
const int pinVoltage = A0; // Пін для вимірювання напруги
void setup() {
  Serial.begin(9600);
}
void loop() {
  int voltage = analogRead(pinVoltage);
  Serial.println(voltage);
  delay(100); // Інтервал між вимірюваннями
}
```

4. **Збір даних:** Дані з плати Arduino надсилаються на комп'ютер через послідовний порт і зберігаються у вигляді таблиці.

5. **Побудова графіка:** За допомогою програм Excel або Python учні будують графік залежності напруги від часу.

6. **Аналіз результатів:** Учні порівнюють експериментальні дані з теоретичною моделлю та роблять висновки про точність вимірювань і фактори, які впливають на результат.

Очікувані результати:

Графік залежності напруги від часу під час заряджання конденсатора;

Розуміння принципу роботи конденсатора та ролі резистора в електричних схемах;

Формування навичок роботи з Arduino та аналізу даних.

Висновок: Реалізація подібного проєкту дозволяє учням поєднувати теоретичні знання з фізики із практичним досвідом, формує вміння працювати з електронними компонентами та програмувати.

Проект 2. Теплові явища 8 клас. Дослідження закону охолодження Ньютона

Тема проекту: "Вивчення швидкості охолодження рідини за різних умов".

Мета проекту: Ознайомити учнів із законом охолодження Ньютона, використовуючи платформу Arduino для автоматизації вимірювань температури.

Матеріали та обладнання: Плата Arduino Uno; Датчик температури (DS18B20 або аналогічний); Резистор (4,7 кОм) для підключення датчика; Ємність із гарячою водою; Провідники, макетна плата; Комп'ютер із програмою Arduino IDE.

Хід виконання проекту:

1. **Теоретична частина:** Учні знайомляться із законом охолодження Ньютона: $T(t) = T_{\text{навк}} + (T_0 - T_{\text{навк}})e^{-kt}$, де $T(t)$ — температура тіла через час t , $T_{\text{навк}}$ — температура навколишнього середовища, T_0 — початкова температура, k — коефіцієнт охолодження.

2. **Збірка схеми:** Учні підключають датчик температури до плати Arduino та перевіряють його працездатність.

3. **Програмування Arduino:** Учні створюють скетч для зчитування даних температури через датчик. Наприклад:

```
#include <OneWire.h>
#include <DallasTemperature.h>
const int ONE_WIRE_BUS = 2; // Пін для датчика температури
OneWire oneWire(ONE_WIRE_BUS);
DallasTemperature sensors(&oneWire);
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  sensors.begin();
}
void loop() {
  sensors.requestTemperatures();
  float temperature = sensors.getTempCByIndex(0);
  Serial.println(temperature);
  delay(1000);
}
```

4. **Експеримент:** Учні нагрівають воду в ємності, занурюють у неї датчик температури та починають записувати дані про зміну температури з часом.

5. **Побудова графіка:** Дані про температуру обробляються у програмі Excel або Python для побудови графіка залежності температури від часу.

6. **Аналіз результатів:** Учні обчислюють коефіцієнт k , оцінюють вплив зовнішніх факторів (вологість, вентиляція) та роблять висновки про адекватність моделі Ньютона для реальних систем.

Висновки. Вважаємо, що запропонований підхід реалізує технологію STEM у вивченні фізики учнями 8 класу.

Список використаних джерел:

1. Балик Н. Р. Підходи та особливості сучасної STEM-освіти / Н. Р. Балик, Г. П. Шмигер // Фізико-математична освіта: науковий журнал. 2017. Випуск 2 (12).
2. Бобров В. І. "Методика використання датчиків у фізичному експерименті". Фізика в школі, 2019, №2.
3. Воронцов А. В. STEM-освіта: основи, перспективи, методи. Київ: Освіта, 2020.

The article reveals the project method in teaching physics, which is one of the most productive ways to organize students' cognitive activity. Its effectiveness lies in creating conditions where students not only gain knowledge, but also apply it to solve specific problems close to real life.

Keywords: *project method, STEM education, physics, Arduino.*

УДК 371.26:51(373.5).

Юрій СМОРЖЕВСЬКИЙ, кандидат педагогічних наук, доцент
Наталія ДУДІНА, викладач
Лілія МЕЛЬНИК, викладач

ФОРМУВАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

У роботі розкрито суть формувального оцінювання на уроках математики, викладено способи забезпечення найкращої можливої індивідуальної підтримки здобувачів освіти для розкриття компетентностей, закріплених в освітніх стандартах, здійснено огляд інтернет-ресурсів, призначених для проведення формувального оцінювання.

Ключові слова: *математика, формувальне оцінювання, здобувачі освіти.*

У зв'язку з необхідністю інтеграції України у світовий освітній простір є потреба до постійного вдосконалення національної системи освіти, апробації та впровадження інноваційних педагогічних систем. Широко обговорюється важливість створення нових підходів саме до діагностики освітнього процесу. Відповідно до Національної стратегії розвитку освіти в Україні головним завданням, що стоїть перед сучасною освітою, є запровадження освітніх інновацій та інформаційних педагогічних технологій, які забезпечують удосконалення освітнього процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку здобувачів освіти до життєдіяльності в сучасному інформаційному суспільстві [1].

Модернізована освітня система переживає період, коли має здійснюватися рішучий поворот педагогічного процесу до особистості здобувача освіти, що, в

свою чергу, потребує змін і змісту самої освіти, яка має бути спрямованою на формування особистості нового типу, яка має розвинену самосвідомість, громадянські якості, критичне мислення, стійку систему мотивації, підвищену самооцінку, спрямованість на саморозвиток.

У традиційній методиці навчання здобувачів освіти, оцінювання відіграє здебільшого роль показника рівня навчальних досягнень. При впровадженні компетентнісного підходу до навчання завданнями, оцінювання здобувачів освіти має стати не лише засобом діагностики рівня знань та опанованих умінь та навичок, а й засобом відслідковування процесу просування здобувачів освіти до визначених навчальних цілей. Впровадження формувального оцінювання допомагає учителю у коригуванні навчального процесу на початкових етапах, а учневі – усвідомити більшу ступінь відповідальності за результати своєї освіти [2].

Формувальне оцінювання – це оцінювання під час навчання і “для навчання” (англ. – “*assessment for learning*”). “Формувальне” – тому що, на відміну від підсумкового, має на меті формування навчального процесу з урахуванням навчальних потреб кожного здобувача освіти задля більш ефективного формування необхідних знань, умінь та ставлень.

Формувальне оцінювання є однією з найефективніших досліджених стратегій підвищення рівня навчальних досягнень здобувачів освіти за висновками міжнародних науковців та експертів.

На системному рівні послідовне впровадження й застосування формувального оцінювання сприяє рівному доступу до якісної освіти, оскільки допомагає здобувачам освіти, незалежно від їхнього соціально-економічного статусу, досягати кращих результатів навчання. Цей різновид оцінювання розвиває у здобувачів освіти вміння вчитися, а отже – сприяє реалізації ціннісного орієнтуру щодо навчання протягом життя. Педагоги, які застосовують техніки формувального оцінювання, виявляються краще підготовленими до індивідуалізації навчання відповідно до потреб здобувачів.

Впровадження технології формувального оцінювання на уроках математики може дозволити усунути негативні аспекти у навчанні, сприяючи індивідуалізації освітнього процесу, підвищенню навчальної мотивації і самостійності здобувачів освіти на уроках і під час самостійної роботи.

Метою формувального оцінювання на уроках математики є коригування напрямків діяльності вчителя і здобувачів освіти в освітньому процесі на основі проміжних результатів навчання [6].

Недоліки формувального методу оцінювання:

- забирає багато часу при підготовці до уроку;
- немає готових алгоритмів, критеріїв оцінювання (все залежить від творчої роботи викладача);
- інколи не зовсім зрозуміла здобувачам освіти та їх батькам

Переваги формувального методу оцінювання:

- орієнтує на кожного здобувача освіти;

- мотивує до навчання;
- вчить здобувача освіти ставити цілі;
- відсутній страх поганої оцінки.

Отже, розгляд процесу і функцій оцінювання навчальних досягнень здобувачів освіти, вимог до нього; розробка методів, форм, педагогічних умов організації навчальної діяльності, які сприяють формуванню оціночної самостійності здобувачів освіти; розкриття послідовності процедур, які забезпечують самооцінку освітньої діяльності здобувача освіти - є актуальною проблематикою педагогічної практики викладача.

1. Методи застосування формувального оцінювання здобувачів освіти.

Застосовується п'ять стратегій, що лежать в основі ефективного формувального оцінювання здобувачів освіти [4].

- 1) Прозорі цілі навчання та критерії оцінювання.
- 2) Визначення результатів навчального процесу.
- 3) Самооцінка.
- 4) Взаємооцінка.
- 5) Зворотній зв'язок (взаємодія).

Згідно з дослідженнями, ефективний зворотній зв'язок має 5 важливих характеристик:

- Спрямовує увагу на прогнозування навчання, вказуючи на сильні сторони здобувачів освіти та пропонуючи конкретні кроки для вдосконалення.

- Відбувається безпосередньо під час навчання, до виставлення бала. Тобто тоді, коли ще є час щось удосконалити.

- Стосується часткового розуміння. Якщо робота здобувача освіти не демонструє хоча б часткового розуміння поняття чи процесу — зворотний зв'язок не є ефективним. У такому випадку треба здобувача освіти навчати й тренувати.

- Ефективний зворотний зв'язок не замінює самостійного мислення здобувачів освіти. Їм не доводиться аналізувати, якщо викладач сам усе пояснює, а це шкодить процесу навчання.

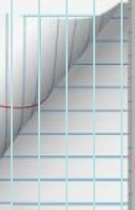
- Зворотний зв'язок має бути обмеженим. За один раз варто давати здобувачу освіти стільки інформації, скільки він може опанувати, проаналізувати та виправити.

2. Застосування формувального оцінювання на уроці математики.

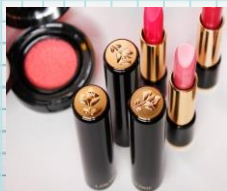
Для кращого засвоєння матеріалу, вище приведені стратегії формувального оцінювання здобувачів освіти успішно опрацьовані та впроваджені у наступний урок математики з теми: «Тіла обертання».

В першу чергу, задля мотивації навчальної діяльності було важливим показати можливість практичного застосування даного матеріалу в повсякденному житті та у майбутній професії.

Циліндри навколо нас



Циліндри навколо нас



Для практичного застосування знань та задля необхідності показати учням важливість даної теми у повсякденному житті та у їх майбутній професії було використано тіла обертання, взяті із робочої практики технологів.

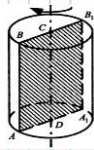
Типові задачі

1) Є дві циліндричні каструлі. Одна вузька і висока, а друга вдвічі нижча, але вдвічі ширша. Яка з каструль має більшу



• Задача 2

Осьовим перерізом циліндра є квадрат, площа якого дорівнює 64 см^2 . Знайдіть площу основи циліндра.



Дано: циліндр, ABB_1A_1 - осьовий переріз;

ABB_1A_1 - квадрат; $S_{ABB_1A_1} = 64 \text{ см}^2$.

Знайти: $S_{\text{осн. циліндра}}$ -?

Розв'язання:

$$S_{\text{каструля}} = a^2; S_{ABB_1A_1} = 64 \text{ см}^2 = a^2;$$

$$a^2 = 64; a = 8 \text{ см. Отже, } AA_1 = 8 \text{ см. } AA_1 = 2AD = 2r; r = 4 \text{ см.}$$

$$S_{\text{осн. циліндра}} = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi (\text{см}^2).$$

$$\text{Відповідь: } S_{\text{осн. циліндра}} = 16\pi (\text{см}^2).$$

Для підведення підсумків уроку виділяється 5-7 хвилин на вправу «Рефлексія».

Це своєрідне підбиття підсумків навчальної діяльності здобувачів освіти, самоаналіз, що дозволяє зафіксувати досягнутий результат і оцінити свою роботу. Цей спосіб дає зрозуміти, наскільки засвоєний матеріал уроку.

Запропоновані фрази, які здобувачі освіти мають закінчити:

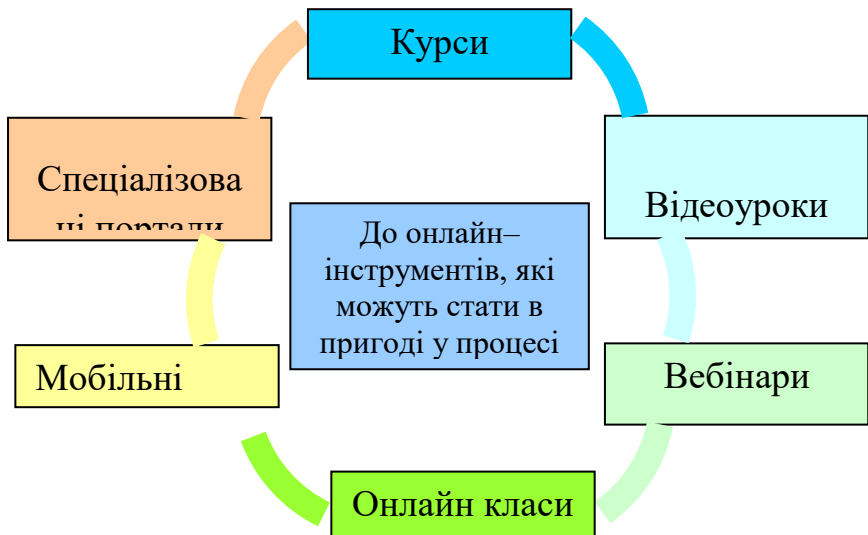
- я познайомився з ...
- було непросто ...
- я домігся ...
- в мене вийшло ...
- хотілося б ...
- мені запам'яталось ...
- я спробую ...

Також здобувачам освіти запропоновано дати відповідь на питання, чи є важливим вивчення даної теми для їхньої майбутньої професії.

В результаті такої рефлексії здобувачі освіти самі оцінюють внесок у те, наскільки продуктивним вийшов урок, відзначають його цікаві моменти і продуктивність. Викладач же матиме змогу оцінити ступінь засвоєння матеріалу уроку здобувачами освіти та знатиме про необхідність можливих коректив до плану уроку.

3. Використання інтернет – ресурсів для реалізації формульованого оцінювання.

В сучасних умовах викладачі мають змогу користуватись низкою інтернет -ресурсів для підвищення ефективності навчання та успішного застосування концепції формульованого оцінювання.



Очікувані результати застосування формувального оцінювання:

1. Забезпечення засвоєння стандарту освіти всіма здобувачами освіти в найбільш комфортних для кожного умовах;
2. Максимальне наближення кожного здобувача освіти до запланованого ним результату у випадку, якщо результат виходить за рамки стандарту;
3. Формування оцінної самостійності здобувачів освіти;
4. Формування адекватної самооцінки;
5. Забезпечення кращого взаєморозуміння між викладачем та здобувачами освіти.

Основний принцип педагогічних дій – сприяти розвитку здобувачів освіти. Для досягнення навчальної самостійності, ініціативності та відповідальності особливе значення має контроль-оціночна самостійність здобувача освіти, тобто вміння самостійно контролювати і оцінювати свою діяльність та діяльність своїх одногрупників, встановлювати і усувати причини виникаючих труднощів при навчанні. Ці вміння можливо сформувати, якщо використовувати в повсякденній практиці формувальне оцінювання, при якому:

- викладач регулярно забезпечує зворотний зв'язок, надаючи здобувачам освіти коментарі, зауваження з приводу їхньої діяльності;
- здобувачі освіти беруть активну участь в організації процесу власного навчання;
- викладач коригує методи і прийоми навчання в залежності від зміни результатів навчання;
- викладач усвідомлює, що оцінювання виключно за допомогою балів різко знижує мотивацію і самооцінку здобувачів освіти;
- викладач усвідомлює необхідність навчити здобувачів освіти принципам самооцінки і способам покращення власних результатів.

Отже, цінність формувального оцінювання в тому, що воно підвищує мотивацію, розвиває вміння вчитися та допомагає здобувачам освіти досягати кращих результатів навчання.

Список використаних джерел:

1. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/images/files/news/12/05/4455.pdf>.].
2. Національна доктрина розвитку освіти України XXI століття. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.univd.edu.ua/index.php?id=99&>
3. Концепції Державної цільової соціальної програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1720-2010-%D1%80>.
4. Державний стандарт базової і повної середньої освіти. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-%D0%BF>

5. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів (вихованців) у системі загальної середньої освіти. [Електронний ресурс] – Режим доступу <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z0566-1>
6. Дементієвська Н. П. Формуюче оцінювання в курсі з допрофільної підготовки за програмою Intel «Шлях до успіху». Режим доступу: <https://core.ac.uk/download/pdf/32306757.pdf>.

The work reveals the essence of formative assessment in mathematics lessons, outlines ways to provide the best possible individual support for students of education to reveal the competencies enshrined in educational standards, and reviews Internet resources intended for conducting formative assessment.

Keywords: *mathematics, formative assessment, students of education.*

УДК 517.5

Віктор СОРИЧ, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Богдан ПАВЛЮК, здобувач вищої освіти

СУМІСНЕ НАБЛИЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Досліджена асимптотична при $n \rightarrow \infty$ поведінка сумісного наближення сумами Фур'є функції $f(\cdot)$ та її (α_i, β_i) – похідних $f_{\beta_i}^{\alpha_i}(\cdot)$, які допускають аналітичне продовження до функцій, аналітичних в смузі фіксованої ширини.

Розв'язана задача Колмогорова- Нікольського на класі $(\bar{q}_i - \text{інтегралів})$ Пуассона сумісного наближення функцій та їх похідних сумами Фур'є в рівномірній метриці.

Ключові слова: *сумісне наближення, лінійний метод наближення, класи, інтеграли Пуассона.*

Нехай L - простір сумовних 2π - періодичних функцій $f(\cdot)$ з нормою

$$\|\varphi(\cdot)\|_{L_1} = \|\varphi(\cdot)\|_L = \|\varphi(\cdot)\|_1 = \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)| dt, \quad \text{ряд Фур'є якої}$$

$$S[f] = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k(f; x) \quad (1)$$

де $a_k(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos kt dt$, $b_k(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin kt dt$, (2) коефіцієнти Фур'є функції $f(x)$.

Через L_p , $1 \leq p \leq \infty$, як зазвичай прийнято, позначимо простори функцій $f(\cdot) \in L$ із скінченними нормами $\|f(\cdot)\|_p$, де при $p \in [1; \infty[$

$$\|f(\cdot)\|_p = \|f(\cdot)\|_{L_p} = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^p dt \right)^{1/p}, \quad (3)$$

так, що $L_1 = L$, а при $p = \infty$

$$\|f(\cdot)\|_{\infty} = \|f(\cdot)\|_{L_{\infty}} = \text{ess sup}_t |f(t)|, \dots\dots (4)$$

C - простір неперервних 2π – періодичних функцій $f(\cdot)$ з нормою

$$\|f(\cdot)\|_C = \max_t |f(\cdot)|. \quad (5)$$

Інтегралом Пуассона функції $\varphi(\cdot) \in L$ називають функцію $f(\cdot)$, яку можна записати у вигляді (див., напр., [2])

$$f(x) = I_{\beta}^q(\varphi; x) = \frac{\alpha_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x-t) P_{\beta}^q(t) dt, \quad (6)$$

де $P_{\beta}^q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos\left(kt + \frac{\beta\pi}{2}\right)$ ядро Пуассона з параметрами $q \in (0; 1)$ і $\beta \in \mathbb{R}$, $\varphi(\cdot) \perp 1$.

Множину всіх функцій, що подаються у вигляді (3) при $\varphi(\cdot) \in L$ позначимо через L_{β}^q , а підмножину неперервних функцій із L_{β}^q через C_{β}^q .

Нехай $f(\cdot) \in L$, а ряд (1) – є її рядом Фур’є. Нехай $\psi = \psi(k)$, $\bar{\beta} = \beta_k$, $k \in \mathbb{N}$ – довільні числові послідовності. Якщо ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)} \left[a_k(f) \cos\left(kx + \frac{\beta_k\pi}{2}\right) + b_k(f) \sin\left(kx + \frac{\beta_k\pi}{2}\right) \right] \quad (7)$$

є рядом Фур’є деякої сумовної функції $f_{\bar{\beta}}^{\psi}(\cdot)$, то її називають $(\psi, \bar{\beta})$ – похідною функції $f(\cdot)$. Множину усіх функцій із L , для яких існують $(\psi, \bar{\beta})$ похідні, позначають через $L_{\bar{\beta}}^{\psi}$. Якщо ж $f(\cdot) \in L_{\bar{\beta}}^{\psi}$ і, крім цього, $f_{\bar{\beta}}^{\psi}(\cdot) \in \mathfrak{R} \subset L^0$, де $L^0 =$

$\{f(\cdot): f(\cdot) \in L, f \perp 1\}$, то покладають, що $f(\cdot) \in L_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R}$. У випадку, коли $\beta_k = \beta$, $\beta \in \mathbb{R}$, $(\psi, \bar{\beta})$ – похідна $f_{\bar{\beta}}^{\psi}(\cdot)$ позначається через $f_{\beta}^{\psi}(\cdot)$, а відповідно множини $L_{\bar{\beta}}^{\psi}$ і $L_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R}$ через L_{β}^{ψ} та $L_{\beta}^{\psi} \mathfrak{R}$. Крім того, позначають $C_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R} = C \cap L_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R}$. Відносно інтеграла Пуассона $I_{\beta}^q(\varphi; x) = \frac{\alpha_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x-t) P_{\beta}^q(t) dt$, то функцію $\varphi(\cdot)$ у рівності (6) (частковий випадок інтеграла $I_{\beta}^q(\varphi; x)$) називають (q, β) - інтегралом функції $\varphi(\cdot)$. Отже, якщо $\varphi(\cdot) \in (q, \beta)$ – похідною функції $f(\cdot)$, то $f(\cdot) \in (q, \beta)$ – інтегралом функції $\varphi(\cdot)$.

Через D_q ($0 \leq q < 1$) позначимо множину послідовностей $\psi(k)$, для яких

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi(k+1)}{\psi(k)} = q. \quad (8)$$

Якщо параметр $\psi(k)$ задовольняє умову (8) ($\psi \in D_q$) при деякому $q \in [0; 1[$ (див., напр., [1]), то такі класи $C_{\beta}^{\psi} \mathfrak{R}$ складаються з 2π -періодичних функцій, які допускають регулярне продовження у смугу $|Im z| \leq \ln \frac{1}{q}$ комплексної площини.

Важливим прикладом ядер, що породжують класи $L_{\beta}^{\psi} \mathfrak{R} \in$ ядра Пуассона ($\psi(k) = q^k$, $q \in (0; 1)$, $\beta \in \mathbb{R}$). Для них $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{q^{k+1}}{q^k} = q$. Нехай, далі, $\psi_1(k)$, $\psi_2(k)$ – числові послідовності. Якщо для функції $f(\cdot)$ тригонометричний ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi_1(k) A_k(f; x) + \psi_2(k) \tilde{A}_k(f; x)), \quad (9)$$

де $\tilde{A}_k(f; x) = a_k \cos kx + b_k \sin kx$ є рядом Фур'є деякої функції $\Phi(x)$, то $\Phi(x)$ згідно Степанцю (див., напр., [2]), називають $\bar{\psi}$ – інтегралом функції $f(\cdot)$ та позначають $\Phi(x) = I^{\bar{\psi}}(f; x)$. При цьому саму функцію $f(\cdot)$ називають $\bar{\psi}$ – похідною функції $\Phi(\cdot)$ та записують $f(\cdot) = \Phi^{\bar{\psi}}$. Очевидно, що довільна $(\psi, \bar{\beta})$ – похідна функції $f(\cdot) \in L$ є і $\bar{\psi}$ – похідною, якщо система чисел $\psi_1(k)$ і $\psi_2(k)$ підібрано у відповідності з рівностями

$$\psi_1(k) = \psi(k) \cos \frac{\beta_k \pi}{2}, \quad \psi_2(k) = \psi(k) \sin \frac{\beta_k \pi}{2}, \quad (10)$$

і довільна $\bar{\psi}$ – похідна є $(\psi, \bar{\beta})$ – похідною, якщо параметри $\psi(k)$ і $\beta(k)$ вибрати у відповідності до формул

$$\psi(k) = \sqrt{(\psi_1^2(k) + \psi_2^2(k))}, \quad \cos \frac{\beta_k \pi}{2} = \frac{\psi_1(k)}{\psi(k)}, \quad \sin \frac{\beta_k \pi}{2} = \frac{\psi_2(k)}{\psi(k)}. \quad (11)$$

В даній роботі досліджується асимптотична поведінка при $n \rightarrow \infty$ величини

$$\varepsilon_{n,m} \left(C_{\beta,p}^q \right)_c = \sup_{f(\cdot) \in C_{\beta,p}^q} \left\| \sum_{i=1}^m q_i^n \left(f_{\beta_i}^{(q_i)}(x) - S_{n-1} \left(f_{\beta_i}^{(q_i)}; x \right) \right) \right\|_c, \quad (12)$$

що характеризує сумісне наближення лінійних комбінацій класів аналітичних функцій сумами Фур'є в рівномірній метриці. При цьому вважається, що числа

q_i підпорядковані умові: $0 < q < q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_m \leq 1$, а параметри $\beta, \beta_i \in \mathbb{R}$. Через $F(x) = \sum_{i=1}^m q_i^n f_{\beta_i}^{(q_i)}(x)$ позначимо лінійну комбінацію, яка присутня в постановці задачі, а, крім цього, $f_{\beta_i}^{(q_i)}(\cdot)$ - похідна порядку (q_i, β_i) функції $f(\cdot)$ в розумінні О.І. Степанця.

Центральним результатом роботи є теорема, у якій знайдено асимптотичні формули для величини $\mathcal{E}_{n,m}(C_{\beta,p}^q)_C$ при довільних значеннях параметрів $p, 1 \leq p \leq \infty$, що визначає відповідний нормований простір.

