

Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка



**ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки**

Випуск 15

Кам'янець-Подільський
2022

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкуються згідно з ухвалою вченої ради Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол № 12 від 29 грудня 2022 р.).

Вісник Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка.
Фізико-математичні науки. Випуск 15. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-
Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2022. 124 с.

Рецензенти:

Конет І.М. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Білик Р.М. – кандидат педагогічних наук.

Редакційна колегія:

Кух А.М. – доктор педагогічних наук, доцент;
Моцик Р.В. – кандидат педагогічних наук, доцент;
Оптасюк С.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Сморжевський Ю.Л. – кандидат педагогічних наук, доцент;
Теплінський Ю.В. – доктор фізико-математичних наук, професор;
Федорчук В.А. – доктор технічних наук, професор;
Щирба В.С. – кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний секретар – Геселева К.Г., кандидат фізико-математичних наук.

ЗМІСТ

<i>Геселева К.Г.</i> Модифікований колокаційно-ітеративний метод розв'язування інтегро-функціонального рівняння з малою нелінійністю	5
<i>Гладиш Д.Г.</i> Про методику вивчення тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу на рівні стандарту	9
<i>Гончар Ф.Ш., Моцик Р.В.</i> Порівняльна характеристика точних та наближених чисельних методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.....	12
<i>Груша М.М.</i> Використання функціоналу програмного пакету Blender для створення та редагування 3D-графіки.....	15
<i>Гудима У.В.</i> Співвідношення двоїстості для задачі відшукування відстані у розумінні переднорми між опуклими множинами лінійного нормованого простору	20
<i>Гудима У.В., Кучерин Д.І.</i> Критерій оптимальності допустимого розв'язку для задачі дробово-кусково-лінійного програмування.....	24
<i>Джуслій А.О., Думанська Т.В.</i> Нестандартні методи розв'язування деяких типів прикладних задач з математики у 5 класі за науково-педагогічним проєктом «Інтелект України».....	29
<i>Дідик Б.П., Понеділок В.В.</i> Управління домашньою сигналізацією з допомогою OPENHAB	34
<i>Дорошенко Є.М.</i> Дослідження ринку сучасної ігрової індустрії	40
<i>Думанська Т.В.</i> Шляхи формування STEM-компетентності майбутніх учителів математики.....	47
<i>Дуцик А.А.</i> Використання редактора генерування інтерактивних тривимірних сцен у процесі формування навичок роботи з графічними моделями.....	50
<i>Жеребцова І.В.</i> Методика вивчення основних понять першого методу Ляпунова для різницевих систем	53
<i>Захарчук О.В.</i> Методика введення поняття коливного розв'язку диференціального рівняння як рекурентного руху динамічної системи.....	57
<i>Здорик О.А.</i> Про методику вивчення квадратичної функції в курсі алгебри 9 класу	61
<i>Іванович П.К., Поведа Т.П.</i> Нікола Тесла – геніальний вчений поза часом	64
<i>Каліта Н.А.</i> Умови існування допустимих розв'язків для задачі мінімізації опуклої кусково-афінної функції.....	68
<i>Княжницький В.В., Пилипюк Т.М.</i> Застосування воксельної технології	72
<i>Ковальчук Г.В., Журбей В.С.</i> Застосування 3D-прінтерів в навчальних закладах	76
<i>Матрасва Е.М.</i> Програмні засоби комп'ютерної візуалізації даних.....	80
<i>Мястковська М.О.</i> Формування професійної мотивації при вивченні захисту інформації студентами напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки	85
<i>Олійник М.В., Щирба В.С.</i> Розробка мобільного кросплатформного ігрового застосунок	89

Панчук О.П. Розвиток професійної компетентності майбутнього фахівця в ході фізичного експерименту	93
Рудніченко І.А. Організація позакласної роботи учнів з фізики на засадах нової української школи	96
Смалько О.А. Нові можливості розвитку цифрових компетентностей здобувачів освіти закладів професійно-технічної та фахової передвищої освіти	100
Смірнов В.Р. Теоретичні аспекти сутності чорних дір.....	103
Степанюк С.П. Про методику вивчення перпендикулярності прямих і площин в просторі в курсі математики 10 класу на рівні стандарту	108
Стефура Ю.О. Побудова асиметричного алгоритму шифрування даних	111
Фроїмчук М.А. Дослідження вібрацій. Фігури Хладні	114
Чорний Я.В., Щирба В.С. Комунікація та моніторинг під час розробки веб-проектів	119

УДК 517.927

Геселева К.Г., кандидат фізико-математичних наук

МОДИФІКОВАНИЙ КОЛОКАЦІЙНО-ІТЕРАТИВНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ІНТЕГРО-ФУНКЦІОНАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З МАЛОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ

У статті розглядається задача застосування модифікованого колокаційно-ітеративного методу до інтегро-функціонального рівняння з малою нелінійністю.

Ключові слова: колокаційно-ітеративний метод, інтегро-функціональне рівняння з малою нелінійністю, інтегральне рівняння з малою нелінійністю.

Розглянемо у просторі $L_2(a; b)$ інтегро-функціональне рівняння з малою нелінійністю вигляду

$$y(x) - p(x)y(h(x)) = f(x) + \int_a^b K(x; t)y(t)dt + \\ + \varepsilon \int_a^b G(x; t)\Phi(t; y(t))dt, \quad x \in (a; b); \quad (1)$$

$$y(x) = 0, \quad x \notin