При $p = \infty$, зокрема, асимптотичні формули для величини вигляду (12) були одержані у роботі [3], а для випадку кількості доданків лінійної комбінації $m = 1$ при довільних значеннях p у роботі О.І. Степанця і А.С. Сердюка [4]. Там же було показано, що залишки $\rho_n(\Psi_{\bar{\beta}}) = \Psi_{\bar{\beta}}(t) - S_{n-1}(\Psi_{\bar{\beta}})$ ядра $\Psi_{\bar{\beta}}(\cdot)$ вигляду $\Psi_{\bar{\beta}}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \beta_k \frac{\pi}{2}\right), \beta_k \in \mathbb{R}$, за умови $\psi(\cdot) \in D_q, 0 < q < 1$, при $n \rightarrow \infty$ поведуть себе приблизно так само, як і залишки $\rho_n(P_{\bar{\beta}}^q)$ ядра типу Пуассона $P_{\bar{\beta}}^q(\cdot)$ вигляду (6).

Це дозволило зводити задачі про одержання асимптотичних рівностей для величин $\mathcal{E}_n(L_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R})_p \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{E}_{n,1}(L_{\bar{\beta}}^{\psi} \mathfrak{R})_p \left(\mathcal{E}_{n,1}(C_{\bar{\beta},p}^{\psi})_C\right)$ до аналогічних задач для величин $\mathcal{E}_n(L_{\bar{\beta}}^q \mathfrak{R})_p \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{E}_{n,1}(L_{\bar{\beta}}^q \mathfrak{R})_p \left(\mathcal{E}_{n,1}(C_{\bar{\beta},p}^q)_C\right)$.

Отже, відомі в теорії наближення твердження С.М. Нікольського [5] та С. Б. Стечкіна [6], які охоплюють випадок $m = 1$ у задачі сумісного наближення (12) тим самим доповнено.

Теорема. Нехай $0 < q < q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_m \leq 1$, а параметри $\beta, \beta_i \in \mathbb{R}$ ($i = \overline{1, m}$). Тоді при $1 \leq p \leq \infty$ і $n \rightarrow \infty$

$$\mathcal{E}_{n,m}(C_{\beta,p}^q)_C = q^n \left(\frac{2 \|\cos t\|_{p'}}{(2\pi)^{1+1/p'}} \left\| \sqrt{A^2(t) + B^2(t)} \right\|_{p'} + \frac{O(1)_M}{n} \right), \quad (13)$$

де

$$p' = \frac{p}{p-1}, \quad M = \left\{ \begin{array}{l} \frac{q}{q_1 - q}, p=1, \infty \\ \frac{q_1(q)^{p+1}}{(q_1 - q)^{p+2}}, p \in (1, \infty) \end{array} \right\}, \quad (14)$$

$O(1)$ -величина рівномірно обмежена по параметрам $n, q, q_i, \beta_i, \beta$.

$$A(t) = \sum_{i=1}^m \left(g_{q_i}(t) \cos \frac{\beta_i \pi}{2} - h_{q_i}(t) \sin \frac{\beta_i \pi}{2} \right), \quad (15)$$

$$B(t) = \sum_{i=1}^m \left(g_{q_i}(t) \cos \frac{\beta_i \pi}{2} + h_{q_i}(t) \sin \frac{\beta_i \pi}{2} \right),$$

$$g_{q_i}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{q}{q_i} \right)^k \cos kt = \frac{1 - \frac{q}{q_i} \cos t}{1 - 2 \frac{q}{q_i} \cos t + \left(\frac{q}{q_i} \right)^2}, \quad (16)$$

$$h_{q_i}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{q}{q_i} \right)^k \sin kt = \frac{\frac{q}{q_i} \sin t}{1 - 2 \frac{q}{q_i} \cos t + \left(\frac{q}{q_i} \right)^2}.$$

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Методы теории приближений: в 2ч. К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002. Ч.1. 427 с.
2. Степанец А. И. Скорость рядов Фурье на классах $\bar{\psi}$ - интегралов. Укр. мат. журн. 1997. 49, №8. С. 1069- 1113.
3. Сорич А.В., Сорич Н.М., Сорич А.В. Сумісне наближення сумами Фур'є деяких класів аналітичних функцій. Наук. праці Кам'янець-Подільського національного ун-ту: зб. за підсумками звіт. наук. конф. викл., докторантів і асп.: вип. 8, у 5т. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2009. Т.1. С. 160-162.
4. Степанец А.И., Сердюк А.С. Приближение суммами Фурье и наилучшее приближение на классах аналитических функций. Укр. мат. журн. 2000. 52, №3. С.375-395.
5. Никольский С.М. Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем. Изв. АН СССР. 1946. 10. С. 207-256.
6. Стечкин С.Б. Оценка остатка ряда Фурье для дифференцируемых функций. Труды МИАН СССР. 1980. 145. С. 126- 151.

The asymptotic behavior of the joint approximation by Fourier sums of the function $f(\cdot)$ and its (q_i, β_i) -derivatives $f_{\beta_i}^{q_i}(\cdot)$, which allow analytic extension to functions analytic in a band of fixed width, is studied. The Kolmogorov-Nicol'sky problem is solved on the class of Poisson \bar{q}_i -integrals of joint approximation of functions and their derivatives by Fourier sums in a uniform metric.

Keywords: joint approximation, linear approximation method, Poisson integrals.

ПОБУДОВА НАЙКРАЩОГО ЛІНІЙНОГО МЕТОДУ СУМІСНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ПОХІДНИХ

Досліджено питання можливості побудови найкращих лінійних методів сумісного наближення диференційовних функцій та їх похідних тригонометричними поліномами на класах періодичних функцій дійсної змінної, що задаються за допомогою (ψ, β) - похідних, у рівномірній та інтегральній метриках. Показано, що на класах $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ і $L_{\beta, 1}^{\psi}$, при відповідних значеннях параметрів задачі ψ_i , β_i досліджуваний лінійний метод наближення є найкращим тригонометричним поліномом степеня $n-1$ в просторах C і L відповідно.

Ключові слова: найкраще сумісне наближення, лінійний метод, класи диференційовних функцій.

Нехай L_{∞} -простір 2π - періодичних вимірних та суттєво обмежених функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_{L_{\infty}} = \|f\|_{\infty} = \text{ess sup}|f(x)|$, C - простір неперервних на всій дійсній осі 2π - періодичних функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_C = \max_x |f(x)|$, L - 2π -періодичних сумовних на $(0, 2\pi)$ функцій $f(x)$ із нормою $\|f\|_L = \|f\|_1 = \int_0^{2\pi} |f(x)| dx$.

Через $W_{\beta, \infty}^r$ ($W_{\beta, 1}^r$), $r > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$ позначимо класи неперервних (сумовних) 2π - періодичних функцій $f(x)$, які допускають зображення у вигляді згортки

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) B_{r, \beta}(t) dt, \quad (1)$$

де $B_{r, \beta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(kt - \frac{\beta\pi}{2})}{k^r}$ - ядро Бернуллі.

Через $P_{\gamma, \infty}^q$ ($P_{\gamma, 1}^q$), $0 < q < 1$, $\gamma \in \mathbb{R}$, позначимо класи згорток 2π - періодичних функцій вигляду

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(x+t) P_{\gamma}^q(t) dt, \quad (2)$$

де $P_{\gamma}^q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos\left(kt - \frac{\gamma\pi}{2}\right)$ - ядро Пуассона.

У співвідношеннях (1), (2) функції $\varphi(\cdot)$ мають середнє значення на періоді рівне нулю, тобто $\int_0^{2\pi} \varphi(t) dt = 0$ та

$\|\varphi\|_{\infty} \leq 1$ ($\|\varphi\|_1 \leq 1$). Останні приведені обмеження на функцію $\varphi(\cdot)$ говорять про те, що остання похідна $\varphi(\cdot)$ в згортці функцій знаходиться в одиничній кулі простору $L_{\infty}(L_1)$, які будемо позначати $U_{\infty}^0(U_1^0)$.

Класи, які тут розглядаються, можна вважати окремими випадками запроваджених О.І.Степанцем (див.,напр., [1],[2]) функціональних класів $C_{\beta,\infty}^{\psi}$ ($L_{\beta,1}^{\psi}$), а саме при значеннях $\psi(k) = \frac{1}{k^r}$ та $\psi(k) = q^k$.

Через $\Sigma_n(\varphi, t_{n-1,i}, x)$ розначимо наступну суму

$$\Sigma_n(\varphi, t_{n-1,i}, x) = ((\varphi * B_{r,\beta})(x) - t_{n-1,1}(x)) + ((\varphi * P_Y^q)(x) - t_{n-1,2}(x)),$$

де символ * - згортка двох функцій.

Найкраще наближення кожної окремої функції $f(t)$ за допомогою тригонометричних поліномів $t_{n-1}(t)$ порядку не вищого за $n-1$ у метриках просторів C і L будемо позначати відповідно через $E_n(f)_C, E_n(f)_L$. Найкращим наближенням на класах $C_{\beta,\infty}^{\psi}$ ($L_{\beta,1}^{\psi}$) у метриках C і L відповідно називають величини

$$E_n(C_{\beta,\infty}^{\psi})_C = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} E_n(f)_C = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{\psi}} \inf_{t_{n-1}} \|f - t_{n-1}\|_C, \quad (3)$$

$$E_n(L_{\beta,1}^{\psi})_L = \sup_{f \in L_{\beta,1}^{\psi}} E_n(f)_L = \sup_{f \in L_{\beta,1}^{\psi}} \inf_{t_{n-1}} \|f - t_{n-1}\|_L. \quad (4)$$

У роботі [4] обчислено точні значення найкращих наближень в рівномірній та інтегральній метриках суми функцій, породжених ядрами Бернуллі та ядрами Пуассона. А саме, знайдені точні значення величин

$$E_{n,2}(U_{\infty}^0)_C = \sup_{\varphi \in U_{\infty}^0} \inf_{t_{n-1,i}} \|\Sigma_n(\varphi, t_{n-1,i}, x)\|_C, \quad (5)$$

$$E_{n,2}(U_1^0)_L = \sup_{\varphi \in U_1^0} \inf_{t_{n-1,i}} \|\Sigma_n(\varphi, t_{n-1,i}, x)\|_L. \quad (6)$$

В даній роботі вказані в явному вигляді (через коефіцієнти Фур'є твірних ядер $B_{r,\beta}(t), P_Y^q(t)$) найкращі лінійні методи наближення, що забезпечують на класах $U_{\infty}^0, (U_1^0)$ найкраще наближення (5), (6) в метриках просторів C і L відповідно.

У якості міри наближення функцій $\varphi(\cdot)$ класів $U_{\infty}^0(U_1^0)$ за допомогою поліномів $U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i) \in L$ розглянемо наступні верхні межі

$$\mathcal{E}_{n,2}(U_{\infty}^0)_C = \sup_{\varphi \in U_{\infty}^0} \|\Sigma_n(\varphi, U_{n-1,i}, x)\|_C, \quad (7)$$

$$\mathcal{E}_{n,2}(U_1^0)_L = \sup_{\varphi \in U_1^0} \|\Sigma_n(\varphi, U_{n-1,i}, x)\|_C. \quad (8)$$

С.М. Нікольським у [4] отримано ряд тверджень загального характеру що відносяться до лінійних методів наближення. У випадку сумісного наближення функцій із заданого класу та їх похідних можна довести аналогічні теореми.

Задамо систему чисел M, N

$$M = \begin{pmatrix} \mu_{0,1}; \mu_{1,1}; \dots; \mu_{n-1,1} \\ \mu_{0,2}; \mu_{1,2}; \dots; \mu_{n-1,2} \\ \dots \dots \dots \\ \mu_{0,m}; \mu_{1,m}; \dots; \mu_{n-1,m} \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} \nu_{0,1}; \nu_{1,1}; \dots; \nu_{n-1,1} \\ \nu_{0,2}; \nu_{1,2}; \dots; \nu_{n-1,2} \\ \dots \dots \dots \\ \nu_{0,m}; \nu_{1,m}; \dots; \nu_{n-1,m} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Використовуючи матриці M та N , поставимо у відповідність кожній функції $\varphi(x)$ многочлени

$$U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i) = \sum_{k=s}^{n-1} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{k,i}(a_k(\varphi) \cos kx + b_k(\varphi) \sin kx) + \\ \nu_{k,i}(b_k(\varphi) \cos kx - a_k(\varphi) \sin kx) \end{array} \right\},$$

$$s \leq k \leq n-1, i = \overline{1, 2}. \quad (10)$$

Многочлени $U_{n-1,i}(x) = U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i)$ лінійно залежать від функції $\varphi(x)$ (останньої похідної функції $f(x)$) та називаються лінійними методами наближення функцій $f(x)$, і визначаються системами чисел вигляду (9).

Набір поліномів $U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i)$, $i = \overline{1, m}$, можна розглядати як апарат сумісного наближення функцій та їх похідних.

В силу того, що k -та гармоніка розвинення функції $f(x) \in C_\beta^\psi(L_\beta^\psi)$ записується у вигляді згортки вигляду

$$\begin{aligned} a_k \cos kx + b_k \sin kx &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos k(x-t) \times \varphi(t) dt, \\ a_k \sin kx - b_k \cos kx &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin k(x-t) \times \varphi(t) dt, \quad \text{то} \\ U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i) &= \sum_{k=s}^{n-1} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\mu_{0,1}}{2} + \mu_{k,i} \cos kx + \nu_{k,i} \sin kx \right) \varphi(x-t) dt, \\ i &= \overline{1, m}, s = 1, 2, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (11)$$

Метод наближення вигляду (10) називають найкращим для множин $U_0^\infty(U_0^1)$ відповідно у метриці простору $C(L)$, якщо він визначається такими системами чисел (9), для яких точна верхня межа в (7) (відповідно (8)) буде найменшою серед усіх можливих.

Якщо тепер функції $f_1(x)$ та $f_2(x)$ записуються у вигляді згорток відповідно

$$f_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [B_{r,\beta}(t) + P_Y^q(t)] \varphi_1(x-t) dt, \quad f_2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [B_{r,\beta}(t) + P_Y^q(t)] \varphi_2(x-t) dt,$$

тоді їхня лінійна комбінація $\lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x) = \frac{1}{\pi}$

$$\int_0^{2\pi} [B_{r,\beta}(t) + P_Y^q(t)] (\lambda_1 \varphi_1(x-t) + \lambda_2 \varphi_2(x-t)) dt,$$

а тому для лінійних методів наближення в силу співвідношення (10), буде справедливе подання

$$\begin{aligned} U_{n-1,i}(\lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x), x, \mu_i, \nu_i) &= \frac{1}{\pi} \\ &\int_0^{2\pi} \left(\frac{\mu_{0,1}}{2} + \mu_{k,i} \cos kx + \nu_{k,i} \sin kx \right) (\lambda_1 \varphi_1(x-t) + \lambda_2 \varphi_2(x-t)) dt = \\ &= \lambda_1 \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\mu_{0,1}}{2} + \mu_{k,i} \cos kx + \nu_{k,i} \sin kx \right) \varphi_1(x-t) dt + \lambda_2 \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\mu_{0,1}}{2} + \right. \\ &\left. \mu_{k,i} \cos kx + \nu_{k,i} \sin kx \right) \varphi_2(x-t) dt = \lambda_1 U_{n-1,i}(f_1, x, \mu_i, \nu_i) + \\ &\lambda_2 U_{n-1,i}(f_2, x, \mu_i, \nu_i). \end{aligned}$$

Приведене співвідношення є обґрунтуванням того, що набір поліномів $U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i)$, $i = \overline{1, m}$, лінійно залежить від останньої похідної $\varphi(x)$ функції $f(x) \in C_{\beta, \infty}^{\psi} \left(L_{\beta, 1}^{\psi} \right)$ і по праву називається лінійним методом наближення, який визначається системою чисел (9). Позначимо через $H_{L_{\infty}}^{(p)} \left(H_{L_1}^{(p)} \right)$ – клас суттєво обмежених функцій $\varphi(x)$, $\|\varphi\|_{L_{\infty}} \leq 1$ (клас сумовних в першому степені функцій $\varphi(x)$, $\|\varphi\|_{L_1} \leq 1$), які є ортогональними до всіх тригонометричних поліномів порядку $p-1$, $p > 0$, $H_{L_{\infty}}^{(0)} \left(H_{L_1}^{(0)} \right)$ – множина функцій $\varphi(x)$, у яких норма у відповідному просторі не перевищує одиницю.

В якості похибки наближення функцій із класу $C_{\beta, \infty}^{\psi} \left(L_{\beta, 1}^{\psi} \right)$, для яких остання похідна $\varphi(x)$ належить множині $H_{L_{\infty}}^{(p)} \left(H_{L_1}^{(p)} \right)$ та їх (ψ_i, β_i) похідних за допомогою приведених вище поліномів $U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i)$, $i = \overline{1, m}$, що задаються фіксованою системою чисел вигляду (9), можна розглядати наступні верхні межі

$$E_{n,m}(U_{\infty}^0)_C = \sup_{\varphi \in U_{\infty}^{(0)}} \|\Sigma_{n,m}(\varphi, U_{n-1}, \mu_i, \nu_i)\|_C, \quad (12)$$

$$E_{n,m}(U_1^0)_L = \sup_{\varphi \in U_1^{(0)}} \|\Sigma_{n,m}(\varphi, U_{n-1}, \mu_i, \nu_i)\|_L. \quad (13)$$

Метод наближення поліномами вигляду $U_{n-1,i}(\varphi, x, \mu_i, \nu_i)$ природно назвати найкращим для сумісного наближення, якщо він визначається системою чисел (9), для якої величини (12), (13) будуть найменшими.

Побудуємо найкращий лінійний метод, який на класах функцій U_{∞}^0 і U_1^0 забезпечує найкраще наближення $E_{n,2}(U_{\infty}^0)_C$ та $E_{n,2}(U_1^0)_L$ в метриках просторів неперервних та інтегровних функцій.

Проінтерполювати ядро $K(t) = B_{r,\beta}(t) + \mathcal{P}_Y^q(t)$ по системі точок $t_k = \xi + \frac{k\pi}{n}$, в силу леми K (див. [5]), можна тоді і лише тоді, коли $\xi = \frac{\theta_n \pi}{n}$, де $\theta_n \in [0; 1)$ і θ_n є коренем рівняння

$$\frac{1}{n^r} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\cos[(2\nu+1)\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2}]}{(2\nu+1)^{r+1}} + \sum_{\nu=0}^{\infty} q^{(2\nu+1)n} \cos \left[(2\nu+1)\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right] = 0. \quad (14)$$

Крім того, тригонометричний многочлен $t_{n-1}^* = \frac{1}{2} \mu_0^* + \sum_{k=1}^{n-1} (\mu_k^* \cos kt + \nu_k^* \sin kt)$ що інтерполює ядро K по системі точок t_k зображається у вигляді

$$t_{n-1}^*(t) = t_{n-1,1}^* \left(t - \frac{\theta_n \pi}{n} \right) + t_{n-1,2}^* \left(t - \frac{\theta_n \pi}{n} \right) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\cos \left(kt - \frac{\beta \pi}{2} \right)}{k^r} + \sum_{k=1}^{n-1} q^k \quad (15)$$

де

$$t_{n-1}^* \left(t - \frac{\theta_n \pi}{n} \right) = \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{2n\nu} + \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{2n\nu-\gamma} + a_{2n\nu+\gamma}) \right\} \cos \left(jt - \frac{j\theta_n \pi}{n} \right) \quad (16)$$

$$t_{n-1,2}^* \left(t - \frac{\theta_n \pi}{n} \right) = \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \sum_{v=1}^{\infty} (-b_{2nv-\gamma} + b_{2nv+\gamma}) \right\} \sin \left(jt - \frac{j\theta_n \pi}{n} \right), \quad (17)$$

$$a_k = \frac{1}{k^r} \cos \left(\frac{k\theta_n \pi}{n} - \frac{\beta \pi}{2} \right) + q^k \cos \left(\frac{k\theta_n \pi}{n} - \frac{\gamma \pi}{2} \right), \quad (18)$$

$$b_k = -\frac{1}{k^r} \sin \left(\frac{k\theta_n \pi}{n} - \frac{\beta \pi}{2} \right) - q^k \sin \left(\frac{k\theta_n \pi}{n} - \frac{\gamma \pi}{2} \right), \quad k \in N. \quad (19)$$

Аналогічні до (15)-(19) інтерполяційні формули Надя, Дзядика, Степанця що приведені, зокрема, в роботі [6, с.63] дають можливість отримати такі рівності:

$$\begin{aligned} t_{n-1}^*(t) &= \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(2nv)^r} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) + \sum_{v=1}^{\infty} q^{2nv} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) + \\ &\sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \frac{1}{j^r} \cos \frac{\beta \pi}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(2nv-j)^r} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) + \frac{1}{(2nv+j)^r} \cos \left(2v\theta_n \pi - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \frac{\beta \pi}{2} \right) \right\} \cos jt + \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ q^j \cos \frac{\gamma \pi}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} (q^{2nv-j} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) + q^{2nv+j} \cos \left(2v\theta_n \pi - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \frac{\gamma \pi}{2} \right) \right\} \cos jt + \\ &+ \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \frac{1}{j^r} \sin \frac{\beta \pi}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(2nv-j)^r} \sin \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{(2nv+j)^r} \sin \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) \right\} \sin jt + \\ &+ \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ q^j \sin \frac{\gamma \pi}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} (q^{2nv-j} \sin \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) - q^{2nv+j} \sin \left(2v\theta_n \pi - \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \frac{\gamma \pi}{2} \right) \right\} \sin jt. \quad (20) \end{aligned}$$

Співставляючи рівності для коефіцієнтів многочлена $t_{n-1}^*(t)$ та (20), знаходимо, що коефіцієнти μ_k^* і ν_k^* полінома t_{n-1}^* виражаються за допомогою таких рівностей

$$\mu_0^* = 2 \sum_{v=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2nv)^r} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) + q^{2nv} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) \right\}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mu_k^* &= \frac{1}{k^r} \cos \frac{\beta \pi}{2} + q^k \cos \frac{\gamma \pi}{2} \\ &+ \sum_{v=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2nv-j)^r} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) \right. \\ &\left. + q^{2nv-k} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) + q^{2nv+k} \cos \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) \right\}, \quad (22) \end{aligned}$$

$$\nu_k^* = \frac{1}{k^r} \sin \frac{\beta \pi}{2} + q^k \sin \frac{\gamma \pi}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2nv-j)^r} \sin \left(2v\theta_n \pi - \frac{\beta \pi}{2} \right) + q^{2nv-k} \sin \left(2v\theta_n \pi - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\gamma \pi}{2} \right) + q^{2nv+k} \sin \left(2v\theta_n \pi - \frac{\gamma \pi}{2} \right) \right\}, \quad (23)$$

$k = 1, n-1, \theta_n \in [0; 1)$ – корінь рівняння (14).

Об'єднуючи результати роботи по знаходженню значень величин найкращого сумісного наближення $E_{n,2}(U_{\infty}^0)_C$ та $E_{n,2}(U_1^0)_L$, що відображені відповідно формулами (7), (8), і формули (21)-(23) отримуємо:

Наслідок. Нехай $r > 0, 0 < q < 1, \beta, \gamma \in R$. Якщо виконується одна з умов:

- 1) $r \equiv \beta \equiv \gamma \equiv 1 \pmod{4}$;
- 2) $r \equiv \beta \equiv \gamma \equiv 3 \pmod{4}$;
- 3) $r \equiv \beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{4}$;
- 4) $r \equiv \beta \equiv \gamma \equiv 2 \pmod{4}$;
- 5) $0 < r \leq 1, r+4s \leq \beta \leq 2 - r + 4s, s \in \mathbb{Z}, \gamma \equiv 1 \pmod{4}$;
- 6) $r \equiv \beta \equiv 1 \pmod{4}, \gamma \equiv 0 \pmod{4}$;
- 7) $r \equiv \beta \equiv 3 \pmod{4}, \gamma \equiv 2 \pmod{4}$;
- 8) $0 < r \leq 1, 4s \leq \beta \leq r + 4s, s \in \mathbb{Z}, \gamma \equiv 0 \pmod{4}$;
- 9) $0 < r \leq 1, 4s+2 \leq \beta \leq r + 2 + 4s, s \in \mathbb{Z}, \gamma \equiv 2 \pmod{4}$;
- 10) $0 < r \leq 1, 4s+2-r \leq \beta \leq 4s + 2, s \in \mathbb{Z}, \gamma \equiv 0 \pmod{4}$;
- 11) $0 < r \leq 1, 4s+4-r \leq \beta \leq 4s + 4, s \in \mathbb{Z}, \gamma \equiv 2 \pmod{4}$,

тоді виконуються рівності:

$$E_{n,2}(U_{\infty}^0)_C = \mathcal{E}_{n,2}(U_{\infty}^0)_C = E_{n,2}(U_1^0)_L = \mathcal{E}_{n,2}(U_{\infty}^0)_L = \frac{1}{\pi} E_n(K)_L = \|K * \text{sigsinn}(\cdot)\|_C =$$

$$= \frac{4}{\pi} \left| \frac{1}{n^r} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\sin[(2v+1)\theta_n\pi - \frac{\beta\pi}{2}]}{(2v+1)^{r+1}} + \sum_{v=0}^{\infty} \frac{q^{(2v+1)n}}{2v+1} \sin\left[(2v+1)\theta_n\pi - \frac{\beta\pi}{2}\right] \right|,$$

де системи чисел

$$M^* = \left\{ \mu_{k,1}^* \right\}_{k=0}^{n-1}, N^* = \left\{ \nu_{k,1}^* \right\}_{k=0}^{n-1}, \quad (24)$$

які визначають тригонометричний многочлен $t_{n-1}^*(t)$ найкращого наближення суми функцій різних класів, означаються згідно формул (21)-(23), а θ_n – єдиний на $[0; 1)$ корінь рівняння (14).

Список використаних джерел:

1. Степанец А.И. Классификация и приближение периодических функций. К.: Наук. думка, 1987. 268с.
2. Степанец А.И. Методы теории приближений : В 2ч. К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002. ч. I. 427 с.
3. А.В. Сорич, В.А. Сорич, Н.М. Сорич. Найкращі лінійні методи лінійної комбінації ядер Пуассона. Зб. наук. пр. Кам'янець-Подільського держ. ун-ту. Серія фізико-математична (Математика). Кам'янець-Подільський : ПП "Аксіома", 2005, Вип.8. С. 136-144.
4. Никольский С.М. Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем. Изв. АН СССР, сер. мат. 1946. 10. С.207-256.
5. Сорич В.А., Сорич Н.М. Найкраще наближення суми функцій різних класів. Наукові праці К-ПНУОгієнка: зб. за підсумками звіт. наук. конф. викл., доктлоантів і асп., вип.16, у 3 т. Кам.-Под.: К-ПНУ, 2017. Т.2., С.68-70.
6. В.А. Сорич, Н.М. Сорич Найкраще наближення лінійної комбінації ядер Пуассона. Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: зб. наук. Праць (за матеріалами Всеукраїнської науково-методичної конференції) Київ-Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. ун-г, інформаційно-видавничий відділ. 2004. С. 60-69.

The issue of the possibility of constructing the best linear methods of joint approximation of differential functions and their (ψ, β) – derivatives by trigonometric polynomials on the classes of periodic functions of a real variable defined by derivatives in uniform and integral metrics has been investigated. It is shown that on the classes $C_{\beta, \infty}^{\psi}$ and $L_{\beta, 1}^{\psi}$ at the corresponding values of the parameters of the problem and the studied linear approximation method is the best among trigonometric polynomials of degree $n - 1$ in the spaces C and L respectively.

Keywords: *best joint approximation, linear method, classes of differential functions.*

УДК 53 (07)

Олександр СТАШКЕВИЧ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Аркадій КУХ**, доктор педагогічних наук, доцент

ВИВЧЕННЯ ЗАКОМУ ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА З ВИКОРИСТАННЯМ БІМЕТАЛЕВИХ ПЛАСТИН

У роботі пропонується методичний підхід до вивчення закону Джоуля-Ленца з використанням біметалічних поластин (автоматизованих захисних реле). Розроблено установку роботи, інструкцію для виконання учнями.

Ключові слова: *закон Джоуля-Ленца, біметалічні пластини, автоматизовані захисні системи, автоматизовані захисні реле*

При вивченні «Електричних явищ» у 8-му класі учні вивчають теплову дію струму. Проходження струму завжди супроводжується виділенням теплоти. Коли в провіднику протікає струм, то вільні заряджені частинки, рухаючись під дією електричного поля, зіштовхуються з іншими частинками (електрони в металах зіштовхуються з йонами, розташованими у вузлах кристалічної ґратки, йони в електролітах — з іншими йонами, атомами або молекулами) і передають їм частину своєї енергії. У результаті середня швидкість хаотичного (теплого) руху частинок речовини збільшується — провідник нагрівається. За законом збереження енергії кінетична енергія, набута вільними зарядженими частинками в результаті дії електричного поля, перетворюється на внутрішню енергію провідника. Очевидно: чим частіше зіштовхуються частинки, тобто чим більший опір провідника, тим більше енергії передається провіднику і тим більше він нагрівається. Таким чином, за незмінної сили струму в провіднику кількість теплоти, яка виділяється в ньому під час проходження струму, прямо пропорційна опору провідника.

Крім того, зі збільшенням у провіднику сили струму кількість теплоти, що виділяється, теж збільшується. Адже чим більше частинок проходить через

поперечний переріз провідника за одиницю часу, тим більше зіткнень частинок відбувається.

Мета роботи: запропонувати лабораторну роботу з дослідження закону Джоуля-Ленца на основі біметалічних пластин.

Теплову дію струму вивчали на дослідах англійський учений Дж. Джоуль і російський учений німецького походження Е. Х. Ленц. Незалежно один від одного вони дійшли однакового висновку, що згодом отримав назву закон Джоуля-Ленца: кількість теплоти, яка виділяється в провіднику внаслідок проходження струму, прямо пропорційна квадрату сили струму, опору провідника й часу проходження струму: $Q = I^2Rt$.

Закон Джоуля-Ленца був установлений експериментально. Тепер, знаючи формулу для розрахунку роботи струму ($A = UIt$), цей закон можна вивести за допомогою простих математичних викладень. Якщо на ділянці кола, в якій тече струм, не виконується механічна робота й не відбуваються хімічні реакції, результатом роботи електричного струму буде тільки нагрівання провідника. Нагрітий провідник шляхом теплопередачі віддає отриману енергію навколишнім тілам. Отже, у цьому випадку згідно із законом збереження енергії кількість виділеної теплоти Q дорівнюватиме роботі A струму: $Q = A$. Оскільки $A = UIt$, а $U = IR$, маємо:

$$Q = UIt = IRIt = I^2Rt.$$

Для одержання математичного виразу закону Джоуля — Ленца ми скористалися деякими припущеннями. Дослідження показали, що в будь-якому випадку кількість теплоти, яка виділяється в ділянці кола внаслідок проходження струму, можна обчислити за формулою $Q = I^2Rt$.

Виникає запитання: що робити, якщо сила струму невідома, а відомою є напруга на кінцях ділянки кола? Здавалося б, можна скористатися законом Ома. Справді, $Q = I^2Rt$, а

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

Після скорочення на R одержимо:

Однак цією формулою, втім як і формулою $Q = UIt$, можна користуватися тільки в тому випадку, коли вся електрична енергія витрачається на нагрівання. Якщо ж на ділянці кола є споживачі енергії, в яких виконується механічна

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

робота або відбувається хімічна робота, формулами користуватися не можна.

$$I = \frac{U}{R}. \text{ Тоді } Q = \left(\frac{U}{R}\right)^2 Rt = \frac{U^2}{R^2} Rt.$$

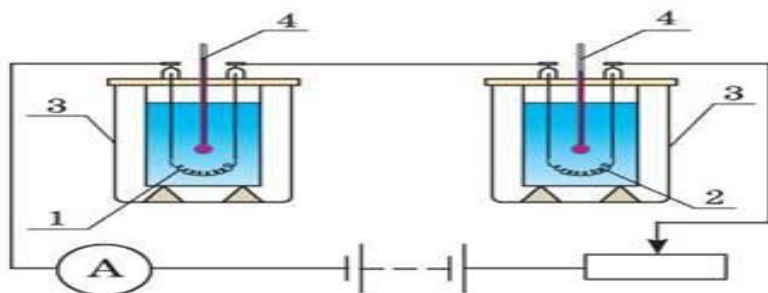


Рис. 1. Схема досліду, який доводить закон Джоуля-Ленца:
1, 2 – електричні нагрівники (опір нагрівника 1 більший за опір нагрівника 2); 3 – калориметри з однаковою кількістю води; 4 – термометри.

У розділі фізики 7-класу «Теплові явища» пояснюється дія біметалевих пластин - дві металеві пластинки з різним тепловим розширенням з'єднанні в одну і при нагріванні вигинаються. Ця властивість біметалевих пластин широко використовується в техніці та побуті. В побуті біметалічні пластини використовуються в електрочайниках, електропрасках, електронагрівальних приладах для автоматичного вмикання і вимикання електричних приладів, як запобіжники великого струму, термометри- на основі біметалічної пластини, реле часу, генератори імпульсів, термостати.

На уроках фізики доцільно не тільки розказати про властивості біметалевих пластин, а і показати наочно дію біметалевих пластин. Для того щоб виготовити біметалеву пластину застосовують різні способи: паяння, зварювання, або заклепки. Часто використовують при виготовленні біметалевої пластини з'єднання латуні і сталі. Такий композит має високу термочутливість. З історії відомо, що біметалеву пластину запропонував використати у вісімнадцятому столітті Джон Гаррісон в своїй конструкції морського хронометра у 1759 році для компенсації температурних змін балансування пружини. Ним було виготовлено біметалеву пластину методом безпосереднього злиття розплавленої латуні із сталевією підкладкою. За його винахід йому встановлено меморіальну дошку у Вестмінстерському абатстві в Англії.

Використовуючи властивості біметалічних пласти можна продемонструвати дію закону Джоуля-Ленца. Для цього використаємо автомат теплового захисту. **Теплові автомати захисту** використовуються для захисту електричних кіл від перевантажень і коротких замикань. Чутливим елементом теплового автомата є біметалічна пластинка, що складається з двох зварених металевих пластин з різними температурними коефіцієнтами лінійного розширення. Пластини з малим коефіцієнтом лінійного розширення виготовляються з інвару або платиніту, а для пластин з великим коефіцієнтом – немагнітної сталі, нікелю, латуні, константану та інших матеріалів.

При протіканні по біметалічній пластині струму вона нагрівається і прогинається. Ця властивість використовується для впливу на кінематику автомата захисту при надмірному збільшенні струму, що протікає через його чутливий елемент і контакти. Найпоширенішими на ПС автоматами є АЗР і АЗС. За типом кінематичної схеми теплові автомати першої групи виготовлені з вільним розчепленням органу управління і контактної системи, а другої групи – без вільного розчеплення. Після спрацювання АЗР не можна знову замкнути їх струменеві контакти важелем управління доти, поки біметалічна пластина не охолодиться до певної температури. В АЗС допускається примусове втримування струмових контактів в замкненому стані важелем управління незалежно від величини струму, що протікає через автомат. Вони розраховані на номінальні струми 2, 5, 10, 15, 20, 30 і 50 А.

Будь-який автомат без вільного розчеплення у своїй конструкції складається з таких основних частин (рис. 2): пластмасовий корпус 6, ручку управління 2, контактний важіль 4, контакти 5, упорний штифт з пружиною 3, біметалічна пластина 9, пружинний стопор 10, пружина 7, рухома пластмасова колодка 12, мідні канатики 8 і 11. Автомат вмикається переключенням ручки 2 ліворуч. При цьому контактний важіль 4 повертається біля опори 1 і замикає контакти 5. Одночасно колодка 12 зміщується праворуч і фіксується у цьому положенні пружинним стопором 10. Якщо після цього ручку 2 повернути у початкове положення, то контакти 5 розімкнуться, але колодка 12 не змінить свого положення. Після увімкнення АЗС струм буде протікати через струмопровідні шини, контакти 5 і біметалічну пластину. При перевантаженні біметалічна пластина прогинається вниз і пружинний стопор 10 звільняє колодку 12, яка під дією поворотної пружини 7 переміщується в початковий стан. При цьому перекидається одночасно ручка 2 в положення «вимкнено», і контакти автомата розмикаються.

Автомати захисту типу АЗР (рис. 3) випускаються на номінальні струми 6, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 150 А. Конструкція автоматів цього типу з таких основних частин: важіль ручного управління 1, закріплений на осі, спусковий важіль з сережкою 2, рухома вісь 3, упорний важіль 4, допоміжна пружина 5, поворотна пружина 6, біметалічна пластина 7 (П-подібної форми), демпферна пружина 8, контакти 9, допоміжний важіль 10.

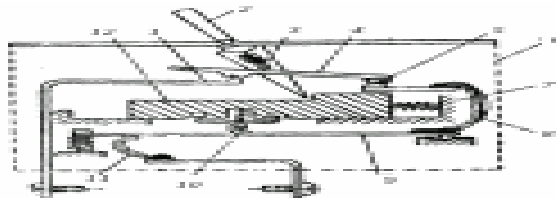


Рис. 2. Автоматизована захисна система

Для увімкнення автомата важіль управління 1 необхідно повернути до упора ліворуч. При цьому рухома вісь 3, переміщуючись у середині спускового важеля 2, викликає спочатку стиснення допоміжної пружини 5. При розтисненні пружина переміщає допоміжний важіль 10 у крайнє ліве положення, а пов'язані з ним рухомі електричні контакти замикають коло. Поворотна пружина 6 при зведенні автомата розтягується і накопичує потенційну енергію, а спусковий важіль 2 впирається своїм кінцем в упорний важіль 4. Тому рухома система автомата не може повернутися в початкове положення.

Якщо після звімкнення АЗР повернути важіль управління 1 праворуч, то під дією пружин 5 і 6 важіль 10 також переміститься праворуч і електричні контакти 9 розімкнуться. При недопустимих перевантаженнях біметалічна пластина 7 прогинається вгору і натискає на керамічну кульку упорного важеля 4, що приводить до його повороту. У результаті спусковий важіль 2 звільняється і під дією пружин 5 і 6, важіль 10 переміщується праворуч, і контактна система розмикається. Необхідно зазначити, що поки біметалічна пластина 7 не повернеться у первинне положення, а упорний важіль 4 не увійде у зчеплення з важелем 2, увімкнути автомат неможливо.

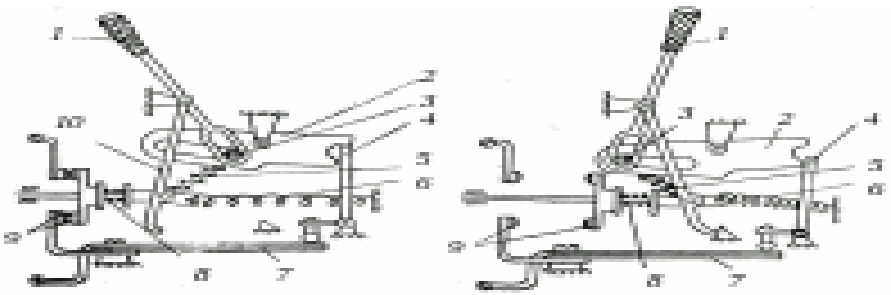


Рис. 3. Автоматичне захисне реле (АЗР)

Електрична схема експериментальної установки:

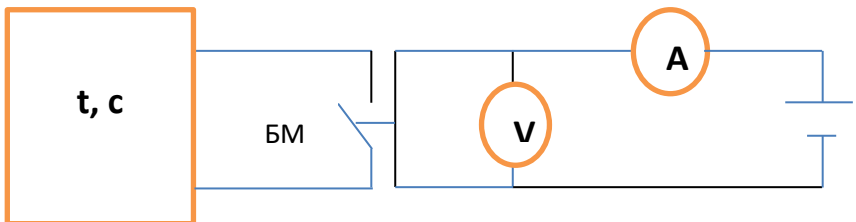


Рис. 4. Установка: t – електронний секундомір (с), БМ – біметалева пластинка (АЗР) (сталь-латунь), V – вольтметр (В), А – амперметр (В), джерело живлення

Учні заповнюють таблицю:

№	U,В	I,А	t, с	Q1	Середнє Q1	Абсолютна похибка, ΔQ	Середня абсолютна похибка, ΔQ	Відносна похибка εQ
1								
2								
3								

1. Провести експеримент три рази
2. Виміряти напругу в колі U, В
3. Виміряти силу струму в колі I, А.
4. Зафіксувати час спрацювання реле t, с
5. Розрахувати кількість теплоти за законом $Q = UIt$
6. Знайти середню кількість теплоти $Q_c = (Q_1 + Q_2 + Q_3) / 3$
7. Розрахувати абсолютну похибку ΔQ для кожного експерименту
8. Розрахувати середню абсолютну похибку ΔQ
9. Розрахувати відносну похибку εQ
10. Зробити висновки

Таким чином, проведена лабораторна робота дозволяє продемонструвати і дослідити закон Джоуля-Ленца.

Список використаних джерел:

1. Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Довгий С. О., Кірюхіна О. О.; за ред. В. Г. Бар'яхтара, С. О. Довгого. Фізика : підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. Х. : Вид-во «Ранок», 2016. 240 с. : іл., фот

2. Навчальна програма з фізики для загальноосвітніх навчальних закладів 7-9 класи. Програма затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804// <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>

3. Що таке біметал де він застосовується? [Електронний ресурс]. Промисловість. Режим доступу:<https://fb.ru/article/426779/hto-takoebimetall-i-gde-primenyetsya>

The paper proposes a methodological approach to studying the Joule-Lenz law using bimetallic plates (automated protective relays). The work setup and instructions for students are developed.

Keywords: *Joule-Lenz law, bimetallic plates, automated protective systems, automated protective relay.*

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ МАРШРУТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАФІВ

У статті розкрито актуальність використання методів оптимізації логістичних маршрутів та проаналізовано основні алгоритми на основі теорії графів. Розглянуто алгоритми Дейкстри, Беллмана-Форда, Флойда-Воршелла, жадібний алгоритм найближчого сусіда, а також генетичний алгоритм. Проаналізовано їхні переваги, недоліки та сферу застосування. Зроблено відповідні висновки щодо найбільш ефективних підходів до оптимізації маршрутів залежно від умов і характеристик логістичної мережі.

Ключові слова: оптимізація маршрутів, теорія графів, алгоритм Дейкстри, алгоритм Беллмана-Форда, алгоритм Флойда-Воршелла, генетичний алгоритм, жадібний алгоритм.

Оптимізація логістичних маршрутів є однією з найважливіших задач для сучасних підприємств, які прагнуть мінімізувати витрати на транспорт, скоротити час доставки та підвищити загальну ефективність логістичних процесів. У сучасному бізнес-середовищі, де конкуренція постійно зростає, ефективне управління логістичними маршрутами набуває особливого значення, адже це дозволяє компаніям залишатися конкурентоспроможними, знижуючи витрати на транспортування та підвищуючи рівень обслуговування клієнтів.

Оптимізація логістичних маршрутів широко використовується у багатьох галузях від роздрібної торгівлі до виробництва та електронної комерції. Зокрема, компанії з доставки товарів і послуг, великі торговельні мережі, транспортні фірми активно застосовують математичні методи для оптимізації логістичних процесів. Завдяки цьому вони можуть уникати заторів, скорочувати витрати на пальне та ефективніше використовувати ресурси.

Одним із потужних інструментів для вирішення завдань оптимізації маршрутів є теорія графів. Вона дозволяє моделювати логістичні мережі як графи, де вершини представляють точки доставки, а ребра – шляхи між ними з відповідними вагою (наприклад, витрати на шлях або час доставки). Використання алгоритмів на графах надає можливість знаходити найефективніші маршрути для доставки товарів з урахуванням різних обмежень, таких як мінімізація відстані, витрат часу або вартості.

Розглянемо алгоритм Дейкстри, який призначений для пошуку найкоротшого шляху від однієї початкової вершини до всіх інших у графі з не-негативними вагами ребер. Ідея полягає в послідовному виборі найкоротших

шляхів до вершин, поступово скорочуючи відстань до кожної вершини за найменшою можливою вартістю.

Суть алгоритму Дейкстри полягає в наступному – рухатися завжди через найкоротше ребро, з найменшою вагою. Опишемо сам алгоритм Дейкстри покроково:

1) помічаємо $d(v_1) = 0$; $d(v_i) = \infty$; $y = v_1$, де d – відстань, v_1 – початкова вершина.

2) Для сусідніх вершин на кожному кроці знаходимо найкоротший шлях.

3) Для наступного кроку обираємо вершину з ребром, що має найменшу вагу.

Якщо потрібно, то перераховуємо відстані. Перерахунок відстані для вершин v_i , суміжних з y , виконується наступним чином $d(v_i) = \min \{ d(v_i), d(y) + l(y, v_i) \}$. Тут l – вага ребра, що інцидентне обом вказаним вершинам і повторюємо, починаючи з п.2. [1, с. 53].

Перевага алгоритму Дейкстри в тому, що він простий у реалізації; гарантує знаходження оптимального рішення.

Але є певні недоліки в застосуванні даного алгоритму. Через високу обчислювальну складність алгоритм Дейкстри є неефективним для великих графів з великою кількістю вершин.

Також варто відмітити, що алгоритм Дейкстри застосовують для розв'язання задачі найкоротшого шляху в транспортних мережах з відомою кількістю точок.

Щодо алгоритму Беллмана-Форда [2], то він також використовується для пошуку найкоротших шляхів, але на відміну від алгоритму Дейкстри, він може працювати з графами, що містять ребра з негативною вагою. Він послідовно оновлює найкоротші шляхи до вершин через можливі шляхи, що робить його придатним для задач, де важливо враховувати як позитивні, так і негативні ваги.

Нехай, дано орієнтований або неорієнтований граф $G(V, E)$ з ваговою функцією $w: E \rightarrow R$. Вагою $w(p)$ шляху $p = (v_0, v_1, \dots, v_n)$ назвемо суму ваг ребер, що входять в цей шлях: $w(p) = \sum(w(v_{i-1}, v_i))$, де $i=1\dots k$. Вхідними даними для алгоритму є граф G , вагова функція w , та стартова вершина s . Потрібно знайти найкоротші шляхи від вершини s до всіх вершин графу. Алгоритм Беллмана-Форда повертає логічне значення, яке вказує на те, чи міститься в графі цикл з негативною вагою. Якщо такий цикл існує у графі G , алгоритм повідомляє, що найкоротших шляхів не існує. Якщо ж таких циклів немає, алгоритм видає найкоротші шляхи та їх вагу.

Сам алгоритм Беллмана-Форда складається з кількох фаз. На кожній фазі проглядаються всі ребра графу, і алгоритм намагається справити релаксацію (розслаблення) уздовж кожного ребра (u, v) ваги $w(u, v)$. Релаксація вздовж ребра – це спроба поліпшити значення $v.d$ значенням $v.u + w(u, v)$. Фактично це означає, що ми намагаємося поліпшити значення для вершини v , користуючись ребром (u, v) і поточним значенням для вершини u . Стверджується, що достатньо $|G.V| - 1$ фази алгоритму, щоб коректно порахувати довжину всіх

найкоротших шляхів у графі (цикли негативної ваги відсутні). Для недосяжних вершин відстань $v.d$ залишиться нескінченністю.

Саме тому головною перевагою даного алгоритму є можливість обробляти графі з негативними вагами.

Серед недоліків можна виділити такі: алгоритм Беллмана-Форда працює повільніше за алгоритм Дейкстри. Також, у великих графах значно збільшується час обчислень.

Алгоритм Беллмана-Форда застосовують у логістичних мережах, де доцільним є враховування як позитивних, так і негативних витрат або вигод.

Для знаходження найкоротших шляхів між усіма парами вершин у зваженому графі застосовують алгоритм Флойда-Воршелла. Він працює шляхом порівняння прямих відстаней між вершинами та відстаней, що проходять через проміжні вершини, поступово коригуючи шляхи до найкоротших.

Алгоритм Флойда-Воршелла [3] порівнює всі можливі шляхи в графі між кожною парою вершин. Він виконується за $\Theta(|V|^3)$ порівнянь. Це доволі швидко, враховуючи, що в графі може бути до $\Omega(|V|^2)$ ребер, і кожную комбінацію буде перевірено. Він виконує це шляхом поступового поліпшення оцінки найкоротшого шляху між двома вершинами, поки оцінка не стане оптимальною.

Нехай є граф G з вершинами V , пронумерованими від 1 до N . Крім того, нехай є функція $\text{shortestPath}(i,j,k)$, яка повертає найкоротший шлях від i до j , використовуючи вершини з множини $\{1,2,\dots,k\}$ як проміжні. Маючи таку функцію, потрібно знайти найкоротший шлях від кожного i до кожного j , використовуючи лише вершини з множини $\{1,2,\dots,k+1\}$.

Для кожної з цих пар вершин, найкоротшим шляхом може бути або

1) шлях, у якому є тільки вершини з множини $\{1,2,\dots,k\}$, або

2) шлях, який крізь вершини з множини $\{1,2,\dots,k\}$ проходить спочатку від i до $k+1$, а потім від $k+1$ до j .

Найкоротший шлях від i до j , у якому є тільки вершини від 1 до k , визначається функцією $\text{shortestPath}(i,j,k)$. Якщо є коротший шлях від i крізь $k+1$ до j , то довжина цього шляху буде сумою (конкатенацією) найкоротшого шляху від i до $k+1$ (крізь вершини з $\{1,2,\dots,k\}$) та найкоротшого шляху від $k+1$ до j (також крізь вершини з $\{1,2,\dots,k\}$).

Якщо позначити вагу ребра від i до j через $w(i,j)$, можна визначити $\text{shortestPath}(i,j,k+1)$ наступною рекурентною формулою:

$$\text{shortestPath}(i,j,0)=w(i,j), \quad (1)$$

Рекурентна частина: $\text{shortestPath}(i,j,k+1)=\min(\text{shortestPath}(i,j,k), \text{shortestPath}(i,k+1,k)+\text{shortestPath}(k+1,j,k))$

Ця формула є основною частиною алгоритму Флойда-Воршелла. Алгоритм спочатку обчислює $\text{shortestPath}(i,j,k)$ для всіх пар (i,j) при $k=1$, потім при $k=2$, і т.д. Цей процес продовжується до виконання умови $k=N$ (включно), в результаті чого буде знайдено всі найкоротші шляхи для пар (i,j) крізь будь-які проміжні вершини.

Перевага алгоритму Флойда-Воршелла в тому, можна обробляти повні графи, де потрібні шляхи між усіма парами вершин.

Головний недолік полягає в тому, що для великих графів алгоритм Флойда-Воршелла вимагає значних обчислювальних ресурсів.

Щодо застосування, то алгоритм Флойда-Воршелла застосовують до складних логістичних мереж з великою кількістю точок доставки.

Жадібним алгоритмом (або методом найближчого сусіда) будується шлях, за якого послідовно вибирається найближча невідвідана вершина на кожному кроці. Цей підхід є простим і швидким, але не завжди забезпечує оптимальне рішення, оскільки залежить від порядку вибору вершин. Візуалізацію методу найближчого сусіда на двовимірних даних подано на рис. 1.

Переваги цього методу в простій реалізації. Також жадібний алгоритм має високу швидкість виконання для невеликих задач.

Недолік методу в тому, що він залежить від початкової точки, тому не гарантує що знайдене рішення є оптимальним. Тим не менше саме жадібний алгоритм може використовуватися як початковий етап для інших алгоритмів, або у задачах, де потрібна швидка оцінка

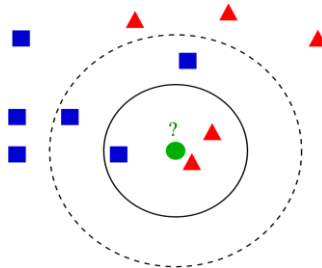


Рис. 1. Візуалізація методу найближчого сусіда на двовимірних даних [4]

На відміну від усіх розглянутих, генетичний алгоритм імітує принципи природного відбору для знаходження оптимальних рішень у складних задачах. Він використовує популяцію можливих рішень, які з часом «еволюціонують», і зберігає найкращі маршрути, об'єднуючи їх для досягнення оптимальних результатів. Генетичний алгоритм зазвичай застосовується в задачах, де точний оптимальний розв'язок (оптимальний шлях) важко знайти іншими методами. Принцип роботи односточкового кросинговеру, де батьківські хромосоми (x_1 - x_5 , y_1 - y_5) обмінюються генетичним матеріалом, подано на рис. 2. Зауважимо, що кросинговер (схрещування) – це один із видів оператора рекомбінації генетичного алгоритму, що застосовується на хромосомах з бінарними генам.

Перевага генетичного алгоритму в тому, що оптимальне рішення можна знаходити для великих графів.

Але генетичний алгоритм не завжди забезпечує найкоротший шлях і потребує значного обчислювального часу.

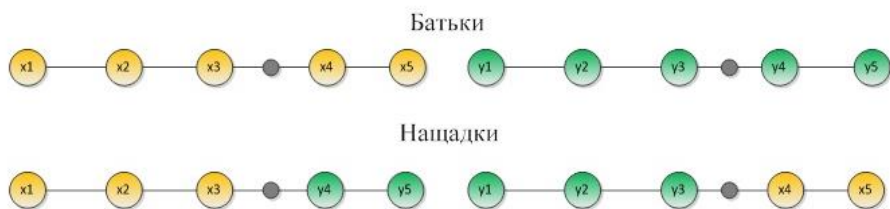


Рис. 2. Принцип роботи односточкового кросинговеру [5]

Варто відмітити, що застосування генетичних алгоритмів є доцільним в задачах, де потрібно оцінити ефективність рішень у великих логістичних мережах.

Порівняльну характеристику методів знаходження оптимального шляху в графах подамо у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняльна характеристика методів знаходження оптимального шляху в графах

<i>Алгоритм</i>	<i>Переваги</i>	<i>Недоліки</i>	<i>Застосування</i>
Дейкстри	Простий, ефективний для малих графів	Неефективний на великих графах	Транспортні мережі з позитивними вагами
Беллмана-Форда	Підтримка негативних ваг	Повільний для великих графів	Мережі з позитивними й негативними вагами
Флойда-Воршелла	Оптимальний для повних графів	Високі вимоги до пам'яті	Логістичні мережі з великою кількістю вершин
Жадібний (найближчого сусіда)	Швидкий і простий	Не гарантує оптимального рішення	Швидка оцінка рішень
Генетичний	Гнучкий, підходить для великих задач	Великий обчислювальний час, не завжди оптимальний	Великі логістичні мережі з високими вимогами до адаптивності

Висновки. Методи оптимізації маршрутів на основі теорії графів надають ефективні рішення для підвищення якості управління логістикою. Кожен з алгоритмів має свої унікальні переваги й обмеження, що дозволяє обирати найефективніший метод залежно від завдань, масштабів мережі та обчислювальних ресурсів. Так, алгоритм Дейкстри підходить для менших графів з позитивними вагами, тоді як для великих і складних мереж доцільно використовувати генетичні алгоритми. Завдяки такому підходу підприємства можуть оптимізувати маршрути транспортування, знижуючи витрати та підвищуючи загальну ефективність логістичних операцій.

Список використаних джерел:

1. Теорія графів. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Комп'ютерний моніторинг та геометричне моделювання процесів і систем» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»/ І.М. Кузьменко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 1,7 Мбайт). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 71 с.
2. Алгоритм Беллмана-Форда. https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Беллмана_—_Форда
3. Алгоритм Флойда-Воршелла. https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Флойда_—_Воршелла
4. Метод k-найближчих сусідів. https://uk.wikipedia.org/wiki/Метод_k-найближчих_сусідів
5. Генетичний алгоритм. https://www.wikidata.uk-ua.pina.az/Кросинговер_%28генетичний_алгоритм%29.html

The article reveals the relevance of the logistics route optimization methods use and the main algorithms based on graph theory are analyzes. Dijkstra's, Bellman-Ford, Floyd-Warshall algorithms, the greedy algorithm and the genetic algorithm are considered. Their advantages, disadvantages and applications are analyzed. Appropriate conclusions about the most effective approaches to route optimization depending on the conditions and characteristics of the logistics network were made..

Keywords: *logistics route optimization, graph theory, Dijkstra's algorithm, Bellman-Ford algorithm, Floyd-Warshall algorithm, genetic algorithm, greedy algorithm.*

УДК 373.5

Тетяна ПОВЕДА, кандидат педагогічних наук, доцент

Павло СТРІЛКОВСЬКИЙ, здобувач вищої освіти

ЕЛЕМЕНТИ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ У ГУРТКОВІЙ РОБОТІ З ФІЗИКИ

Впровадження STEM-технологій в гурткову роботу з фізики відповідає вимогам сучасної освіти щодо посилення розвитку науково-технічного напрямку. STEM-технології в освітньому процесі вирішують такі основні проблеми: зацікавленості учнів фізикою, розвитку критичного та творчого мислення, інтеграції наук і технологій, міждисциплінарного підходу, цифрової грамотності. Фізика є ідеальною платформою для інтеграції STEM через свою практичну спрямованість. Вивчаючи закони природи, учні можуть застосовувати їх для розв'язання реальних задач, використовуючи сучасні технології.

Ключові слова: STEM-освіта, STEM-технології, гурток з фізики, інтеграція сучасних технологій.

У сучасному світі, де технології стрімко розвиваються, освітні підходи повинні відповідати викликам часу. Одним із таких підходів є STEM-освіта, яка інтегрує чотири ключові напрями: науку (Science), технології (Technology), інженерію (Engineering) та математику (Mathematics). Головна мета STEM-освіти полягає у реалізації державної політики з урахуванням нових вимог Закону України «Про освіту» щодо посилення розвитку науково-технічного напрямку [1; 2].

Проблема впровадження технологій STEM у освіту не нова для світової спільноти, але в Україні стала актуальною лише в останні роки. Так, уперше термін STEM ввела Джудіт Ремфілд ще у 2001 році. Її дослідження були зосереджені на інтеграції міждисциплінарних підходів у освіту та підвищенні ролі інженерії й технологій у шкільному навчанні. Джон Дьюї, хоча його роботи передували терміну STEM, активно популяризував ідеї навчання через практику, що є основою STEM-підходу.

Переваги впровадження STEM у фізичну освіту. Фізика є ідеальною платформою для інтеграції STEM через свою практичну спрямованість. Вивчаючи закони природи, учні можуть застосовувати їх для розв'язання реальних задач, використовуючи сучасні технології. Використання STEM у гуртковій роботі з фізики відкриває нові можливості для підвищення ефективності навчання та зацікавлення учнів цією цікавою наукою.

Тема впровадження STEM у освіту є міждисциплінарною, тому її досліджують учені з різних галузей науки. Різні аспекти впровадження STEM-освіти в Україні все більше привертають увагу вітчизняних науковців, методистів, керівників навчальних закладів та вчителів-практиків (О. Барна, С. Кириленко, Л. Клименко, О. Кузменко, М. Садовий, І. Савченко, В. Сіпій, О. Стрижак, І. Сліпухіна, О. Трофімова, Н. Поліхун, І. Чернецький та ін.) [2; 3; 5].

Варто зауважити, що STEM-дослідженням сприяють різні організації, наприклад, STEM Coalition (США) об'єднує освітян, науковців і політиків для розвитку STEM на всіх рівнях освіти; Європейська мережа STEM координує освітні проекти в Європі, пов'язані з інтеграцією STEM у шкільну систему, Український центр STEM-освіти підтримує розвиток STEM-освіти через тренінги, семінари та наукові конференції. Одним з функціонуючих центрів STEM-освіти є STEM лабораторія *МАНЛаб – лабораторний комплекс Національного центру «Мала академія наук України»*, яка пропонує допомогу в наукових та навчальних дослідженнях учням шкіл України в дистанційному та очному режимі у галузях природничого напрямку: фізика, хімія, біологія, географія, астрономія [4]. Дослідники та організації створюють теоретичну й практичну базу для інтеграції STEM у навчальні програми, що робить освіту цікавішою, сучаснішою та орієнтованою на реальні потреби.

Метою нашого дослідження є аналіз можливостей STEM-технологій для запровадження її елементів у гурткову роботу з фізики для підвищення якості освіти, розвитку ключових навичок учнів, їх мотивації до вивчення фізики, популяризації науки, інтеграції сучасних технологій у фізичну освіту.

Впровадження елементів STEM-технологій у шкільну практику фізичного гуртка вирішує такі проблеми як:

Зацікавленість учнів у фізиці. Багато учнів починають краще розуміти теоретичний матеріал, адже бачать його реальне застосування. Наприклад, дослідження електромагнітного поля стає більш захопливим, якщо учні створюють власний генератор струму.

Розвиток критичного мислення та здатність до аналізу даних. Учні вчать шукати рішення проблем і перевіряти їх ефективність.

Розвиток творчого мислення. Проекти на основі STEM заохочують учнів до творчих рішень. Наприклад, створення моделі сонячної батареї дозволяє не лише зрозуміти принципи перетворення енергії, але й знайти способи підвищення її ефективності.

Командна робота. Більшість проектів виконується групами, що формує здатність учнів до співпраці.

Цифрова грамотність. Учні працюють із програмним забезпеченням і сучасними пристроями, які є основою сучасного технологічного світу.

Інтеграція сучасних технологій. STEM-гурток може використовувати мікроконтролери (Arduino, Raspberry Pi), робототехніку та програмування. Учні можуть створювати пристрої, які реагують на зовнішні подразники: наприклад, автоматичне увімкнення світла на основі датчика руху.

Міждисциплінарний підхід. STEM об'єднує знання з різних сфер, що допомагає учням краще розуміти взаємозв'язки між фізикою, математикою, інженерією та технологіями.

Гурткова робота з фізики надає свободу вчителю і учням для виконання практичних проектів, які можуть бути обмежені шкільною програмою. Наприклад:

1. *Лабораторні роботи з цифровими технологіями.* Учні проводять експерименти з використанням цифрових датчиків і мікроконтролерів. Наприклад, дослідження руху маятника із застосуванням ультразвукового датчика дозволяє точно аналізувати залежність періоду коливань від довжини.

2. *Розробка власних пристроїв.* Проекти на основі робототехніки сприяють розумінню фізичних принципів. Наприклад, створення гідравлічного маніпулятора дає змогу застосовувати закон Паскаля на практиці.

3. *Інноваційні моделі.* Побудова енергозберігаючого будинку, що використовує сонячні панелі та автоматичне управління температурою, демонструє інтеграцію фізики з інженерією та програмуванням.

Інтеграція STEM-технологій у гурткову роботу з фізики є ефективним засобом підвищення якості освіти. Вона не лише сприяє глибшому розумінню фізики, а й формує навички, необхідні для життя у сучасному цифровому

просторі. Використання STEM у гуртковій роботі з фізики допоможе учням стати впевненішими у своїх знаннях, мотивує їх до навчання та розвиває здатність вирішувати реальні практичні задачі.

Майбутнє STEM у гуртковій роботі тісно пов'язане з інтеграцією нових технологій: використання віртуальної реальності, 3D-друку та Інтернету речей, що відкриває нові можливості для навчання. Наприклад, VR-симуляції дозволять проводити експерименти, які неможливо реалізувати в реальних умовах. Також важливу роль відіграє партнерство між школами, університетами та компаніями. Така співпраця може забезпечити доступ до новітнього обладнання, фінансування та підвищення кваліфікації вчителів.

Список використаних джерел:

1. Про затвердження плану заходів щодо реалізації Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) до 2027 року. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/131-2021-%D1%80#Text>.
2. Сліпухіна І.А., Чернецький І.С., Меньяйлов С.М. Сучасний фізичний експеримент у дидактиці STEM орієнтованого навчання. Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія : Педагогічна. 2016. Вип. 22. С. 224–228.
3. Донець Н.В., Донець І.П., Тріфонова О.М. Формування складових елементів STEM-компетентності учнів під час вивчення фізики засобами цифрових технологій // Наукові записки. Серія: Проблеми природничо-математичної, технологічної та професійної освіти. Випуск 2. Кропивницький: Видавничий дім «Гельветика», 2023. С. 20-25.
4. Лабораторія МАНЛаб [Електронний ресурс]. URL: <http://manlab.inhost.com.ua/>
5. Ночевчук М.В. Впровадження елементів STEM-освіти у навчання фізики та математики. URL: <https://vseosvita.ua/library/statta-na-temu-vprovadzenna-elementiv-stem-osviti-u-navcanna-matematiki-ta-fiziki-84380.html>
6. STEM education. URL: <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/>

The implementation of STEM technologies in group work on physics meets the requirements of modern education regarding the strengthening of the development of the scientific and technical direction. STEM technologies in the educational process solve the following main problems: students' interest in physics, development of critical and creative thinking, integration of science and technology, interdisciplinary approach, digital literacy. Physics is an ideal platform for STEM integration because of its hands-on focus. Studying the laws of nature, students can apply them to solve real problems using modern technologies.

Keywords: STEM education, STEM technologies, physics group, integration of modern technologies.

МЕТОДИ СТВОРЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

Стаття присвячена огляду методів створення інтелектуальних систем. Розглядаються різноманітні підходи, такі як машинне навчання (зокрема, кероване, некероване та навчання з підкріпленням), глибоке навчання (згорткові, рекурентні нейронні мережі та трансформери), а також експертні системи. Аналізуються переваги та недоліки кожного методу, а також сфери їх застосування. Метою статті є надання систематизованої інформації про сучасні методи створення інтелектуальних систем для широкого кола читачів.

Ключові слова: інтелектуальні системи, машинне навчання, глибоке навчання, нейронні мережі, експертні системи, алгоритми машинного навчання, створення моделей, штучний інтелект

Розгляд методів створення інтелектуальних моделей систем є важливим кроком до початку самого процесу, адже окремий метод підійде до окремих систем.

Метою статті є ознайомлення існуючих методів створення інтелектуальних моделей систем.

Інтелектуальні моделі систем є одним з важливих елементів у сучасних технологіях й застосовується у багатьох сферах нашого життя. Зумовлено це тим, що зараз інформація, яку потрібно обробляти, збільшується і настає момент, коли людина не може сама усе охопити.

Тоді ж на допомогу приходять інтелектуальні системи, що реалізують функції збору, зберігання, обробки і передачі інформації [1]. Зрозуміло, що інформація існує в різних формах, через що існують різні підходи до створення системи з огляду на те, яка буде інформація і для яких цілей.

Одним із найпоширеніших методів створення інтелектуальних систем є машинне навчання (Machine Learning). Це підхід, при якому система навчається самостійно на основі обсягів даних й має декілька типів.

Одним з таких типів є кероване навчання (Supervised Learning) і його принцип полягає у тому, що кожен приклад має мітку з очікуваним результатом й алгоритми порівнюють набори вхідних даних з мітками й знаходять шляхи як пов'язати одне з іншим [2]. Поширеними алгоритмами є:

- Лінійна регресія (використовується для прогнозування числових значень).
- Логістична регресія (використовується для класифікації даних на категорії).

- Дерева рішень (використовуються для ухвалення рішень на основі набору правил).
- Метод k - найближчих сусідів (використовується для класифікації даних на основі схожості з іншими даними в наборі).

Іншим є некероване навчання (Unsupervised Learning), що є протилежним минулому [2]. Немає ніяких міток і очікуваних результатів, лише задача й система сама шукає шлях подолання, знаходячи схожі ознаки між даними й сортуючи їх на групи. Такий тип машинного навчання застосовують для прогнозів, кластеризації, зменшення кількості спільних ознак без втрати інформації та виявлення незвичайних даних, що слугують аномаліями.

Ще одним з типів є навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning) [2]. Підхід, що заснований на взаємодії з довкіллям й також має мітки. При досягненні мети алгоритм робить певні дії й отримує «винагороду» за знаходження правильного шляху і «покарання» за помилки, що слугують стимулом.

Також в машинному навчанні є більш глибокі методи навчання і так і несуть назву глибоке навчання (Deep Learning) й використовує для вирішення задач штучні нейронні мережі [2].

Штучна нейронна мережа є математичною моделлю біологічних нейронних зв'язків, до прикладу, мозку людини. Нейронна мережа складається з багатьох шарів вузлів, які обробляють дані, і на основі цього приймають рішення. Як і в звичайному машинному навчанні, тут є декілька типів цього методу:

- Згорткові нейронні мережі (CNN) працюють із вхідними даними, такими як зображення чи відео, поділяючи їх на частини та використовуючи маленькі «фільтри». Кожен фільтр зосереджений на виявленні конкретних ознак, таких як форма, колір або текстура. Пропускаючи ці дані через фільтри, мережа створює ієрархію ознак, що дозволяє розпізнавати та класифікувати об'єкти на зображеннях і виявляти закономірності візуальних даних. Згорткові мережі показали свою ефективність у задачах розпізнавання образів, а також у обробці зображень і відео [2].

- Рекурентні нейронні мережі (RNN) спеціалізуються на обробці послідовних даних, таких як текст чи мова, враховуючи контекст. Інформація з попередніх елементів послідовності впливає на розуміння поточного елемента, що робить ці мережі схожими на діалог між людьми. RNN відмінно підходять для задач, де важливі порядок і контекст, зокрема для розуміння природної мови та машинного перекладу [2].

- Трансформери – це новий тип нейронних мереж, який значно покращив обробку природної мови. Відмінність від RNN полягає в тому, що даний тип мереж можуть одночасно обробляти всю послідовність даних, зважаючи на взаємозв'язки між елементами. Такий підхід робить трансформери дуже ефективними і швидкими, особливо для завдань з великими текстами [2].

Також існує такий вид інформаційної системи як експертна система. Експертні системи – це інтелектуальні програмні засоби, здатні у діалозі з людиною одержувати, накопичувати та коригувати знання із заданої предметної галузі, виводити нові знання, розв’язувати на основі цих знань практичні задачі та пояснювати хід їх розв’язку [3]. Така система використовується для автоматизації прийняття рішень фахівців середньої спеціалізації чи пересічної людини у вигляді консультації. Вона акумулює знання експерта в галузі з допомогою дедуктивного виведення нових тверджень з уже існуючих.

Для створення такої системи потрібен безпосередньо експерт в галузі та інженер з баз даних, що формалізує знання. Серйозним недоліком є те, що такі системи не є загально універсальними через вузьку направленість, а також проблемою у деяких експертів формалізувати свої знання до певного стандарту чи правила, що зумовлено автоматизацію знання через особистий досвід, а не правила.

Таким чином, існує велика кількість методів створення інформаційних систем, які залежать від виду системи і способу їх застосування. При виборі методу створення інформаційної системи потрібно провести аналіз для чого вона потрібна, які дані буде обробляти і чи буде вузьконаправленою чи широкого застосування. Після цього вже можна обирати метод опираючись на результат аналізу.

Список використаних джерел:

1. Грицунов О. В. Інформаційні системи та технології. Навчальний посібник. Харків: ХНАМГ, 2010. 222 с.
2. Коцовський В. М. Інтелектуальні інформаційні системи. Конспект лекцій. Ужгород, 2019. 73 с.
3. Що таке Machine Learning? URL: <https://denovo.ua/resources/what-is-machine-learning>

This paper provides an overview of methods for creating intelligent systems. It explores various approaches such as machine learning (including supervised, unsupervised, and reinforcement learning), deep learning (convolutional, recurrent neural networks, and transformers), and expert systems. The advantages and disadvantages of each method are analyzed, along with their respective application areas. The goal of this paper is to provide a systematic overview of contemporary methods for creating intelligent systems for a wide range of readers.

Keywords: *intelligent systems, machine learning, deep learning, neural networks, expert systems, machine learning algorithms, model creation, artificial intelligence*

РОБОТА З ВЕЛИКИМ НАБОРОМ ДАНИХ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СКБД ТА ЗАСОБІВ ЇХ ОБРОБКИ

Стаття присвячена дослідженню сучасних підходів до роботи з великими наборами даних. Розглянуто основні проблеми, що виникають під час обробки великих даних, виконано порівняльний аналіз реляційних СКБД NoSQL та платформ для розподіленої обробки великих даних, визначено їх переваги та недоліки, а також надано рекомендації щодо вибору відповідного інструменту для роботи з великими наборами даних залежно від специфіки завдання.

Ключові слова: великі дані, реляційні бази даних, СКБД, NoSQL, обробка даних, масштабованість, платформи Hadoop, Apache Spark.

У сучасному світі дані є основою для прийняття рішень, розвитку бізнесу та наукових досліджень. З розвитком технологій обсяги даних збільшуються, що створює нові виклики для їх обробки, зберігання та аналізу. Робота з великими наборами даних часто супроводжується низкою викликів [1]. Розглянемо деякі з них.

По-перше, при роботі з великими наборами даних виникають проблеми, пов'язані з обсягом, складністю, різномірністю та швидкістю змін, зокрема:

1) Обсяг даних. Зі збільшенням обсягів даних зростає потреба в потужних системах їх зберігання та обробки.

2) Різномірність даних. Дані можуть бути структурованими, напівструктурованими або неструктурованими, що вимагає різних підходів до їх обробки.

3) Складність обробки. Для аналізу великих наборів даних потрібні високопродуктивні обчислювальні ресурси та алгоритми.

4) Швидкість обробки. Зі збільшенням швидкості генерації даних потрібно мати можливість обробляти їх у реальному часі або майже в реальному часі.

По-друге, існують різні підходи до обробки великих наборів даних залежно від характеру та вимог до самих даних. Популярними серед них є такі:

- реляційні СКБД, які використовуються для роботи з структурованими даними, де необхідна підтримка складних запитів, транзакцій та зв'язків між таблицями;
- NoSQL СКБД, які підходять для роботи з великими, часто змінюваними або напівструктурованими даними, такими як документи, графи або ключ-значення;
- інструменти для обробки великих даних (Big Data) – спеціалізовані платформи, такі як Hadoop, Apache Spark та інші, які дозволяють ефективно обробляти дані на великих розподілених системах.

Для здійснення порівняльного аналізу СКБД та засобів обробки великих даних представимо їх переваги та недоліки у вигляді табл. 1-3 [3][4].

Таблиця 1

Реляційні СУБД

Переваги	Недоліки
Стабільність (реляційні СКБД, такі як PostgreSQL, MySQL, SQL Server, давно зарекомендували себе як стабільні та ефективні інструменти для роботи з великими даними)	Масштабованість (реляційні СКБД не завжди ефективні при масштабуванні на горизонтальному рівні, що може обмежити їх застосування для великих, швидко зростаючих наборів даних)
Транзакційність (підтримка ACID (атомарність, консистентність, ізольованість, довговічність) дозволяє гарантувати консистентність даних)	Продуктивність (при великих обсягах даних реляційні СКБД можуть страждати від низької продуктивності, оскільки необхідно підтримувати складні індекси та зв'язки між таблицями)
Підтримка складних запитів (реляційні СКБД підтримують складні SQL-запити, включаючи об'єднання, підзапити, групування та агрегації)	

Таблиця 2

NoSQL СУБД

Переваги	Недоліки
Гнучкість (NoSQL СКБД, такі як MongoDB, Cassandra, Redis, CouchDB, дозволяють працювати з різними типами даних, зокрема неструктурованими або напівструктурованими)	Відсутність складних запитів (NoSQL СКБД не підтримують складні SQL-запити, що може ускладнити роботу з великими даними, якщо потрібно виконувати складні операції з ними)
Масштабованість (можуть горизонтально масштабуватися, що робить їх придатними для обробки великих обсягів даних з високими вимогами до швидкості)	Менша консистентність (NoSQL бази можуть не підтримувати транзакційність в традиційному розумінні (наприклад, у Cassandra реалізована eventual consistency))
Продуктивність (NoSQL бази даних можуть обробляти запити набагато швидше завдяки використанню простих структур даних)	

Платформи для обробки великих даних

Переваги	Недоліки
Розподілена обробка (платформи типу Apache Hadoop або Apache Spark дозволяють обробляти дані, що зберігаються на великій кількості вузлів, забезпечуючи високу продуктивність при обробці великих наборів даних)	Складність налаштування (розгортання та налаштування таких платформ потребує значних ресурсів і спеціалізованих знань)
Підтримка різних форматів даних (платформи можуть працювати з різними форматами даних, включаючи текст, JSON, паркет тощо)	Висока затримка (хоча платформи для обробки великих даних можуть обробляти величезні обсяги інформації, затримка в обробці може бути значною в реальному часі)
Масштабованість (здатні масштабуватися практично без обмежень завдяки використанню кластерів)	

Не менш важливими є інструменти для аналітики та візуалізації, тож варто звернути увагу на рішення, які спрощують аналіз даних та допомагають приймати обґрунтовані рішення. До прикладу інструменти, такі як Apache Flink або D3.js, надають потужні засоби для аналітики великих наборів даних та їх візуалізації. Вони дозволяють проводити глибокий аналіз даних у реальному часі та створювати інтуїтивно зрозумілі графіки й діаграми для подальшого прийняття рішень [2].

Отже, вибір СКБД або інструментів для роботи з великими даними залежить від типу даних, вимог до продуктивності та специфіки задач. Для роботи з великими обсягами структурованих даних і транзакційними системами реляційні СКБД, такі як PostgreSQL, залишаються потужним інструментом. У випадках, коли необхідна висока масштабованість або робота з неструктурованими даними, варто звернути увагу на NoSQL СКБД.

Для розподіленої обробки великих даних та високопродуктивних аналітичних задач найкращим вибором будуть платформи для обробки великих даних, такі як Hadoop і Spark. Кожен підхід має свої переваги та обмеження, тому вибір засобу залежить від конкретних умов і вимог проекту.

Список використаних джерел:

1. 8 кращих інструментів для BigData у 2020 році <https://www.itk-agency.com/8-best-tools-for-bigdata-in-2020/> (дата звернення 14.11.2024)

2. Nate Rosidi Working with Big Data: Tools and Techniques <https://www.kdnuggets.com/working-with-big-data-tools-and-techniques> (дата звернення 14.11.2024)
3. Mary K. Pratt 18 top big data tools and technologies to know about in 2024 <https://www.techtarget.com/searchdatamanagement/feature/15-big-data-tools-and-technologies-to-know-about> (дата звернення 14.11.2024)
4. What is Big Data Analytics | Top 10 Big Data Analytics Tools <https://medium.com/@st4046641/what-is-big-data-analytics-top-10-big-data-analytics-tools-1842e285b832> (дата звернення 14.11.2024)

The article is devoted to the study of modern approaches to work with large data sets. The main problems that arise during the processing of big data are considered, a comparative analysis of relational NoSQL databases and platforms for distributed processing of big data is performed, their advantages and disadvantages are determined, and recommendations are given for choosing the appropriate tool for working with large data sets depending on the specifics of the task.

Keywords: big data, relational databases, DBMS, NoSQL, data processing, scalability, Hadoop platforms, Apache Spark.

УДК 517.9

Олександр ТАІРОВ, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Катерина ГЕСЕЛЕВА**, кандидат фізико-математичних наук

РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ РУНГЕ-КУТТИ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

У статті розглянуто один з чисельних методів побудови наближених розв'язків задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, а саме, метод Рунге-Кутти та його реалізація в пакеті прикладних програм MATLAB.

Ключові слова: задача Коші, диференціальне рівняння першого порядку, аналітичний метод, метод Ейлера, метод Рунге-Кутти, пакет прикладних програм MATLAB.

Метод Ейлера та його модифікації часто розглядають, як деякі випадки методів Рунге-Кутти. Ці методи виводяться з відповідних методів степеневих рядів (Тейлора) таким чином, щоб остаточно загальна похибка методів не перевищувала порядку $O(h^N)$. Методи розроблені для того, щоб на кожному кроці виключити необхідність підрахунку похідних вищих порядків. Методи Рунге-Кутти будуються для будь-яких порядків N , що обумовлено точністю.

Для побудови таких методів можна використовувати наступний загальний підхід [2]. В процесі обчислень фіксуються деякі числа

$$\alpha_2, \dots, \alpha_q, p_1, \dots, p_q, \beta_{ij}, 0 < j < i \leq q.$$

Послідовно обчислюємо

$$\begin{aligned} k_1(h) &= hf(x, y), \\ k_2(h) &= hf(x + \alpha_2 h, y + \beta_{21} k_1(h)), \\ &\dots \\ k_q(h) &= hf(x + \alpha_q h, y + \beta_{q,1} k_1(h) + \dots + \beta_{q,q-1} k_{q-1}(h)) \end{aligned}$$

та позначимо

$$y(x+h) \approx z(h) = y(x) + \sum_{i=1}^q p_i k_i(h).$$

Розглянемо питання про вибір параметрів $\alpha_i, p_i, \beta_{ij}$.

Позначимо $\varphi(h) = y(x+h) - z(h)$. Якщо $f(x, y)$ – достатньо гладка функція своїх аргументів, то $k_1(h), \dots, k_q(h)$ і $\varphi(h)$ – гладкі функції параметру h . Припустимо, що $f(x, y)$ настільки гладка, що існують похідні $\varphi'(h), \dots, \varphi^{(s+1)}(h)$, а $\alpha_i, p_i, \beta_{ij}$ вибрані таким чином, що $\varphi'(0) = \dots = \varphi^{(s)}(0) = 0$. Крім того, припустимо, що існує деяка гладка функція $f_0(x, y)$, для якої відповідне значення

$$\varphi^{(s+1)}(0) \neq 0.$$

Згідно формули Тейлора виконується рівність

$$\varphi(h) = \sum_{i=0}^s \frac{\varphi^{(i)}(0)}{i!} h^i + \frac{\varphi^{(s+1)}(\theta h)}{(s+1)!} h^{s+1} = \frac{\varphi^{(s+1)}(\theta h)}{(s+1)!} h^{s+1},$$

де $0 < \theta < 1$. Величина $\varphi(h)$ називається похибкою методу на кроці, а s – порядком похибки методу.

Таким чином, формули описані вище, виражають **метод Рунге-Кутти s -го порядку** розв'язування задачі Коші.

Перевага методів Рунге-Кутти полягає в тому, що алгоритми, які одержують на їхній основі, є однорідними, тобто не змінюються з переходом від однієї точки до іншої. Крім цього, в методах Рунге-Кутти можна змінювати крок інтегрування відповідно до потреби точності обчислень без значного ускладнення алгоритму. Основним недоліком цих методів є те, що для обчислення наближеного значення розв'язку в окремій точці, необхідно обчислювати значення функції $f(x, y)$ у декількох точках.

Програмна реалізація методу Рунге-Кутти четвертого порядку в пакетах прикладних програм MATLAB наведена в код. 1[1].

Код. 1.

```
function [x,y]=runge4(y0,a,b,n)
```

```
% runge4 – метод Рунге-Кутти четвертого порядку
```

```
% Права частина диференціального рівняння повинна бути
```

```

% задана у функції f(x)
% >> [x,y]=runge4(y0,a,b,n)
% Вхідні аргументи:
%     y0 – початкове значення;
%     a, b – межі інтервалу;
%     n – кількість підінтервалів
% Вихідні аргументи:
%     x – вектор вузлів, в яких знайдений розв’язок;
%     y – вектор зі значеннями функції-розв’язку у вузлах x
if a>=b
    error('Неправильні межі (a<b)');
end
h=(b-a)/n;
x(1)=a;
y(1)=y0;
for i=1:n
    k1=f(x(i),y(i));
    k2=f(x(i)+h/2,y(i)+h/2*k1);
    k3=f(x(i)+h/2,y(i)+h/2*k2);
    k4=f(x(i)+h,y(i)+h*k3);
    y(i+1)=y(i)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    x(i+1)=x(i)+h;
end

```

Отже, у роботі описано алгоритм один з чисельних методів побудови наближених розв’язків задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, а саме, метод Рунге-Кутти. Схему методу для четвертого порядку реалізовано в пакеті прикладних програм MATLAB.

Список використаних джерел:

1. Morris Tenenbaum and Harry Pollard. Ordinary Differential Equations. Dover Publication. 2009. 604 p.
2. Габрусев Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння : навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології. Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. 172 с.

The article considers one of the numerical methods for constructing approximate solutions to the Cauchy problem for a first-order differential equation, namely the Runge-Kuttu method, and its softwारे implementation in the MATLAB application package.

Keywords: *Cauchy problem, first-order differential equation, analytical method, Euler method, Runge-Kuttu method, MATLAB application package.*

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Розв'язування алгебраїчних рівнянь є одним із найважливіших розділів математики, що має багатовікову історію розвитку. Впродовж століть людство неодноразово намагалося знайти методи для розв'язування рівнянь, що з'являлися в різних галузях науки, техніки та навіть у повсякденному житті. Історія цього процесу є відображенням розвитку самої математики, від геометричних побудов до абстрактних алгебраїчних структур. У цій статті ми розглянемо основні етапи розвитку методів розв'язування алгебраїчних рівнянь.

Ключові слова: алгебра, алгебраїчні рівняння, методи розв'язування рівнянь, символічна нотація, квадратні рівняння, кубічні рівняння.

Метою роботи є огляд розвитку методів розв'язування алгебраїчних рівнянь від давніх часів до сучасних підходів, з акцентуванням уваги на ключові етапи та математичні відкриття.

У стародавні часи математика не існувала як абстрактна наука, і всі розв'язання рівнянь проводились через конкретні задачі, часто з геометричним змістом. Це пов'язано з тим, що математики тих часів не мали розвинених символічних мов і абстрактних понять, властивих сучасній алгебрі.

Одним з перших народів, що започаткували методи розв'язування рівнянь, були вавилоняни, приблизно 2000 років до н.е. Вони вже розв'язували лінійні та квадратні рівняння, хоч і не в такій абстрактній формі, як ми розуміємо це сьогодні. Наприклад, вони розв'язували рівняння типу $ax + b = c$, де a, b, c – це задані числа, а x – шукане значення.

Вавилонські математичні таблиці містять не лише розв'язки для простих рівнянь першого та другого степеня, але й для більш складних задач, таких як знаходження сторін прямокутного трикутника за допомогою теореми Піфагора.

Водночас єгипетські математики розв'язували подібні рівняння через геометричні побудови. Наприклад, для розв'язання квадратних рівнянь, вони могли використовувати площі геометричних фігур, що давало можливість отримати числові розв'язки.

Хоча вавилоняни та єгиптяни не застосовували символічної нотації, вони були здатні досягти того ж результату, застосовуючи методи наближення і вираження через геометричні побудови. Це були перші спроби впорядкувати обчислення в контексті рівнянь, навіть без наявності абстрактних символів.

Впродовж середньовіччя алгебра отримала значний розвиток завдяки арабським ученим, які почали систематизувати та класифікувати методи розв'язування алгебраїчних рівнянь. Це був період, коли алгебра почала ставати самостійною наукою, окремою від геометрії.

Період VIII-XI століття став важливим етапом у розвитку алгебри, коли арабські математики почали використовувати алгебраїчні методи для вирішення різноманітних задач. Одним з основних досягнень був розвиток методів розв'язування квадратних рівнянь та початкове введення алгебраїчних термінів.

Аль-Хорезмі, великий арабський математик і астроном IX століття, є одним з найвизначніших фігур у цьому процесі. Його праця "Аль-Кітаб аль-Мухтасар фі Хісаб аль-Джебр ва-ль-Мукабала" (що в перекладі означає "Коротка книга про обчислення за допомогою відновлення та протиставлення") заклала основи алгебри як окремої математичної дисципліни.

Аль-Хорезмі ввів поняття "джебр" (відновлення) і "мукабала" (перенос) для опису операцій над рівняннями. Термін "алгебра" походить від слова "джебр". В його трактаті він описує методи розв'язування рівнянь другого степеня, зокрема рівняння типу $ax^2 + bx = c$. Ці методи були геометрично інтерпретованими, але вже передбачали розв'язування рівнянь через алгебраїчні операції.

У своїх роботах аль-Хорезмі описав 6 типів квадратних рівнянь, що виникали в реальних задачах, і надав чіткі алгоритми для їх розв'язування. Його підхід був, хоч і не абстрактний, але все ж значно ближчим до сучасних методів, ніж геометричні методи стародавніх цивілізацій.

XVI століття стало періодом великих змін для алгебри, завдяки розвитку символічної нотації та абстрактного підходу до рівнянь. Математики почали використовувати символи для позначення невідомих, що значно спростило записи і підвищило ефективність обчислень.

Історія розв'язування кубічних рівнянь охоплює століття інтелектуальних зусиль, відкриттів і винаходів, що сприяли розвитку алгебри. Одна з перших згадок про розв'язання кубічних рівнянь належить до античності, хоча тоді сам термін "кубічне рівняння" не існував. Стародавні математики, зокрема вавилоняни, вже використовували методи наближеного розв'язання рівнянь, що сьогодні можна описати як кубічні. Однак більш формалізоване розуміння кубічних рівнянь з'явилося лише в епоху Ренесансу, коли почалося активне дослідження многочленів.

У XVI столітті відбувся важливий прорив у розв'язуванні кубічних рівнянь завдяки італійським математикам. Одним із перших, хто звернувся до проблеми кубічних рівнянь, був Джероламо Кардано. У своїй знаменитій праці "Арс Магна" (1545) Кардано розв'язав загальне кубічне рівняння. Однак його методи були досить складними і важкими для розуміння, зокрема через використання комплексних чисел, які в ті часи не були ще добре усвідомлені. Кардано опублікував не тільки своє розв'язання, але й спосіб обчислення коренів кубічних рівнянь за допомогою так званого методу "карданового кореня". Його

відкриття виявилось важливим, адже воно стало основою для подальшого розвитку теорії алгебраїчних рівнянь.

Теорія розв'язування кубічних рівнянь продовжила свій розвиток у наступні століття. Проте, попри те, що Кардано дав загальний метод розв'язування кубічних рівнянь, практичне застосування його формул залишалось обмеженим через складність обчислень. У XVII столітті, з розвитком аналізу та виведенням нових методів для розв'язування рівнянь, математик Рене Декарт зробив суттєвий внесок у розуміння кубічних рівнянь через своє дослідження коренів многочленів. Він сформулював загальні теореми для таких рівнянь, що дозволило полегшити їхнє розв'язування і створило підґрунтя для подальшої алгебраїчної теорії.

У XVIII столітті розвиток теорії многочленів вийшов на новий рівень завдяки роботам таких математиків, як Ейлер, Лагранж і Гаусс, які розвивали методи аналізу коренів многочленів в загальному вигляді. У цей період з'явилися перші спроби класифікувати корені кубічних рівнянь залежно від їхнього характеру та розташування на комплексній площині, що відкривало нові можливості для застосування цих рівнянь в різних галузях науки і техніки.

У XIX столітті кубічні рівняння були також предметом дослідження в контексті абстрактної алгебри, коли було розроблено поняття груп і симетрій коренів рівнянь. Вивчення симетрій коренів кубічних рівнянь привело до створення теорії Галуа, що, в свою чергу, допомогло пояснити, чому для рівнянь вищих степенів не завжди можна знайти загальні формули для коренів через елементарні операції. Таким чином, кубічні рівняння стали важливим етапом на шляху розвитку сучасної теорії алгебри.

До кінця XIX століття і початку XX століття математики остаточно зрозуміли, що кубічні рівняння, як і рівняння вищих степенів, можуть бути розв'язані лише за допомогою абстрактних методів алгебри і не завжди через прості елементарні вирази. Однак вони залишались важливим інструментом для розв'язання чисельних задач і моделей, особливо в фізиці, інженерії та економіці. Підходи до їх розв'язування еволюціонували разом із розвитком числових методів та комп'ютерних технологій, що дозволяють знаходити корені кубічних рівнянь з надзвичайною точністю, навіть якщо їхнє аналітичне розв'язання є складним чи не зовсім можливим.

У XIX столітті було доведено, що для рівнянь p 'ятого та вищих степенів не існує загальної формули розв'язку в радикалах. Це відкриття стало результатом роботи математиків, таких як Нільс Абель і Паоло Руффіні, які довели, що не всі рівняння можна розв'язати за допомогою скінченного числа операцій з радикалами. Теорема Абеля–Руффіні стала важливим кроком у розвитку теорії рівнянь і значно змінила розуміння алгебраїчних рівнянь.

Попри те, що теорія Галуа зруйнувала ідею універсального розв'язку для рівнянь вищих степенів, вона дала ключ до розуміння глибших структур у многочленах і їхніх коренях. На основі теорії Галуа математики почали розвивати нові підходи до розв'язування рівнянь, зокрема через числові методи.

Впродовж XIX століття та на початку XX століття з'явилися нові підходи до чисельного розв'язування рівнянь, наприклад метод Ньютона, який давав змогу знаходити наближені значення коренів рівнянь вищих степенів з великою точністю. Це відкриття зробило можливим практичне застосування теорії вищих степенів для розв'язування складних рівнянь у фізиці та інженерії.

У XX столітті математичні методи розв'язування рівнянь високих степенів значно змінилися завдяки розвитку комп'ютерних технологій та числових алгоритмів. Розв'язання рівнянь вищих степенів, які в минулому були складними і трудомісткими, стало набагато простішим за допомогою обчислювальної техніки. Алгоритми, що використовуються в сучасних комп'ютерних програмах для розв'язування поліномів, дозволяють знаходити корені навіть для дуже високих степенів з надзвичайною точністю. Це стало можливим завдяки новим методам числового аналізу і числовим підходам до виведення коренів многочленів.

Таким чином, розвиток розв'язування рівнянь вищих степенів у XIX-XX століттях став важливою частиною еволюції математики, яка продовжує вдосконалюватися до сьогодні. Теорія Галуа, числові методи та комп'ютерні технології допомогли зрозуміти природу таких рівнянь і практично застосовувати їх у різних галузях науки і техніки. Ті досягнення, що були зроблені в цій сфері протягом кількох століть, залишаються основою сучасної алгебри та чисельного аналізу.

Історія розвитку методів розв'язування алгебраїчних рівнянь — це велика історія розвитку людського мислення. Починаючи від геометричних методів стародавніх цивілізацій, через систематизацію та введення алгебраїчних термінів арабськими математиками, до створення сучасних абстрактних теорій і числових методів, розв'язування рівнянь стало ключовим аспектом математичної науки. Цей процес свідчить про те, як математика розвивалася від практичних задач до глибоких теоретичних роздумів, які досі продовжують відкривати нові горизонти.

Список використаних джерел:

1. Бевз В. Г. Історія математики: посібник. Харків: Основа. 2006. 176 с.
2. Крутигорова Є. Історія математики: [навч. посіб.]. Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка. Дрогобич: Коло, 2001. 118 с.
3. Ленюк М. П. Нариси з історії математики: навч. посіб. Чернівці: Прут, 2010. 359 с.

The solution of algebraic equations is one of the most important branches of mathematics, with a long history of development. Over the centuries, mankind has repeatedly tried to find methods for solving equations that appeared in various fields of science, technology, and even in everyday life. The history of this process reflects the development of mathematics itself, from geometric constructions to abstract

algebraic structures. In this article, we will consider the main stages of the development of methods for solving algebraic equations.

Key words: *the algebra, the algebraic equations, the methods of solving equations, the symbolic notation, the quadratic equations, the cubic equations.*

УДК 52 (079)

Юлія УСЕНКО, здобувач вищої освіти

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

ПЕРШИЙ АСТРОНАВТ НЕЗАЛЕЖНОЇ УКРАЇНИ – ЛЕОНІД КАДЕНЮК

Розкрито біографічні відомості про першого астронавта незалежної України Леоніда Каденюка. Продемонстровано його життєвий шлях та вклад в розвиток космічних досліджень. Матеріал буде корисним на уроках астрономії при вивченні ролі України в космічних дослідженнях.

Ключові слова: *навчання астрономії, роль України в космічних дослідженнях, астронавт, Леонід Каденюк*

Одним із питань сучасної шкільної астрономії є тема «Дослідження планети за допомогою космічних апаратів» [1]. Важливим тут є розкриття ролі Української науки в розвитку космічних досліджень, зокрема пілотованих космічних польотів, в тому числі за участю українських космонавтів і астронавтів. Прикладом активної участі українців в міжнародних космічних польотах є біографія Леоніда Каденюка – першого астронавта незалежної України.

Метою статі є ознайомлення роллю українських астронавтів в діяльності міжнародного космічного агентства з астронавтики (NASA)

Першим і (поки що) єдиним космонавтом незалежної України став *Леонід Каденюк*. Він протягом 17 днів він перебував у космосі в складі міжнародної – українсько-американської – експедиції. З 19 листопада по 5 грудня 1997 р. здійснив космічний політ на американському багаторазовому транспортному космічному кораблі «Колумбія» (Columbia). Під час польоту виконував біологічні експерименти з рослинами для вивчення впливу невагомості на фотосинтез[2].

Л.К.Каденюк народився 28 січня 1951 року в с. Клішківці Хотинського району Чернівецької області, в родині сільських вчителів. Мрія про космос в Леоніда Каденюка зародилася в 10 років, коли весь світ облетіла звістка про політ Юрія Гагаріна. І він зробив усе, щоб ця мрія стала реальністю: закінчивши середню школу зі срібною медаллю, вступив до Чернігівського вищого військового авіаційного училища льотчиків, здобув диплом льотчика-інженера за спеціальністю «Пілотування і експлуатація літальних апаратів».



Леонід Каденюк перед стартом «Колумбії». Фото: streetastronomy.com.ua

У 1976 році був оголошений набір до Загону радянських космонавтів у групу багаторазової космічної системи «Буран», і Леонід вирішив спробувати свої сили. Після тривалих фізичних і психологічних тренувань із 9000 претендентів було відібрано дев'ятьох. Каденюк – у їхньому числі. Через що усім довелося пройти на шляху до мети, згадувала пізніше на вечорі його пам'яті, який відбувся у березні 2018 року в КМДА, дружина космонавта Віра Каденюк: «Над ними проводили різні експерименти. Ось один: людину клали на стіл, пропускали через неї струм, доки серце не зупинялося. А тоді проводили реанімаційні заходи, щоб побачити, як швидко можна «запустити» серце і чи можна це зробити взагалі. Як їм потім пояснювали, це робилося для того, щоб зрозуміти, що буде, якщо в космосі раптом космонавта вдарить струмом, як швидко людина прийде до тями. Отакі були тести. І це лише один, а їх були сотні»[4].

Згодом Леонід Каденюк пройшов загальнокосмічну підготовку і отримав кваліфікацію льотчик-випробувача та космонавта-випробувача. Це теж було пов'язане з ризиком для життя. «Кожного разу, коли їм привозили необкатаний літак, з якого треба було витиснути все – це був ризик. Часто проводили таке випробування, коли літак піднімали на максимальну висоту і там вимикали двигун. І коли літак починав падати, на мінімальній висоті треба було запустити двигун знову і вирівняти літак. Але це не завжди вдавалося. А ще був експеримент, коли льотчика садили в кабінку і її оббризували радіоактивною речовиною, щоб подивитися, як поведе себе льотчик чи машина. І дуже часто після таких випробувань льотчика просто витягували з кабіни, бо він не розумів,

де він і що відбувається. І Льоня через це також пройшов. Із 50 льотчиків-випробовувачів загону, у якому служив Леонід, в живих лишилося семеро. І ми, жінки, у військовому містечку, де жили, понад усе боялися моменту, коли починали вити сирени. Бо це означало, що знову хтось розбився, і кожна молила Бога, щоб це був не її чоловік», - розповідала пані Віра [4].

Здобув другу вищу освіту, закінчивши в 1989 році Московський авіаційний інститут за спеціальністю «інженер-механік». Досконало знав різні типи космічних кораблів та літав більш ніж на 50 типах літаків різного призначення, здебільшого – винищувачах. Загалом провів у небі більше 2 400 годин.

Після розпаду Радянського Союзу постало питання, як бути далі, але він, не роздумуючи, вибрав Україну. У 1995 році увійшов до групи космонавтів Національного космічного агентства України. Коли з'явилася програма україно-американського космічного співробітництва і шанс на політ українця на борту американського космічного корабля, написав заяву про бажання взяти участь у конкурсі. І знову він став найкращим серед претендентів – це визнала як українська комісія, так і американська.

І з 19 листопада по 5 грудня 1997 року здійснив політ на американському транспортному космічному кораблі «Колумбія» місії STS-87, проводив досліди із впливом невагомості на вегетацію рослин. Завдяки йому в космосі вперше було розгорнуто державний прапор України і прозвучав наш Гімн. А ще він узяв з собою в політ томик «Кобзар».

Повернувшись в Україну, генерал-майор Леонід Каденюк проходив службу в лавах ЗСУ: обіймав посади начальника авіації військ ППО України, помічника Президента України з питань авіації і космонавтики, заступника Генерального інспектора Генеральної військової інспекції при Президентові України, радника Президента України з питань авіації і космонавтики, у 2002 році був обраний народним депутатом України [2].

Після польоту в космос Леонід Каденюк почав активно перейматися екологічними питаннями, очолював ГО «Рада з екологічної безпеки». Він виступав за прийняття Екологічної конституції Землі, ініціював збір підписів відомих астронавтів з усього світу під зверненням до ООН на підтримку цієї ідеї.

У 2006 році блискуче захистив дисертацію на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук, був автором 5 наукових праць та художньо-публіцистичної книги «Місія – Космос» [3].

Незадовго до трагічної смерті у Леоніда Каденюка з'явився шанс вдруге побувати в космосі – він отримав запрошення увійти до складу екіпажу місії на приватній космічній станції в 2021 році, НАСА розглядала його кандидатуру на командира Шатла.

У житті був надзвичайно скромною людиною, завжди ходив пішки, без охорони, їздив метро чи громадським транспортом. Любив собак, опікувався безпритульними тваринами. Помер 31 січня 2018 від раптової зупинки серця. Похований на Байковому кладовищі м. Києві.

Список використаних джерел:

1. Методика навчання астрономії. Уроки з астрономії. Навчально-методичний посібник / Ткаченко І.А., Ткачук А.В. Умань: ПП Жовтий О.О., 2014. 163с. Режим доступу: URL: https://library.udpu.edu.ua/library_files/ece/6766_01.pdf Дата звертання: 19 травня 2024 року
2. День космонавтики: внесок України в підкорення космосу. Режим доступу: URL: <https://www.slovoidilo.ua/2017/04/12/infografika/suspilstvo/den-kosmonavytku-vnesok-ukrayiny-pidkorennya-kosmosu>. Дата звертання: 19 травня 2024 року
3. Розвиток космонавтики: внесок українських вчених. Режим доступу: URL: <https://osvita.ua/vnz/reports/astronom/22946/> Дата звертання: 19 травня 2024 року
4. Леонід Каденюк, перший космонавт незалежної України. Режим доступу: URL: <https://uin.gov.ua/istorychnyy-kalendar/sichen/28/1951-narodyvsya-leonid-kadenyuk-pershyy-kosmonavt-nezalezhnoyi-ukrayiny> Дата звертання: 19 травня 2024 року.

Biographical information about the first astronaut of independent Ukraine, Leonid Kadenyuk, is disclosed. His life path and contribution to the development of space research are demonstrated. The material will be useful in astronomy lessons when studying the role of Ukraine in space research.

Keywords: *astronomy education, Ukraine's role in space exploration, astronaut, Leonid Kadenyuk*

УДК 53 (07)

Ігор ЦИБУЛЯ, здобувач вищої освіти

Оксана КУХ, асистент кафедри комп'ютерних технологій

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ В СЕРЕДОВИЩІ GNU OCTAVE

В статті аналізуються алгоритмічні підходи до навчання учнів розв'язувати фізичні задачі. Особлива увага приділена моделюванню процесу розв'язання задач в середовищі GNU Octave

Ключові слова: *задача, алгоритм, моделювання, фізика, GNU Octave*

Однією з актуальних проблем навчання фізики в школі є проблема навчання учнів розв'язувати фізичні задачі. Багато методистів і педагогів вбачають вирішення цієї проблеми у формуванні алгоритмічних прийомів розв'язання фізичних задач. Для цього на уроках використовують опорні конспекти, алгоритми розв'язку, блок-схеми.

Мета статті розглянути прийоми роз'язання фізичних задач в середовищі GNU Oktave.

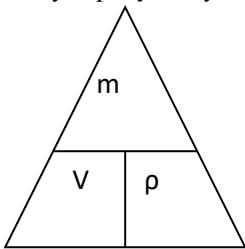
Питаннями розроблення методики розв'язування задач з курсу фізики в різні роки займалися Л. Антонов, Б. Беліков, В. Волькенштейн, Л. Деденко, А. Матвеев, І. Іродов, З. Павлова, І. Савельєв, Т. Трофимова, Є. Фірган, А. Чертов та ін. Відомий американський математик Д. Пойа в книзі «Як розв'язувати задачу» пише: «Вміння розв'язувати задачі – це мистецтво, якого набувають практикою, подібно, вкажімо плаванню. Ми оволодіваємо будь-якою майстерністю за допомогою наслідування і досвіду. Навчаючись розв'язувати задачі, ви повинні спостерігати і наслідувати інших в тому, як вони це роблять, і, нарешті, ви оволодіваєте мистецтвом за допомогою вправ».

Фізична задача - це ситуація, що вимагає від учнів розумових і практичних дій на основі законів і методів фізики, спрямованих на оволодіння знаннями з фізики та на розвиток мислення

Розв'язування фізичних задач у на уроках фізики:

1. Сприяє більш виразному формуванню фізичних понять, більш різнобічному і глибокому розумінню, міцному освоєнню змісту навчання.
2. Створює і зміцнює навички й уміння в застосуванні фізичних законів для пояснення явищ природи і для розв'язання практичних питань. Таким чином, реалізується єдність теорії і практики.
3. Допомогає наповнити фізичні формули конкретним змістом, дати учням навик у виборі формул і в користуванні ними.
4. Є одним з дієвих способів встановлення міжпредметних зв'язків.
5. Дозволяє здійснити повторення пройденого матеріалу, організувати контроль знань.

З досвіду роботи з учнями, на початку найбільшу складність під час розв'язування задач викликають знаходження невідомих величин з формул. Тому можна застосовувати деякі прийоми під час виконання цих дій. Наприклад, учні вчать «шифрувати» три-чотири формули, які містять по 3-4 величини в одному «трикутнику».



Щоб знайти шукану величину, закриваємо її в трикутнику – отримуємо необхідну формулу ($m = V \cdot \rho$, $V = \frac{m}{\rho}$, $\rho = \frac{m}{V}$). Такі трикутники допомагають учням

уникати помилок під час застосування тієї чи іншої формули. При цьому необхідно пояснювати фізичний зміст кожної формули, щоб не було механічного запам'ятовування.

Що стосується виведення загальної формули, то пропонуємо виконувати це в такій послідовності (застосовуючи прийом «ланцюжок» або «матрьошка» під час підстановок:

- написати формулу для шуканої величини;

- проаналізувати, чи всі величини, що входять до формули мають чисельні значення за умовою;
- якщо всі – приступати до обчислень;
- якщо не всі – написати формули для невідомих величин;
- якщо в останню написану формулу входять тільки відомі величини, починати виконувати підстановки – останню – в передостанню і так далі «знизу вгору» (для методу «матрьошка»).

Коли загальна формула виведена, виконують обчислення, одночасно перевіряють, виконуючи дії над одиницями вимірювання.

Приклад. Скільки потрібно часу, щоб насос потужністю 50 кВт з шахти глибиною 150 м відкачав 200 м³ води?

Дано:

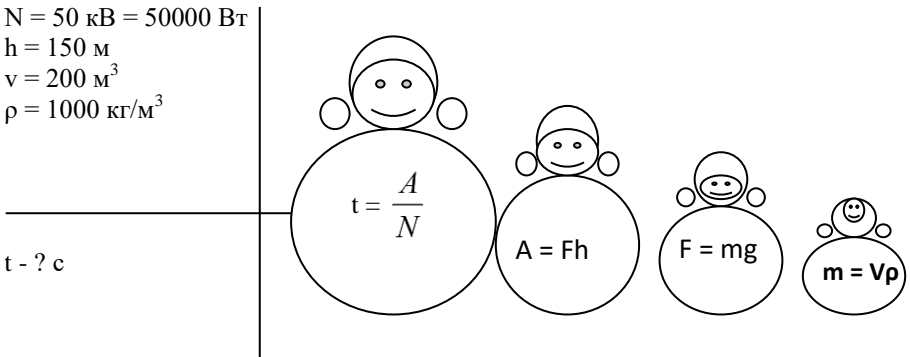
$$N = 50 \text{ кВт} = 50000 \text{ Вт}$$

$$h = 150 \text{ м}$$

$$v = 200 \text{ м}^3$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

Розв'язання



$$V\rho gh$$

В результаті підстановок отримаємо формулу $t = \frac{V\rho gh}{N}$. Під час обчислень використовуємо скорочення одиниць вимірювання для перевірки правильності розв'язку.

$$t = \frac{200 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 150 \text{ м}}{50000 \text{ Вт}} \approx 6000 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Вт}} = 6000 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{Вт}} = 6000 \text{ с}$$

На уроках розв'язування задач доцільно використовувати формули-книжки за якими зручно слідкувати за поступовим виведенням ускладненої формули.

1. В старших класах обов'язково необхідно навчити учнів користуватися алгоритмом перетворення формули 2-го закону Ньютона у відповідності з даною фізичною ситуацією. Розглянемо наступний алгоритм.

2. Аналіз прочитаної умови задачі, скорочений запис даних величин, та тих, котрі необхідно визначити.

3. Виконання рисунку з показом діючих сил, прискорень та швидкостей.

4. Запис основного рівняння динаміки для даного виду руху у векторній формі.

5. Рациональний вибір системи координат (часто пов'язують з рухомим тілом) та запис основного рівняння динаміки в проекціях на осі

6. Аналіз отриманих рівнянь та робота з ними, визначення невідомих величин через задані, або ті котрі необхідно визначити.

7. Розв'язування рівнянь з використанням початкових умов.

8. Запис отриманих результатів в раціональній формі, обчислень числових значень та їх аналіз.

GNU Octave – це вільнопоширюване середовище програмування, яке забезпечує виконання широкого спектру функцій для виконання чисельних обчислень і розв'язування математичних задач. Його можна використовувати для розв'язування різних математичних задач, таких як чисельне диференціювання й інтегрування, обчислення власних значень і векторів, розв'язування систем лінійних рівнянь, побудови графіків різної складності тощо

Приклад 2. Автомобіль масою 2 т піднімається на гору, нахил якої становить 0,2. На ділянці шляху 32 м швидкість руху автомобіля зростає від 21,6 км/год до 36 км/год. Вважаючи рух автомобіля рівноприскореним, визначте силу тяги двигуна, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,02.

Дано:

$$m = 2 \text{ т} = 2000 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0,2$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$s = 32 \text{ м}$$

$$v_0 = 21,6 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = 36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu = 0,02$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання

1. Аналіз

з умови задачі

Система

відліку, пов'язана з Землею інерціальна. Швидкості тіл малі порівняно зі швидкістю світла. Рух поступальний. Отже, закони Ньютона в даній ситуації можуть бути застосовні.

2. Виконуємо рисунок, на якому зображаємо всі сили, які діють на тіло.

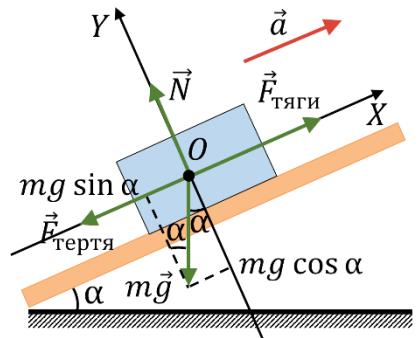
3. Записуємо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

4. Систему координат вибрано так, щоб вісь x була напрямлена вздовж руху тіла.

Запишемо другий закон в проекціях на координатні осі:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тяги}} - mg \sin \alpha - F_{\text{тертя}} = ma \\ OY: -mg \cos \alpha + N = 0 \end{cases}$$



Це рівняння (1) та (2).

5. Робимо аналіз даних рівнянь.

Бачимо, що є два рівняння з чотирма невідомими. Сила реакції опори з другого рівняння (2): $N = mg \cos \alpha$. Підшукуємо ще два рівняння: Сила тертя $F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. (3).

6. Виходячи з умови задачі знайдемо прискорення:

$$a_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2s_x} \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \quad (4)$$

Підставимо знайдені величини в першу формулу (1), маємо:

$$F_{\text{тяги}} - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right)$$

Маємо загальну формулу

$$F_{\text{тяги}} = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right) + mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

7. Не забуваємо зробити перевірку одиниць:

$$[F_{\text{тяги}}] = \text{кг} \cdot \left(\frac{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} \right) + \text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = \text{Н} + \text{Н} = \text{Н}$$

Підставляємо значення:

$$F_{\text{тяги}} = 2000 \cdot \left(\frac{10^2 - 6^2}{2 \cdot 32} \right) + 2000 \cdot 10 \cdot (0,2 + 0,02) = 6400 \text{ (Н)}$$

Не забуваємо проаналізувати даний результат

Програмування в GNU Octave

% Вихідні дані

m = 2000; % маса автомобіля, кг

g = 9.8; % прискорення вільного падіння, м/с^2

v0 = 6; % початкова швидкість, м/с

v = 10; % кінцева швидкість, м/с

s = 32; % довжина шляху, м

mu = 0.02; % коефіцієнт тертя

sin_alpha = 0.2; % синус кута нахилу

cos_alpha = sqrt(1 - sin_alpha^2); % косинус кута нахилу

a = (v^2 - v0^2) / (2 * s); % прискорення, м/с^2

t_total = (v - v0) / a; % час руху, с

% Створення вектора часу

t = linspace(0, t_total, 100); % час від 0 до t_total, 100 точок

% Рівняння руху

v_t = v0 + a .* t; % швидкість від часу

```

s_t = v0 .* t + 0.5 * a .* t.^2; % шлях від часу
a_t = a * ones(size(t)); % прискорення (константа)
% Обчислення прискорення
a = (v^2 - v0^2) / (2 * s);
% Обчислення сил
F_inertia = m * a; % сила інерції
F_gravity = m * g * sin_alpha; % сила тяжіння
F_friction = mu * m * g * cos_alpha; % сила тертя
% Загальна сила тяги
F_t = F_inertia + F_gravity + F_friction;
% Виведення результату
fprintf('Сила тяги двигуна: %.2f H\n', F_t);
% Побудова графіків
figure;
% Графік швидкості
subplot(3, 1, 1);
plot(t, v_t, 'r-', 'LineWidth', 2);
xlabel('Час, с', 'FontSize', 12);
ylabel('Швидкість, м/с', 'FontSize', 12);
title('Графік швидкості v(t)', 'FontSize', 14);
grid on;
% Графік пройденого шляху
subplot(3, 1, 2);
plot(t, s_t, 'b-', 'LineWidth', 2);
xlabel('Час, с', 'FontSize', 12);
ylabel('Шлях, м', 'FontSize', 12);
title('Графік шляху s(t)', 'FontSize', 14);
grid on;
% Графік прискорення
subplot(3, 1, 3);
plot(t, a_t, 'g-', 'LineWidth', 2);
xlabel('Час, с', 'FontSize', 12);
ylabel('Прискорення, м/с^2', 'FontSize', 12);
title('Графік прискорення a(t)', 'FontSize', 14);
grid on;

```

Слід зауважити, що захоплюватися алгоритмічними методами і прийомами недоцільно, але на кожному етапі вивчення фізики можна підібрати 1-2 алгоритми з основних тем.

Список використаних джерел:

1. Біленький С. Використання Octave для розв'язування задач теорії ймовірностей та математичної статистики. Східноєвропейський математичний журнал. 2015. № 5(2). С. 36–43.

2. Ходаківський О. Використання Octave в курсі прикладної математики. Вісник Національного університету «Львівська політехніка». 2015. С. 101–105.

3. Шкарбан М. Використання вільного програмного забезпечення у викладанні математики. Математика в школах України. 2016. № 3. С. 16–20.

The article analyzes algorithmic approaches to teaching students to solve physical problems. Special attention is paid to modeling the process of solving problems in the GNU Octave environment

Keywords: *problem, algorithm, modeling, physics, GNU Octave*

УДК 53

Сергій ЧЕРКОВСЬКИЙ, здобувач вищої освіти

Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

СПЕКТР ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «СВІТЛОВІ ЯВИЩА» В 9-МУ КЛАСІ

Одним із способів зацікавлення учнів вивченням фізики в школі є залучення їх до конструювання фізичних приладів. У статті висвітлення можливості конструювання оптичних приладів при вивченні світлових явищ в курсі фізики основної школи.

Ключові слова: *фізика, світлові явища, оптика, конструювання оптичних приладів.*

Одним із способів зацікавлення учнів вивченням фізики в школі є залучення їх до конструювання фізичних приладів. Це можна здійснити при вивченні теми «Світлові явища» в 9-му класі основної школи.

Сьогодні, в період широкого використання комп'ютерних технологій, насичення навчального процесу мультимедійними засобами, така робота може здатися непотрібною і примітивною. Та ця думка помилкова. Насправді технічна творчість сприяє трудовому вихованню молоді, розкриттю її здібностей і талантів, підвищує креативну та пошукову активність, розвиває асоціативні уявлення, технічну кмітливість, спостережливість, здатність генерувати ідеї, формує певний спосіб мислення – схемами, зоровими образами. Технічна творчість розвиває модельне мислення. Пізнаючи який-небудь процес чи об'єкт, ми будемо в своїй свідомості їхні моделі. Приймаючи якесь життєве рішення, ми подумки моделюємо обстановку, програємо на моделі можливий хід подій. По суті наукова робота в своїй основі є моделювання, створення графічних моделей у вигляді схем, креслень та ін. Метою статті є висвітлення можливостей конструювання оптичних приладів при вивченні світлових явищ в курсі фізики основної школи.

Одним із важливих питань фізики світлових явищ є поняття спектру. Спектр (лат. *spectrum* – привид) називається сукупність монохроматичних

випромінювань, що належать до складу складного випромінювання. Спектр випромінювання може описуватися графічною, аналітичною або табличною залежністю. Джерела випромінювання можуть мати суцільний, смугастий, лінійчатий спектр або спектр, що має суцільну та лінійчасту складові.

Неперервний спектр – спектр, у якого монохроматичні складові заповнюють без розривів інтервал довжин хвиль, в межах якого відбувається випромінювання.



Рис. 1. Неперервний спектр видимого випромінювання

Неперервний спектр відтворює нейтрально білий колір, що теоретично в природі ніколи не зустрічається. Наприклад, спектр випромінювання сонця протягом дня змінюється з слабко жовтуватого до помаранчевого ввечері, що пояснюється розсіюванням коротких синьо-фіолетових хвиль в атмосфері. Розсіяні короткі хвилі в атмосфері забарвлюють її в блакитні відтінки, а до земної поверхні доходить світло, в якому бракує відповідної частини спектру. Кольорова температура, баланс білого кольору – поняття, які пов'язані з частковою зміною спектру та його корекцією.

Смугастий спектр – спектр, монохроматичні складові якого утворюють групи (смуги), що складаються з багатьох тісно розташованих ліній емісії. Смуги випромінювання різних хімічних елементів різні, на чому заснований спектральний аналіз речовини при аналізі сполук невідомого складу.

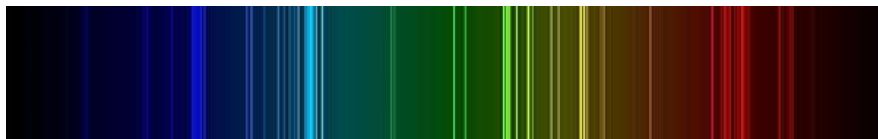


Рис. 2. Смугастий спектр видимого випромінювання азоту

Лінійчатий спектр – спектр, що складається з окремих монохроматичних ліній, що не зливаються одна з одною.

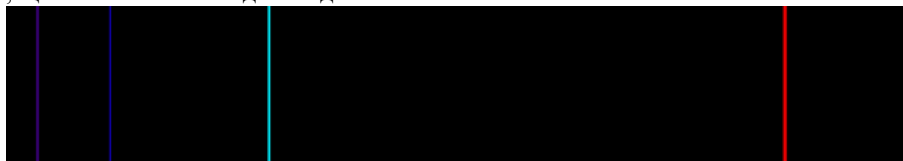


Рис. 3. Лінійчатий спектр видимого випромінювання атома водню

Більш-менш чистий лінійний спектр випромінювання можна отримати при свіщенні газів, спалювання простої речовини. Емісійний спектр рідин та металів має набагато більше ліній емісії, розташовані вони між собою ближче.

Дослід 1. Візьмемо диск Ньютонa (круг, на якому нанесено кольори спектра, мал. 4) і обертатимемо його з певною швидкістю. У результаті досліду ми побачимо, що диск має білий колір.



Рис. 4. Диск Ньютонa



Рис. 5. Одержання білого кольору

У 1807 р. англійський учений Томас Юнг зробив ще одне важливе відкриття: біле світло можна отримати шляхом змішування тільки трьох кольорів — червоного, зеленого і синього. Виявляється, решту кольорів спектра, а також їх відтінки можна отримати, змішуючи червоний, зелений і синій кольори. Але жодним змішуванням інших кольорів не можна отримати червоний, зелений і синій кольори.

Дослід 2. Направимо від трьох однакових джерел світла на екран світло червоного, синього і зеленого кольорів так, щоб вони накладалися один на одного (рис. 6). Там, де накладаються всі три кольори, ми побачимо білий колір (рис. 7).



Рис. 6. Установка для одержання трьох кольорів



Рис. 7. Одержання червоного, зеленого і синього



Рис. 8. Одержання білого кольору при змішуванні червоного, зеленого і синього кольорів

УДК 52 (79)

Назар ЧЕЧЕЛЬНИЦЬКИЙ, здобувач вищої освіти
Аркадій КУХ, доктор педагогічних наук, доцент

МІЖНАРОДНА КОСМІЧНА СТАНЦІЯ: СТРУКТУРА ТА МОЖЛИВОСТІ

Описано структуру і функціональні можливості модулів МКС. Буде корисним для вивчення теми «Дослідження космічного простору космічними апаратами».

Ключові слова: міжнародна космічна станція, наукові лабораторії, космічні польоти.

МКС – станція третього покоління з модульною структурою, модулі можна додавати або вилучати під час польоту, що додає гнучкості структурі. Різні сегменти створені зусиллями країн-учасниць проекту і мають свою певну функцію: дослідницьку, житлову або складську. Деякі з модулів, наприклад, американські модулі серії Unity, є перемичками або використовуються для стикування з транспортними кораблями. МКС складається з 14 основних модулів загальним обсягом 1000 кубометрів, на борту станції може постійно перебувати екіпаж із 6 або 7 осіб.

Маса МКС після завершення її будівництва, згідно з планами, становитиме понад 400 тонн. За габаритами станція приблизно дорівнює футбольному полю 109 м. На зоряному небі її можна спостерігати неозброєним оком — іноді станція є найяскравішим небесним тілом після Сонця і Місяця.

МКС обертається навколо Землі на висоті близько 340 кілометрів, здійснюючи навколо неї 16 обертів на добу. На борту станції здійснюються наукові експерименти за такими напрямками:

- Дослідження нових медичних методів терапії і діагностики та засобів життєзабезпечення в умовах невагомості;
- Дослідження в галузі біології, функціонування живих організмів у космічному просторі під впливом сонячної радіації;
- Вивчення земної атмосфери, космічних променів, космічного пилу і темної матерії;
- Дослідження властивостей матерії, зокрема надпровідності.

Перший модуль станції — російська «Заря» (масою 19323 кілограми) — був виведений на орбіту ракетою-носієм «Протон-К» 20 листопада 1998 року. Модуль використовували на початковому етапі будівництва станції як джерело електроенергії, а також для керування орієнтацією в просторі і для підтримки температурного режиму. Згодом ці функції передали іншим модулям, а «Заря» почали використовувати як склад. З 2012 року на ньому розташований один кран-маніпулятор «стріла».

Модуль «Звезда» є головним житловим модулем станції, на його борту перебувають системи життєзабезпечення та управління станцією. До нього пристиковуються російські транспортні кораблі «Союз» і вантажні кораблі «Прогрес». Модуль з запізненням на два роки був виведений на орбіту ракетою-носієм «Протон-К» 12 липня 2000 року і зістикований 26 липня з «Зарею» і раніше виведеним на орбіту американським стикувальним модулем Unity-1.

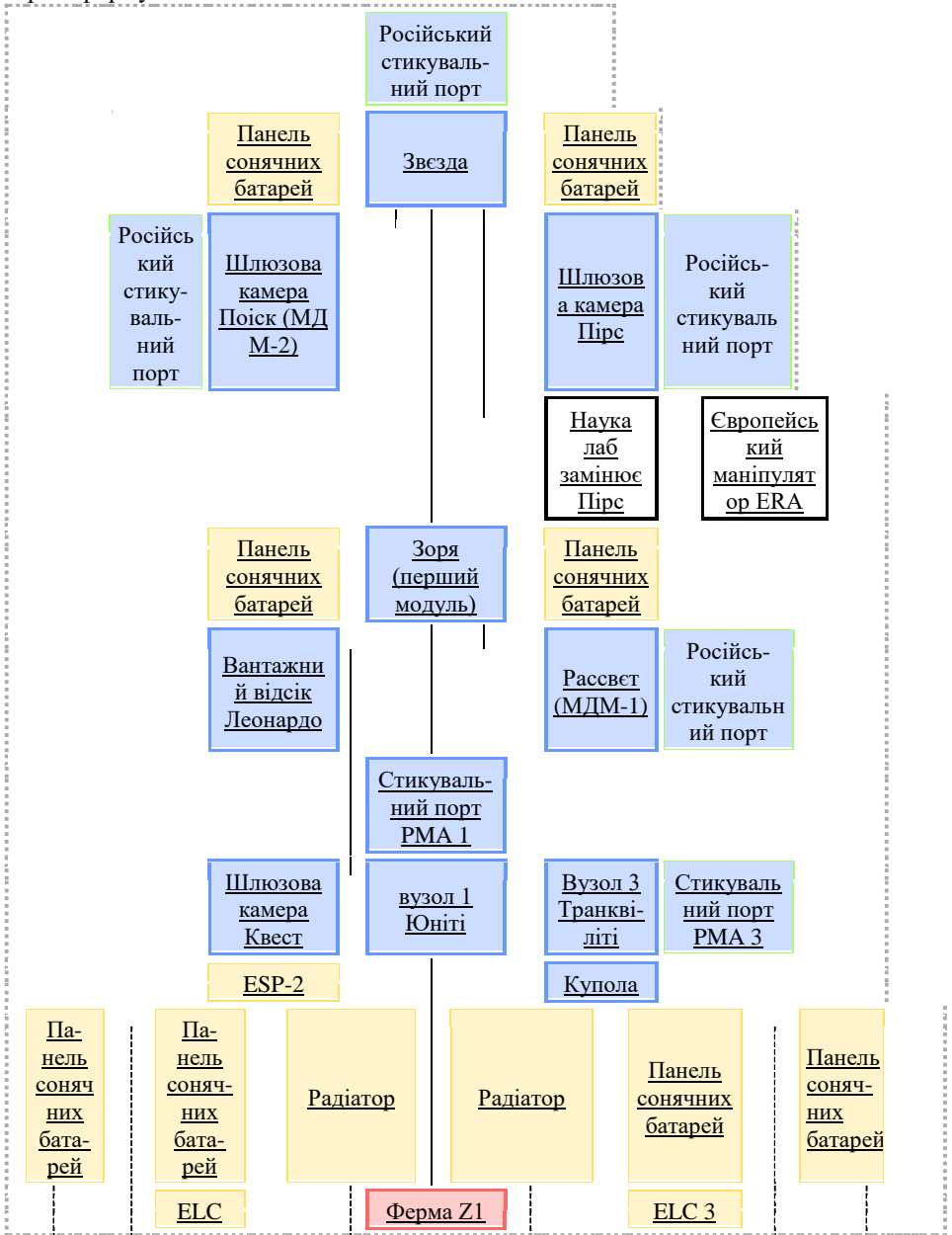
Стикувальний модуль «Пірс» (3480 кг) був запущений на орбіту у вересні 2001 року, він призначений для стикування кораблів «Союз» і «Прогрес», а також для виходу у відкритий космос. Модуль «Пірс» було від'єднано від станції та зведено з орбіти 26 липня 2021 року. Він став першим модулем МКС, від'єднаним від станції. Лабораторні модулі – США – «Дестині», ЄКА «Колумбус» і Японії «Кібо». Вони і основними вузловими сегментами «Гармоні», «Квест» і «Юніті» були виведені на орбіту шаттлами.

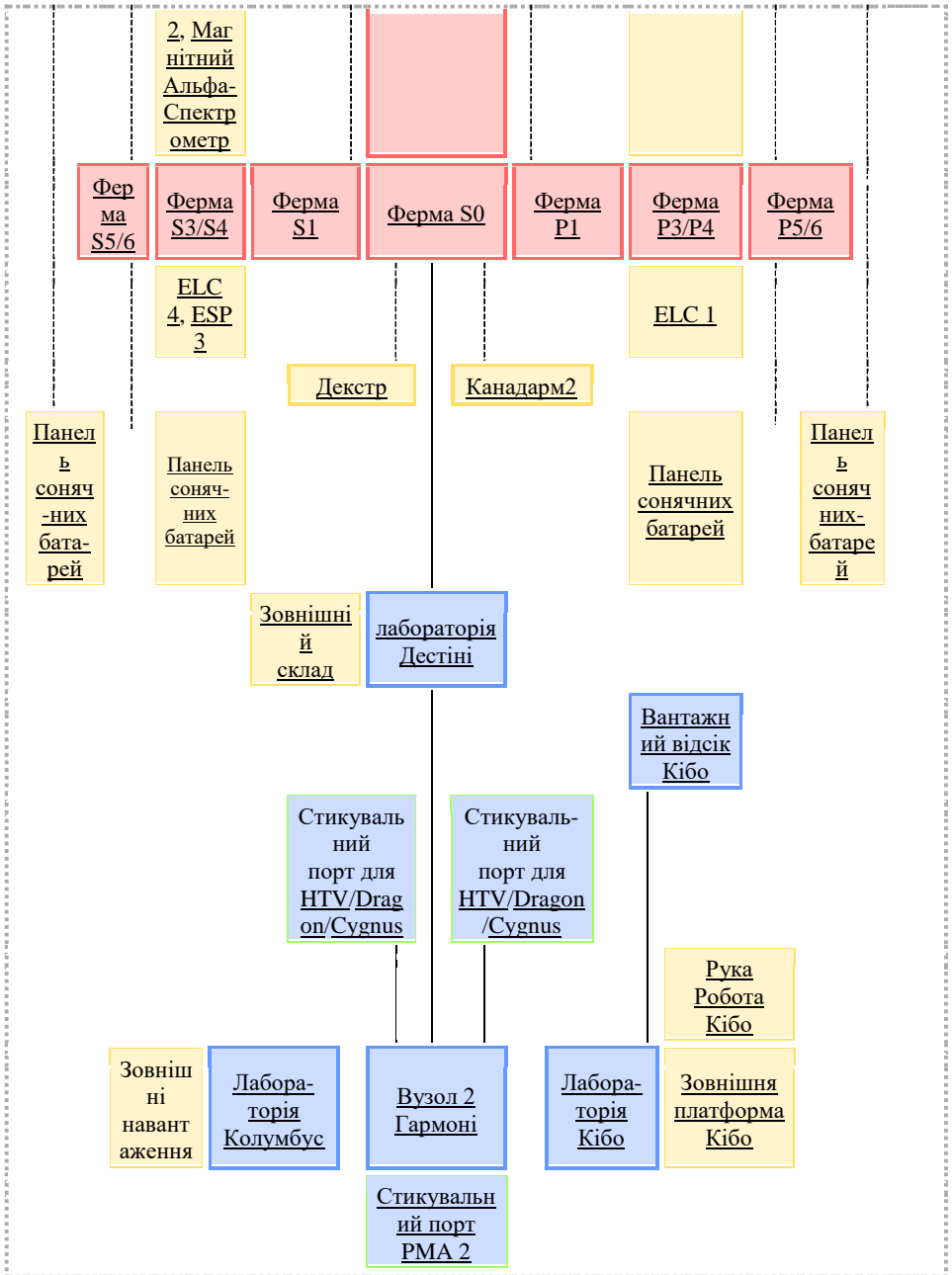
У березні 2016 року до МКС було доставлено експериментальний надувний житловий модуль «ВЕАМ». Протягом двох років перебування модуля у складі МКС, всередині ВЕАМ космонавти будуть здійснювати регулярні заміри різноманітних показників і параметрів. Ці дані допоможуть надалі при проектуванні і конструюванні майбутніх надувних модулів.

У липні 2021 року до МКС пристикувався російський багатоцільовий лабораторний модуль «Наука». Він став четвертим науковим модулем на станції

26 листопада 2021 року до модуля «Наука» пристикувався універсальний вузловий модуль Причал. Він має порти для прийому пілотованих кораблів

Союз МС і вантажних Прогрес МС. Один із стикувальних вузлів може трансформуватися.





The structure and functionality of the ISS modules are described. It will be useful for studying the topic "Exploration of space by spacecraft"

Keywords: *international space station, scientific laboratories, space flights*

УДК 378.147:[37.011.3-051]:[53+51

Оксана ЧОРНА, кандидат педагогічних наук

ШЛЯХИ АКТИВІЗАЦІЇ НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ЇХ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

У статті розглянуто шляхи активізації науково-дослідної діяльності студентів, оскільки сучасна освітня система вимагає впровадження нових підходів до її організації, щоб відповідати вимогам глобалізації, цифровізації та міждисциплінарності. Активізація науково-дослідної діяльності студентів є важливим аспектом сучасного освітнього процесу, оскільки сприяє формуванню творчого мислення, професійної компетентності та самостійності.

Ключові слова: *наука, науково-дослідна діяльність, ефективність, активізація, інтеграція, співробітництво, наукове дослідження, здобувач вищої освіти.*

Практика свідчить [1-8], що організація науково-дослідної роботи студентів сприяє підвищенню якості підготовки фахівців, зростанню науково-педагогічної кваліфікації науково-педагогічних працівників, безпосередньому використанню значного наукового потенціалу з метою прискорення науково-технічного і суспільного прогресу й досягнення відповідних економічних і соціальних результатів. З урахуванням потреб сучасного суспільства у підготовці компетентних фахівців з інноваційним мисленням, готових самостійно вирішувати складні проблеми, важливе місце у стандартах вищої освіти, професіограмах, освітніх програмах відводиться дослідницькому компоненту. За кожним рівнем вищої освіти висувається певний перелік вимог до науково-дослідницької підготовки майбутнього фахівця, що передбачає набуття (розвиток, поглиблення, вдосконалення) дослідницької компетентності [1].

Науково-дослідна діяльність здобувача вищої освіти є важливою складовою освітнього процесу в університеті. Вона виступає обов'язковою частиною підготовки майбутніх висококваліфікованих фахівців, здатних розв'язувати важливі наукові проблеми. Окрім цього науково-дослідна діяльність допомагає майбутньому фахівцю сформулювати необхідні творчі здібності, вміння самостійно мислити, розвивати свої уміння та навички проведення активного наукового пошуку. Оскільки науково-дослідна робота здобувачів вищої освіти спрямована на поглиблення засвоєння навчального матеріалу, вона розпочинається на першому курсі та передбачає набуття початкових навичок самостійної теоретичної роботи, що пов'язано із вивченням сучасних методів дослідження, теоретичних основ постановки проблеми, організації наукових

досліджень, методики вивчення наукової літератури, вміння планувати науково-дослідну роботу та аналізувати перші наукові дані [8].

Вивчення навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень» передбачає формування у здобувачів вищої освіти первинних умінь та навичок дослідницької діяльності на першому ступені вищої освіти у формах, передбачених освітньо-професійною програмою підготовки бакалавра. Опановуючи «Основи наукових досліджень», здобувачі вищої освіти набувають передбачені освітньо-професійною програмою компетентності щодо розуміння сутності науки; методології та методів наукових досліджень, їх застосування; логіки наукових досліджень; змісту наукової діяльності й самостійної роботи з навчальною, науковою, методичною літературою; процесу підготовки наукових робіт.

Метою вивчення дисципліни є формування у здобувачів вищої освіти теоретичних знань про сутність, роль, функції науки й наукових досліджень у суспільному житті та їхній взаємозв'язок із практикою, навичок організації й проведення наукових досліджень. Завданням вивчення дисципліни є здобуття здобувачем освіти таких можливостей і переваг: доступ до наукових творів; первинні теоретичні знання і практичні уміння з опрацювання джерел інформації; знання основних методів проведення наукових досліджень; знання про зміст, правила й норми наукового стилю мовлення, про вимоги до оформлення результатів своєї праці; навички коректного ставлення до результатів чужої праці; володіння науковою етикою [8].

Вивчення дисциплін професійного підготовки повинні ґрунтуватися на партнерській співпраці викладачів і здобувачів вищої освіти, особистісно орієнтованому підході до освіти, принципі систематичності та послідовності в освіті, аналітико-синтетичній професійно спрямованій діяльності студента.

Підвищення ефективності науково-дослідних робіт у ЗВО, залучення до їхнього виконання здобувачів вищої освіти підвищують якість підготовки фахівців. У результаті підготовки до науково-дослідної діяльності здобувачі вищої освіти – майбутні фахівці проявлятимуть здатність займатися самоосвітою, цілеспрямовано здійснювати власну пошукову діяльність, наукову роботу, ефективно розв'язувати науково-дослідні завдання на наступному рівні здобуття вищої освіти та в подальшій професійній діяльності.

Активізація науково-дослідної діяльності студентів є важливим аспектом сучасного освітнього процесу, оскільки сприяє формуванню творчого мислення, професійної компетентності та самостійності. Для цього використовують різні шляхи, виокремимо окремі з них:

– Інтеграція наукової роботи в освітній процес: залучення студентів до виконання дослідницьких проєктів у межах навчальних дисциплін; використання методу проєктного навчання; організація семінарів і практикумів, спрямованих на розв'язання реальних наукових завдань; створення проєктів, які об'єднують знання з різних галузей (STEM, соціальні науки, мистецтво) та пошук нестандартних рішень за допомогою взаємодії різних напрямів знань.

Дослідницька складова є обов'язковою складовою освітньої та освітньо-наукової програм та умовою формування інтегральних, загальних та спеціальних компетентностей, зокрема таких, як здатність розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної, зокрема дослідницьк-оіноваційної діяльності, знання основ наукових досліджень в обраній галузі знань, уміння розкрити сутність проблемної ситуації, сформулювати предмет, мету і завдання дослідження та володіти методикою системних досліджень щодо обраного фаху. Елементи наукового пошуку та наукової творчості є невіддільними складовими у викладанні (для студентів першого (бакалаврського) та другого (магістерського) рівнів вищої освіти) кожного предмета – в лекціях, практичних заняттях, семінарах, та при проходженні виробничої практики.

– Мотивування студентів: запровадження системи заохочень: стипендії, гранти, участь у конференціях і публікація робіт; проведення конкурсів студентських наукових робіт; визнання досягнень студентів на різних рівнях;

– Організація наукових заходів: проведення студентських конференцій, круглих столів, форумів; залучення студентів до участі в роботі наукових гуртків і проблемних груп; організація воркшопів із методології наукових досліджень.

– Співпраця з науковими установами та бізнесом: стажування, отримання неформальної / інформальної освіти у дослідницьких центрах або організаціях; виконання спільних проєктів із замовниками-стейкхолдерами; проведення спільних досліджень із викладачами або зовнішніми експертами; залучення стейкхолдерів до освітнього процесу через спільні дослідження.

– Інформаційна підтримка: надання доступу до сучасних баз даних, наукових журналів і літератури; організація тренінгів із роботи з науковою інформацією та оформлення наукових робіт; використання електронних платформ для спільної роботи.

– Індивідуальний підхід: наставництво з боку досвідчених науково-педагогічних працівників; підтримка інтересів і ініціатив студентів у виборі тематики досліджень; формування індивідуальних дослідницьких траєкторій для студентів залежно від їх інтересів.

– Міжнародне співробітництво. Наукові дослідження є важливим інструментом розвитку міжнародного наукового та науково-технічного співробітництва із закордонними ЗВО, науковими установами та підприємствами як одного з пріоритетних напрямів діяльності вищого навчального закладу. Міжнародна наукова співпраця сприяє позиціонуванню ЗВО на глобальному освітньому і науковому просторі, одержанню конкурентоздатних на світовому ринку наукових та науковоприкладних результатів. Налагодження міжнародних контактів забезпечує подальшу можливість долучення українських ВНЗ як організацій-партнерів у виконанні міжнародних грантів, стажування наукових працівників, докторантів та аспірантів, використання для наукових досліджень сучасного 149 обладнання і приладів, спільного публікування в авторитетних наукових виданнях, оновлення та модернізацію експериментальної та приладної бази тощо.: участь у програмах

академічної мобільності; включення студентів до міжнародних дослідницьких проєктів закладу вищої освіти; використання платформ для спільної роботи з іноземними студентами (наприклад, ResearchGate) [1-4].

Загалом, основними формами науково-дослідної роботи студентів у закладах вищої освіти є науково-дослідна робота як частина освітнього процесу, яка є обов'язковою до виконання, оскільки включена у навчальний план: виконання практичних, семінарських, самостійних завдань, контрольних та лабораторних робіт, курсових робіт, курсових та дослідницьких проєктів, які містять елементи наукових досліджень; виконання завдань на базі практичного матеріалу, зібраного студентами під час проходження навчальної, виробничої практик; написання та захист кваліфікаційних (бакалаврських, магістерських) робіт, що є підставою для присвоєння відповідної освітньої кваліфікації [7]. Суттєві зміни можна отримати, якщо перебудувати зміст і методику викладання фахових, професійно-орієнтованих дисциплін. Серед факторів, що сприяють формуванню відповідних якостей дослідника у процесі навчально-дослідницької діяльності студентів, виділяють особистісно-діяльнісний підхід до навчання, діалогізацію освітнього процесу, оптимальне співвідношення індивідуальних і колективних форм організації процесу навчання. Сучасна освітня система вимагає впровадження нових підходів до організації науково-дослідної діяльності студентів, щоб відповідати вимогам глобалізації, цифровізації та міждисциплінарності. У ЗВО, на відміну від інших наукових закладів, успішно поєднується навчальна й наукова діяльність. Причому науково-дослідна діяльність є органічною частиною й обов'язковою умовою успішної роботи закладів вищої освіти. Здобувачі вищої освіти не тільки одержують новітню наукову інформацію під час вивчення освітніх компонентів, але й беруть участь у наукових дослідженнях.

Список використаних джерел:

1. Вітченко А. О., Вітченко А. Ю. Основи наукових досліджень у вищій школі: підруч. Київ : ФОП Ямчинський О.В., 2020. 272 с.
2. Лаврентьева О. Науково-дослідницька діяльність майбутніх учителів у системі вдосконалення методологічної культури // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2015. № 1 (4). С. 7-13.
3. Основи наукових досліджень. Організація самостійної та наукової роботи студента : навчальний посібник. Київ : Професіонал, 2006. 208 с.
4. Основи наукових досліджень: теоретичний курс: навчальний посібник [електронний ресурс]. [автори-укладачі: Т.П. Поведа, О.Г.Чорна]. Кам'янець-Подільський: К-ПНУ, 2024. 160 с.
5. Основи наукових досліджень: практичний курс: навчально-методичний посібник [Електронний ресурс] / [автори-укладачі: Т. П. Поведа, О. Г. Чорна]. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2022. 98 с.
6. Основи наукових досліджень: навч. посіб. / за заг. ред. Т. В. Гончарук. Тернопіль, 2014. 272 с.

7. Чорна О.Г., Рачковський О.М. Формування готовності здобувачів вищої освіти до науково-дослідної діяльності /О.Г. Чорна, О.М. Рачковський // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна / [редкол.: С.В. Оптасюк (голова, наук. ред.) та ін.]. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. Випуск 27. С. 171-174.

8. Чорна О.Г. Формування науково-дослідницької культури майбутніх вчителів у процесі професійної підготовки /Матеріали наукової конференції «Концепція формування природничо-наукової компетентності та світогляду майбутнього фахівця в умовах STEM-освіти». 6-7 жовтня 2021 р., Кам'янець-Подільський, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. 102 с. С. 93-94.

The article examines ways to activate students' research activities, since the modern educational system requires the introduction of new approaches to its organization in order to meet the requirements of globalization, digitalization and interdisciplinary. Activation of students' research activities is an important aspect of the modern educational process, as it contributes to the formation of creative thinking, professional competence and independence.

Key words: science, scientific research activity, efficiency, activation, integration, cooperation, scientific research, student of higher education.

УДК 004.4²

Олександр ШЕВЧУК, здобувач вищої освіти

Науковий керівник – **Тетяна ПИЛИПЮК**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗРОБКИ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

У статті обґрунтовується важливість розробки системи контролю освітнього процесу для здобувачів вищої освіти, яка спрямована на підвищення їхньої самодисципліни, відповідальності та ефективності керування часом. Аналізуються основні складові освітнього процесу та особливості застосування інформаційних технологій для інтеграції системи контролю з автоматизованою системою управління закладом вищої освіти. Проаналізовано наявні програмні рішення, що використовуються для підтримки здобувачів вищої освіти в освітньому процесі. Також описано функціональні можливості та інструментальні засоби для розробки даної системи.

Ключові слова: контроль освітнього процесу, здобувачі вищої освіти, керування часом, освітній процес, розклад занять, інструментальні засоби розробки системи контролю, мобільно-орієнтована інформаційна система,

автоматизовані системи управління, самодисципліна, освітні ресурси, автоматизація, інтеграція даних.

Підвищення ефективності освітнього процесу завжди залишається пріоритетним завданням для закладів вищої освіти. Контроль здобувачами власного освітнього процесу не лише сприяє підвищенню рівня самодисципліни, відповідальності та здатності до самоорганізації, але й дозволяє більш ефективно використовувати навчальні ресурси в освітньому процесі. Розробка системи контролю освітнього процесу орієнтованої на здобувачів вищої освіти набуває особливої актуальності в умовах швидкого розвитку цифрових технологій та зростанні обсягів інформації. Також система особливо важлива для першокурсників, яким часто потрібно більше часу, щоб адаптуватися й розібратися з особливостями освітнього процесу. Така система може надати здобувачам вищої освіти інструменти для самостійного планування та моніторингу свого навчання, що допоможе їм краще орієнтуватися в освітньому процесі, досягати результатів та ефективно планувати свій час.

Освітній процес – це інтелектуальна, творча діяльність у сфері вищої освіти і науки, що провадиться у закладі вищої освіти через систему науково-методичних і педагогічних заходів та спрямована на передачу, засвоєння, примноження та використання знань, умінь та інших компетентностей здобувачів вищої освіти, а також на формування гармонійно розвиненої особистості [1].

Для здобувачів вищої освіти основними складовими освітнього процесу є:

Освітньо-професійна програма та структурований навчальний план, який розроблений для підготовки фахівців у певній галузі або професії. Така програма містить комплекс освітніх компонентів спланованих і організованих для досягнення результатів навчання.

Графік освітнього процесу – визначає календарні терміни теоретичної й практичної підготовки, підсумкового контролю (заліки, екземи), практики тощо, який складається на кожний семестр.

Розклад занять – графік, який визначає дату і час проведення теоретичного та практичного навчання, а також екзаменаційної сесії в закладі вищої освіти.

Робочі програми освітніх компонентів, силабуси – документи, які визначають зміст, цілі, завдання, форми контролю, оцінювання освітніх компонентів. Вони допомагають викладачам структурувати навчальний процес, забезпечують здобувачів чітким розумінням того, що від них очікується.

Рейтинг здобувачів вищої освіти – система оцінювання та ранжування успішності здобувачів на основі їх академічних досягнень для моніторингу та аналізу якості навчання.

Оскільки смартфони стали невід’ємною частиною повсякденного життя, систему контролю освітнього процесу здобувачів вищої освіти можна розділити на два компоненти: адміністративну панель та мобільний застосунок.

Мобільний застосунок – мобільно-орієнтована інформаційна система з такими функціональними можливостями:

- отримання освітньо-професійної програми, графіку освітнього процесу, рейтингу успішності тощо;
- відображення розкладу занять з можливістю отримання push-сповіщення до початку заняття, приховування певних освітніх компонентів, демонстрування розкладу для різних підгруп, а також контроль навчальних годин;
- планування персональних задач за дошкою Kanban, які можна розділяти за пріоритетністю та категоріями;
- доступ до електронних ресурсів закладу вищої освіти;
- перегляд подій та новин закладу вищої освіти.

Адміністративна панель є інструментом для налаштування системи контролю освітнього процесу здобувачів вищої освіти на рівні закладу вищої освіти, забезпечуючи адміністрування та управління даними в єдиній системі.

Одним з ключових елементів мобільно-орієнтованої інформаційної системи є розклад занять, адже він може коригуватися. Всі інші елементи, окрім рейтингу успішності, сформовані до початку освітнього процесу і залишаються незмінними протягом навчального року, який поділяється на два семестри. Інформування про розклад занять можна здійснювати різними способами, використовуючи як сторонні API від певних інформаційних систем, так і методи парсингу даних із сайту закладу вищої освіти [2]. Оскільки ЗВО III-IV рівня акредитації використовують певні АСУ, тому щоб не перезавантажувати систему дубльованими даними, будемо отримувати певні дані з АСУ. Багато закладів, зокрема і Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, використовують Автоматизовану систему управління «Деканат» [3]. Тому в адміністративній панелі будемо отримувати інформацію про академічні групи розподілені на певних кафедрах і факультетах, що дозволить встановлювати зв'язки між здобувачами та їх групами, а також зможемо отримувати розклад занять в мобільний застосунок. Важливо зазначити, що АСУ ВНЗ немає жодної публічної документації API для отримання даних з вебсервера, проте можна проаналізувати мережевий трафік, який використовується під час відображення розкладу на вебсайті. До прикладу, можна скористатися демонстраційним варіантом розкладу, який пропонує сама система [4]. Щоб проаналізувати мережеву активність на сайті, використаємо браузер Chrome, далі відобразимо DevTools (Інструменти розробника) або скористаємося сполученням клавіш Ctrl+Shift+J для Windows та відкриємо вкладку Network (Мережа). Це дасть можливість відстежувати всі запити, які відправляються та отримуються під час відображення розкладу. Таким чином, ми зможемо виявити конкретні запити, які використовуються для отримання даних, і використати їх для подальшого аналізу та інтеграції в систему.

Проаналізувавши ринок існуючих рішень, можна зазначити що більшість подібних програм не використовують автоматизацію отримання даних, тому користувачам потрібно самим додавати дані освітнього процесу. Проте можна виділити основні програмні рішення, що мають автоматизацію отримання даних з певних АСУ: Skedy (АСУ «МКР»), UniSched (ПП «Політек-СОФТ»), АСУ ВНЗ та uSched (АСУ «ВНЗ»). Здійснивши аналіз даних рішень, було виявлено, що вони мають широкий набір функцій по роботі з розкладом, однак не достатньо орієнтовані на інформаційну підтримку здобувачів вищої освіти, яку було описано вище. Також в офіційному застосунку АСУ ВНЗ було знайдено помилку, яка некоректно відображала дані розкладу, якщо він містив підгрупи.

Визначивши функціональні критерії та оглянувши існуючі мобільні рішення можна визначити інструментальні засоби для використання в розробці даної системи. При розробці адміністративної панелі ефективним буде використання мов програмування PHP та JavaScript, CSS-фреймворку Tailwind, бази даних MySQL та середовища розробки Visual Studio Code з певними розширеннями. Оскільки мобільний застосунок буде орієнтований на операційну систему Android, для створення застосунку використовуватимемо мову програмування Kotlin, локальну базу даних SQLite, бібліотеку OkHttp для ефективної роботи з протоколом HTTP та бібліотеку Gson для серіалізації й десеріалізації об'єктів [5]. А також інтегроване середовище розробки Android Studio.

Отже, у результаті дослідження можна зробити висновки про актуальність та важливість даної системи для здобувачів вищої освіти. Запропоноване програмне рішення з контролю освітнього процесу є сучасним інструментом, який сприятиме підвищенню відповідальності здобувачів та ефективності їх взаємодії з освітніми ресурсами. Також завдяки розробленій системі здобувачі вищої освіти отримають можливість самостійно відслідковувати освітню діяльність закладу вищої освіти, ставити перед собою конкретні цілі та оптимально планувати власний час, що є особливо важливим в умовах збільшення обсягу інформації та потреби в раціональному підході до навчання.

Список використаних джерел:

1. Про вищу освіту : Закон України від 01.07.2014 № 1556-VII. Дата оновлення: 16.08.2024. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18> (дата звернення: 07.11.2024).
2. Шевчук О. Система інформування розкладу занять в закладах вищої освіти. Збірник матеріалів наукової конференції за підсумками НДР здобувачів вищої освіти фізико-математичного факультету Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка у 2023-2024 н. р. Кам'янець-Подільський : К-ПНУ ім. І. Огієнка, 2024. С. 108-113.
3. АС «Деканат». Автоматизована система управління вищим навчальним закладом. URL: <https://vuz.osvita.net/as-dekanat> (дата звернення: 07.11.2024).
4. Веб-Розклад для АС «Деканат». URL: <https://vnz.osvita.net> (дата звернення: 07.11.2024).

5. Kotlin Docs. URL: <https://kotlinlang.org/docs/home.html> (дата звернення: 08.11.2024).

6. Василик С. К., Майстренко О. В., Немашкало К. Р. Самоменеджмент : навч. посіб. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2020. 150 с.

7. Браун П., Макденіел М., Редігер Г. Засіло в голові. Наука успішного навчання / пер. з англ. Ю. Кузьменко. Київ : Наш Формат, 2019. 240 с.

The subject of the article is the importance of developing a monitoring system for the educational process aimed at students, with a focus on enhancing their self-discipline, responsibility, and time management efficiency. The article analyses the main components of the educational process and the specific features of applying information technologies to integrate the monitoring system with an automated management system within a higher education institution. Existing software solutions used to support students during the educational process are reviewed. In addition, the functional capabilities and tools for developing this system are described.

Keywords: *monitoring educational process, students, time management, educational process, study schedule, control system development tools, mobile-oriented information system, automated management systems, self-discipline, educational resources, automation, data integration.*

УДК 519.8

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Дмитро АНДРОНІК, здобувач вищої освіти

ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ В ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ

У роботі розглядаються підходи до дослідження можливостей практичного використання оптимізаційного алгоритму Форда-Фалкерсона для формування в мережі максимального трафіку. Регулювання пропускної здатності каналів докорінно змінює умови використання мережі, з'являються можливості вивільнення окремих ланок мережі. Значна увага приділяється візуалізації роботи алгоритму.

Ключові слова: *максимальні потоки в маршруті, оптимізаційні алгоритми на графах.*

Вступ. Однією за важливих задач, вирішення якої допомагає оптимізувати транспортну задачу з планування маршрутів транспортування вантажів, побудову нафто-, водо- та газопроводів, проектування електромереж тощо, є задача пошуку максимального потоку мережі. Для вирішення такої задачі використовуються алгоритми на графах. Зокрема, метод Форда-Фалкерсона описано в [1, с. 64].

Проблема максимального потоку передбачає визначення максимального обсягу потоку, який можна надіслати від вершини-джерела (стартової точки) до вершини-приймача (точки фінішу) в орієнтованому зваженому графі з урахуванням обмежень пропускної здатності на ребрах.

Потрібно також зазначити, що задачі маршрутизації є ключовими в галузі транспортних перевезень та логістики. Відомо [2], що в більшості сегментів ринку доставка товару додає до його вартості суму, яка прирівнюється до вартості самого товару.

Виклад основного матеріалу дослідження. Математична (графічна) модель такої задачі передбачає ряд обмежень та зауважень.

Моделювання задачі про максимальний потік можна подати таким чином. У деяких пунктах (не обов'язково має бути один) видобувають однорідну рідину, яка через систему взаємозв'язаних труб поступає до споживача або групи споживачів. Напрямок протікання рідини в трубах строго фіксований. В процесі доставки товару його змінювати не можна. Для кожної труби (маршруту) задається максимальна пропускна здатність, яка є сталою величиною.

На маршрутах встановлено регулятори потоку, які визначають управління процесом. Очевидно, що при будь-якому положенні регулятора величина потоку довільної труби не може перевищувати її пропускну здатність.

У проміжних пунктах рідина перебуває у положенні рівноваги, тобто скільки рідини витекло, стільки і прибуло.

Алгоритм працює шляхом ітераційного знаходження доповнюючого шляху, який є шляхом від джерела до споживача в залишковому графі, тобто графіку, отриманому шляхом віднімання поточного потоку від пропускної здатності кожного ребра. Потім алгоритм збільшує потік уздовж цього шляху на максимально можливу величину, яка є мінімальною пропускну здатністю ребер уздовж шляху.

Для візуалізації роботи алгоритму ми розробили допоміжну програму обробки орієнтованого графу з вагою (вагового графу). Введення початкових даних (задання графу) зручно проводити за допомогою вагової матриці A , елемент a_{ij} якою вказує який об'єм рідини поступає з i -того в j -тий вузол.

Якщо матриця A має вигляд

$$\begin{pmatrix} 0 & 16 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

то зображення графу матиме вигляд, що подано на рисунку 1.

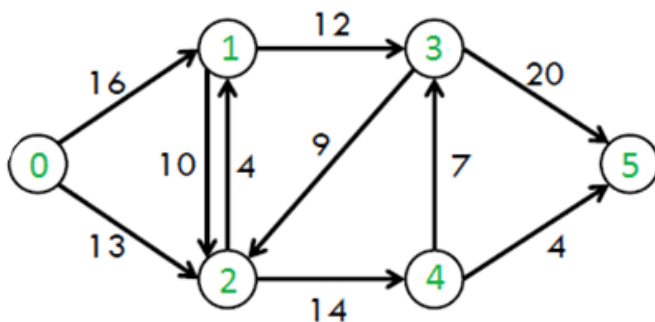


Рис. 1. Граф-схема потокової мережі

В результаті роботи алгоритму буде встановлено, що максимальний можливий потік на наведеній вище моделі становить 23. Цей потік подано на рисунку 2.

Легко бачити, що цей розв'язок не єдиний. Якщо ребру (0,1) дати навантаження 12, а ребру (0,2) – 11, то відпаде потреба задіювати ребро (2,1).

Пошук альтернативних варіантів максимального потоку дозволяє звільнити окремі ділянки, наприклад, для проведення ремонтних робіт.

Застосування алгоритму. Алгоритм Форда-Фалкерсона може бути застосований для вирішення широкого кола задач:

- Транспортні системи: Оптимізація маршрутів руху транспортних засобів з урахуванням пропускних можливостей маршрутів.
- Телекомунікаційні мережі: Маршрутизація пакетів даних в мережах різної пропускної здатності.

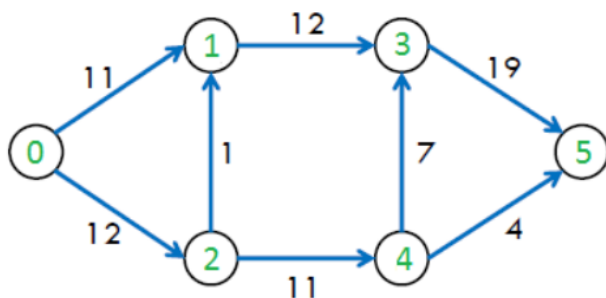


Рис. 2. Граф-схема максимального потоку

- Робототехніка: Планування маршрутів для мобільних роботів.
- Інтернет речей: Оптимізація комунікацій між пристроями.

- Вирішення задачі знаходження максимального потоку при евакуації населення з міста на дорожньо-транспортній мережі. Це дозволить скоротити загальний час евакуації населення в умовах військових конфліктів.

- Керування мережею водо- чи газопостачання і ін.

Висновок. В роботі розглянуто алгоритм для знаходження заданої кількості або усіх можливих максимальних потоків в мережі та на основі їх аналізу даються рекомендації, щодо можливої економії ресурсів за рахунок зменшення пропускнутих спроможностей дуг.

Список використаних джерел:

1. Баргіш, М. Я., Дудзяний, І. М. Дослідження операцій. Частина 2. Алгоритми оптимізації на графах. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2007. 120 с.
2. Савченко Л.В., Молчанова К.М., Григорак М.Ю. Економіко-математичні методи в логістиці: навч. посіб. Київ. Логос, 2013. 308 с.

The paper considers approaches to the study of the possible practical use of the Ford-Falkerson optimization algorithm for the formation of maximum traffic in the network. Regulation of channel bandwidth fundamentally changes the conditions of network use, the possibility of freeing up individual links of the network appears. Considerable attention is paid to the visualization of the operation of the algorithm.

Keywords: *maximum flows in the route, optimization algorithms on graphs.*

УДК 519.8

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Дмитро КОЛЕСНИК, здобувач вищої освіти

МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ МАРШРУТІВ В МЕРЕЖАХ ЗІ ЗМІННОЮ ПРОПУСКНОЮ ЗДАТНІСТЮ

У роботі розглядаються підходи до дослідження можливостей практичного використання оптимізаційного алгоритму Беллмана-Форда для формування мережі із змінною пропускнуою здатністю каналів. Зміна пропускнутих здатності каналів докорінно змінює умови використання мережі, з'являються випадки затримання передачі даних, що суттєво впливають на якість функціонування мережі. Показано, що алгоритм Беллмана-Форда демонструє високу адаптивність до динамічності у мережі та забезпечує знаходження оптимально якісних шляхів у мережі.

Ключові слова: *маршрути із змінною пропускнуою здатністю, оптимізаційні алгоритми на графах.*

Вступ. Проблема ефективного планування маршрутів у мережах з динамічно змінними характеристиками є актуальною для багатьох сучасних застосувань, таких як транспортні системи, телекомунікації, робототехніка та Інтернет речей. Зміна умов мережі, наприклад, пропускної здатності каналів, затримок передачі даних, може суттєво впливати на якість обслуговування користувачів. Тому розробка ефективних алгоритмів для оптимізації маршрутів в таких умовах є важливим науковим завданням.

Одним з найбільш відомих алгоритмів для пошуку найкоротших шляхів у графах є алгоритм Беллмана-Форда. Незважаючи на свою відносну простоту, він здатний працювати з графами, що містять цикли від'ємної ваги, що робить його універсальним інструментом для широкого спектру задач. Метою даної роботи є дослідження можливостей адаптації алгоритму Беллмана-Форда для вирішення задач оптимізації маршрутів у мережах зі змінною пропускною здатністю [1, с. 38].

Алгоритм Беллмана-Форда: теоретичні основи. Алгоритм Беллмана-Форда є ефективним методом пошуку найкоротших шляхів у зважених графах, включаючи ті, що містять ребра з від'ємною вагою. Його принцип дії полягає в ітеративному уточненні оцінок відстаней до всіх вершин графа. На кожній ітерації алгоритм аналізує всі ребра та оновлює оцінки, якщо виявляє коротші шляхи. Цей процес продовжується до досягнення збіжності або виявлення негативного циклу. Коректність алгоритму забезпечується поступовим наближенням до точного рішення на кожному кроці. За відсутності негативних циклів, алгоритм гарантовано знаходить найкоротші шляхи до всіх досяжних вершин. Наявність же негативних циклів призводить до нескінченного зменшення відстаней на цих циклах, що дозволяє алгоритму виявити такі патологічні ситуації. Отже реалізація алгоритму Беллмана-Форда за допомогою масивів відстаней дозволяє легко відстежувати найкоротші шляхи до кожної вершини та виявляти негативні цикли, що робить його незамінним інструментом для розв'язання широкого кола задач на графах [2, с. 651-657].

Код алгоритму:

```
BELLMAN-FORD(G, w, s, π, d)
INIT-SINGLE-SOURCE(G, s, d)
for i ← 1 to |V[G]| - 1
  for each edge (u, v) ∈ E[G]
    RELAX(u, v, w, d)
for each edge (u, v) ∈ E[G]
  if d[v] > d[u] + w(u, v)
    return FALSE
return TRUE (див. [1. с. 37])
```

Переваги алгоритму:

Універсальність - може застосовуватися до графів з довільним числом вершин та ребер. Обробка циклів від'ємної ваги. Простота реалізації.

Недоліки алгоритму:

Квадратична часова складність у найгіршому випадку. Неоптимальність для щільних графів. Адаптація алгоритму Беллмана-Форда до динамічних мереж [2, с. 651-657].

Для адаптації алгоритму до динамічних мереж необхідно враховувати зміну ваг ребер з часом. Це можна зробити за допомогою таких підходів:

1) Моделювання змін пропускну здатності:

1.1) Стохастичні моделі (марковські процеси, процеси Пуассона) для опису випадкових змін.

1.2) Детерміністичні моделі (періодичні функції, поліноми) для прогнозованих змін.

2) Гібридні моделі, що поєднують обидва підходи.

3) Динамічна релаксація:

3.1) Періодична переоцінка ваг ребер на кожній ітерації алгоритму.

3.2) Адаптивна частота переоцінки залежно від швидкості змін у мережі.

Оптимізація алгоритму:

1. Використання ефективних структур даних (хеш-таблиці, бінарні купи).

2. Паралельні обчислення.

3. Апроксимаційні алгоритми для пошуку квазіоптимальних рішень.

4. Експериментальні дослідження

Для оцінки ефективності адаптованого алгоритму Беллмана-Форда були проведені експерименти на моделі мережі зі змінною пропускну здатністю. Було порівняно результати роботи алгоритму з іншими алгоритмами за різними критеріями: час виконання, довжина маршруту, якість маршруту в умовах динамічних змін. Результати експериментів показали, що алгоритм Беллмана-Форда демонструє високу адаптивність до змін у мережі та забезпечує знаходження якісних маршрутів [3, с. 65-73].

Застосування алгоритму. Алгоритм Беллмана-Форда може бути застосований для вирішення широкого кола задач:

- Транспортні системи: Оптимізація маршрутів руху транспортних засобів з урахуванням змін дорожніх умов.

- Телекомунікаційні мережі: Динамічна маршрутизація пакетів даних в мережах змінної пропускну здатності.

- Робототехніка: Планування маршрутів для мобільних роботів в динамічних середовищах.

- Інтернет речей: Оптимізація комунікацій між пристроями.

Висновок. Алгоритм Беллмана-Форда є потужним інструментом для оптимізації маршрутів у динамічних мережах. Незважаючи на деякі обмеження, він демонструє високу ефективність у багатьох практичних задачах. Перспективи подальших досліджень включають:

- Розробку гібридних алгоритмів, що поєднують переваги різних методів.

- Розробку розподілених версій алгоритму для великих мереж.

- Додати детальні результати експериментів: Представити таблиці та графіки, що ілюструють залежність якості маршрутизації від різних параметрів.
- Обговорити обмеження адаптації алгоритму: Розглянути випадки, коли застосування алгоритму Беллмана-Форда може бути неефективним.
- Проаналізувати складність обчислень: Оцінити часову та просторову складність адаптованого алгоритму для різних типів мереж.
- Розглянути інші алгоритми: Порівняти алгоритм Беллмана-Форда з іншими алгоритмами, спеціально розробленими для динамічних мереж (наприклад, алгоритми на основі навчання з підкріпленням).

Список використаних джерел:

1. Бартіш, М. Я., Дудзяний, І. М. Дослідження операцій. Частина 2. Алгоритми оптимізації на графах. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2007. 120 с.
2. Кормен, Т. Х., Лейзерсон, Ч. Е., Рівест, Р. Л., Штайн, К. Алгоритми. Побудова та аналіз. Третє видання. Комп'ютерне видавництво «ДИАЛЕКТИКА». 2009. 120 с.
3. Zhan, F. B., Noon, C. E. Shortest Path Algorithms: An Evaluation Using Real Road Networks. Transportation Science. 1998. p. 65-73

This paper explores approaches to investigating the practical application of the Bellman-Ford optimization algorithm for constructing a network with variable channel capacity. Changes in channel capacity fundamentally alter network operating conditions, leading to data transmission delays that significantly impact network performance. The study demonstrates that the Bellman-Ford algorithm exhibits high adaptability to network dynamics and effectively finds optimal paths within the network.

Keywords: variable capacity routes, graph optimization algorithms.

УДК 004.031.2

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Богдан ПРОДОЛЯК, здобувач вищої освіти

РОЗРОБКА ПЛАТФОРМИ ДЛЯ НАДАННЯ ПОСЛУГ ЗІ СТВОРЕННЯ КАСТОМІЗОВАНИХ ОНЛАЙН-БІЗНЕСІВ НА СТЕКУ MEAN

У статті розглядаються підходи до розробки платформи для надання послуг зі створення кастомізованих онлайн-бізнесів на базі технологічного стека MEAN (MongoDB, Express.js, Angular, Node.js). Описано основні особливості застосування цього стека для інтеграції функцій розробки, кастомізації та управління контентом, що сприяє швидкому запуску онлайн-бізнесу.

Ключові слова: платформа, MEAN-стек, онлайн-бізнес, кастомізація, веб-розробка.

Актуальність дослідження. Стрімке зростання кількості онлайн-бізнесів та їх потреба у швидкому та індивідуальному налаштуванні визначає попит на платформи для створення кастомізованих рішень. Платформи, що ґрунтуються на стеку MEAN, дозволяють розробникам створювати швидкі, інтегровані рішення. MEAN-стек є повним JavaScript-рішенням для розробки веб-додатків, що забезпечує єдність коду на серверній та клієнтській частинах. Це забезпечує гнучкість у реалізації інтерактивних інтерфейсів та дозволяє зосередитися на спрощенні процесу налаштування для користувачів.

Мета статті. Описати можливості платформи на MEAN для створення кастомізованих онлайн-бізнесів, зокрема автоматизацію процесів налаштування бізнес-моделей та впровадження функцій управління контентом.

Аналіз актуальних досліджень, постановка проблеми. Дослідження в галузі JavaScript-стеків фокусуються на ефективності роботи додатків, розширеній інтеграції з базами даних, таких як MongoDB, та підвищенні гнучкості на основі Node.js і Angular (Grant H., Vjornson A., Dolling J.) [1]. Платформи, що об'єднують JavaScript-стек для реалізації як бекенд, так і фронтенд компонентів, здатні забезпечувати зручність обробки великих обсягів даних та одночасного налаштування користувацьких інтерфейсів, що є надзвичайно важливим для кастомізованих рішень [2].

Виклад основного матеріалу дослідження. MEAN-стек забезпечує наскрізний процес розробки додатка: кожен компонент виконує свою функцію в створенні повноцінного веб-додатка. MongoDB дозволяє зберігати динамічні дані, що необхідні для кастомізації бізнес-моделей [3]. Angular відповідає за інтерактивний інтерфейс і забезпечує реактивність, дозволяючи користувачам налаштовувати функціональні та візуальні параметри сайту в режимі реального часу [4]. Node.js виступає середовищем для виконання JavaScript на сервері, що дозволяє розробникам використовувати один стек для всього додатка [5]. Express.js виконує роль сервера, що обробляє HTTP-запити та забезпечує зв'язок між клієнтом і сервером [6].

Платформа на основі MEAN забезпечує можливість масштабування та динамічної кастомізації. Наприклад, завдяки MongoDB, можна реалізувати можливість зберігання даних про конфігурації користувачів, шаблони сторінок та інші налаштування дизайну. Це дозволяє кожному користувачеві платформи створювати власні, унікальні бізнес-рішення з використанням заздалегідь підготовлених шаблонів.

Використання RESTful API на платформі Express.js забезпечує комунікацію між бекендом і фронтендом, що дозволяє динамічно оновлювати дані та зберігати персональні налаштування користувачів у MongoDB. Angular, як частина фронтенд-стека, дозволяє інтерактивно відображати зміни конфігурацій та швидко візуалізувати процес налаштування.

Розробка платформи для надання послуг зі створення кастомізованих онлайн-бізнесів включає кілька ключових етапів, які забезпечують поступове

створення функціональної та інтегрованої системи. На момент підготовки статті виконано перші етапи роботи, які стали фундаментом для подальшої розробки. Було проведено аналіз потреб цільової аудиторії платформи. Визначено основні функції, необхідні для користувачів: створення вебсайтів, кастомізація дизайну, управління контентом та інтеграція із зовнішніми сервісами.

Розроблено архітектуру платформи з урахуванням можливостей технологічного стека MEAN. Особливу увагу приділено масштабованості системи для підтримки зростаючої кількості користувачів і функціональних модулів. Налаштовано MongoDB як основну базу даних для зберігання інформації про користувачів, їхні проекти та налаштування. Розпочато створення прототипу інтерфейсу для користувачів платформи. Основна увага була приділена дизайну зручної панелі управління, яка дозволяє легко створювати та налаштовувати онлайн-бізнеси. Для цього використано Angular, що забезпечує динамічність і інтерактивність інтерфейсу.

Практичні результати та переваги. Платформа створює єдине інтерактивне середовище, яке дозволяє користувачам швидко змінювати налаштування сторінок, додаючи функціональні модулі, зокрема: обробку платежів, управління товарними одиницями, клієнтську підтримку та інтеграцію з соціальними мережами. Користувачі платформи можуть створювати сайт на основі декількох доступних шаблонів або ж будувати повністю індивідуальні рішення, що робить таку платформу вигідною для малого бізнесу, стартапів та індивідуальних підприємців.

Основні проблеми та їх вирішення. Основними труднощами при розробці таких платформ є синхронізація даних та забезпечення стабільності при великій кількості одночасних користувачів. Платформи, що використовують технологію Angular, стикаються з проблемами масштабування, зокрема повільного завантаження даних, що вимагає оптимізації. Також важливо забезпечити безпеку зберігання користувацьких даних, особливо у випадку індивідуально налаштованих сайтів з інтегрованими платіжними функціями. Застосування модулів аутентифікації та авторизації, таких як JWT (JSON Web Token), допомагає вирішити ці проблеми, забезпечуючи надійний захист особистих даних користувачів.

Висновок. У статті були розглянуті підходи до побудови платформи на основі MEAN-стека, що дозволяє швидко створювати кастомізовані рішення для онлайн-бізнесу. Виявлено, що використання повного JavaScript-стека сприяє покращенню продуктивності, інтеграції та масштабованості платформи. Запропонована платформа забезпечує зручність для кінцевих користувачів і є вигідним рішенням для швидкого запуску онлайн-бізнесів. У процесі виконання дипломного проекту було визначено основні вимоги до функціоналу платформи, розроблено її архітектуру, налаштовано серверне середовище на основі Node.js і Express.js та створено базові API для роботи з користувачами і проектами. Крім того, створено прототип користувацького інтерфейсу з використанням Angular, що забезпечує зручність роботи з платформою і дозволяє реалізувати динамічну

взаємодію з контентом. Перші етапи розробки доводять ефективність обраного технологічного підходу і створюють міцну основу для впровадження складніших функцій, таких як редактор кастомізації дизайну, інтеграція з зовнішніми сервісами та система аналітики. Отримані результати демонструють потенціал платформи у сфері створення інструментів для швидкого запуску онлайн-бізнесів, що підтверджує актуальність і доцільність обраного підходу.

Список використаних джерел:

1. Grant, H., Bjornson, A., Dolling, J. Full-Stack JavaScript Development with MEAN: MongoDB, Express, AngularJS, and Node.js. New York: McGraw-Hill Education, 2016. 352 p.
2. Mardan, A. Learning Angular: A Hands-On Guide to Angular 2 and Angular 4. Packt Publishing, 2018. 234 p.
3. MongoDB Documentation: MongoDB Inc., 2023. Доступно: <https://www.mongodb.com/docs/>
4. Angular Official Documentation. Google Inc., 2023. Доступно: <https://v17.angular.io/docs>
5. Node.js Developer Guides. OpenJS Foundation, 2023. Доступно: <https://nodejs.org/docs/latest/api/>
6. Express.js API Reference. Express Community, 2023. Доступно: <https://expressjs.com/en/4x/api.html>

The article examines approaches to developing a platform for providing services to create customized online businesses based on the MEAN (MongoDB, Express.js, Angular, Node.js) technology stack. The main features of using this stack for integrating development, customization, and content management functions are described, which contribute to the rapid launch of online businesses.

Keywords: platform, MEAN stack, online business, customization, web development.

УДК 519.8

Віктор ЩИРБА, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Руслан ЯРЕМКО, здобувач вищої освіти

ЗАСОБИ БЛОКУВАННЯ РОБОТИ ПАРАЛЕЛЬНИХ ПОТОКІВ

У роботі розглядаються основні типи помилок і проблем, які пов'язані з непередбачуваними наслідками некоректного використання засобів паралельного програмування та розглядаються підходи до дослідження можливостей практичного вирішення нестандартних ситуацій. Зауважено, що незважаючи на практичну привабливість використання розподілених систем, практична цінність можлива лише при розробці алгоритмів із використанням часових затрат.

Ключові слова: паралельне програмування, засоби блокування потоків.

Вступ. З появою багатоядерних процесорів та сучасних комп'ютерних систем паралельне програмування стало невід'ємною частиною розробки програмного забезпечення. Навіть в однопроцесорних комп'ютерних системах за рахунок мультипрограмування режиму роботи, коли всі потоки процесів отримують в своє розпорядження центральний процесор тільки на маленькі проміжки часу (кванти часу), а в інший час знаходяться в різних типах станів готовності і очікування, паралельне програмування постає актуальним напрямком роботи.

Паралельна обробка дозволяє значно збільшити швидкість виконання програм, особливо в задачах, які потребують великих обчислювальних ресурсів або працюють з великими обсягами даних. Основними елементами паралельного програмування є потоки – одиниці виконання, які дозволяють програмі одночасно виконувати кілька завдань.

Однак робота з потоками вимагає особливої уваги через можливі конфлікти при одночасному доступі до спільних ресурсів. Для забезпечення коректної роботи потоків використовують різні засоби блокування та синхронізації, які дозволяють уникнути помилок під час їхньої взаємодії.

Виклад основного матеріалу дослідження. У будь-якій справі існують як позитивні, так і негативні сторони. Не є виключенням і використання паралельного програмування. Зокрема, можна виділити наступні переваги паралельного програмування:

- Збільшення продуктивності та швидкості обробки даних за рахунок використання багатопотоковості та розподілених обчислень.
- Зниження часу на одержання відповіді та підвищення чуйності системи, що особливо важливо для додатків реального часу.
- Можливість обробки великих обсягів даних та виконання складних обчислень, які можуть бути неможливими у послідовній версії програми.

До недоліків можна віднести:

- Складність налагодження та тестування паралельних програм, пов'язана з потенційними проблемами синхронізації даних та конкуренцією за ресурси.
- Необхідність знання специфічних технологій та алгоритмів для ефективного використання паралельного програмування.
- Ускладнення структури програми та можливість появи помилок при роботі з даними та ресурсами.

Переваги паралельного програмування, такі як збільшення продуктивності та зниження часу на отримання відповіді, роблять його важливим інструментом у розробці програмного забезпечення. Однак, розробники програмного забезпечення повинні враховувати можливі складнощі, в першу чергу, такі як проблеми синхронізації даних та вимоги додаткових зусиль та знань.

Варто зазначити що без попереднього планування може з'явитися хаос в роботі і розпаралелення не принесе бажаних результатів. Впорядкування

процесів обмежує ступінь паралелізму, збільшуючи при цьому час виконання. У той же час впорядкування збільшує ступінь взаємодії.

Проблеми при роботі з потоками. Перш ніж створювати потоковий алгоритм потрібно детально проаналізувати кожен крок послідовного алгоритму і пошукати можливості декомпозиції поставленої задачі. Найчастіше намагаються проводити композицію за даними або за функціями, хоча чіткого розмежування не потрібно дотримуватися. Тобто при декомпозиції за функціями варто проглянути можливість розбиття і за даними. Тоді паралельні потоки не впливатимуть один на другий. Грубо кажучи, не заважатимуть один другому, як говорять на побутовому рівні – не плутатимуться під ногами.

Найчастіше помилки допускаються з так званим «конфліктом даних». Конфлікти даних виникають, коли два або більше потоків одночасно змінюють один і той самий ресурс. Це може призвести до непередбачуваних результатів. Наприклад, якщо два потоки одночасно змінюють значення змінної, один з них може переписати зміни іншого.

Уявімо, що в нас є змінна counter, яка рахує кількість оброблених файлів. Якщо два потоки одночасно збільшують значення цієї змінної, то один з них може перезаписати результат іншого, що призведе до помилкового значення.

Інша неприємна ситуація виникає з так званим «взаємним блокуванням». Взаємне блокування – це ситуація, коли кілька потоків очікують один на одного, щоб звільнити ресурси, але жоден з них не може продовжити роботу. Це призводить до повної зупинки виконання програми.

На побутовому рівні можна навести такий аналог взаємного блокування коли один станок-автомат збиваючи ящики і використовуючи при цьому цвяхи зупиняє роботу бо закінчилися цвяхи, а інший виготовляючи цвяхи зупиняє роботу, бо закінчилися ящики для пакування продукції.

Уявімо дві бази даних і два потоки. Перший потік хоче отримати доступ до першої бази даних, а другий потік – до другої. Перший потік блокує першу базу і чекає на другу, а другий блокує другу базу і чекає на першу. У такому випадку обидва потоки будуть нескінченно чекати, поки інший звільнить ресурси, що і є deadlock.

Інший вид некоректної роботи – гонки – виникає тоді, коли результат виконання програми залежить від порядку виконання потоків. Якщо порядок виконання змінюється, результат може бути різним кожного разу. Наприклад, два потоки одночасно додають значення в масив. Якщо один з потоків завершить свою операцію раніше, ніж інший, це може призвести до непередбачуваних результатів, наприклад, неправильного порядку елементів у масиві.

Засоби вирішення недоречностей в паралельному програмуванні. Для вирішення проблем, які виникають під час паралельної роботи потоків, використовуються різноманітні механізми блокування, які дозволяють керувати доступом до спільних ресурсів.

М'ютекс (від англ. mutual exclusion) – це об'єкт, який дозволяє тільки одному потоку одночасно отримувати доступ до певної ділянки коду або ресурсу. Як тільки потік отримує доступ до ресурсу, інші потоки змушені чекати, поки м'ютекс не буде звільнений.

Семафор – це лічильник, який дозволяє певній кількості потоків одночасно отримати доступ до ресурсу. На відміну від м'ютекса, де тільки один потік може отримати доступ до критичної секції, семафор дозволяє кільком потокам одночасно використовувати ресурс.

Монітор – це об'єкт, який забезпечує ексклюзивний доступ до ресурсу для одного потоку, поєднуючи блокування і синхронізацію. Монітори часто використовуються в мовах програмування високого рівня, таких як Java та C#, де вони спрощують управління синхронізацією потоків.

Бар'єр дозволяє групі потоків синхронізуватися, чекаючи, поки всі потоки досягнуть певної точки перед тим, як продовжити виконання. Це корисно, коли необхідно, щоб всі потоки завершили певний етап перед початком наступного.

Висновок. Паралельне програмування дозволяє значно збільшити швидкість виконання програм, але його доцільно використовувати лише при розробці алгоритмів із використанням значних часових затрат і уникати некоректності роботи потоків, використовуючи засоби їх блокування.

Список використаних джерел:

1. Семеренко В. П. Технології паралельних обчислень: навчальний посібник Вінниця : ВНТУ, 2018. 104 с.
2. Кузьма К.Т., Мельник О.В. Паралельні та розподілені обчислення: навчальний посібник для вищих закладів освіти Миколаїв: ФОП Швець В.М., 2020. 172 с.

The paper examines the main types of errors and problems associated with the unforeseen consequences of incorrect use of parallel programming tools and approaches to researching the possibilities of practical solutions to non-standard situations. It is noted that despite the practical attractiveness of using distributed systems, practical value is possible only when developing algorithms with the use of time costs.

Keywords: parallel programming, thread blocking tools.

Здано в набір 20.11.2024. Підписано до друку 27.11.2024.
Формат 60x84/16. Гарнітура Times. Умов. друк. арк. 12,7
Обл. вид. арк. 11,2. Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32302, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. Симона Петлюри, 1а
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія KB № 14707-3678 ПР від 12.12.2008 р.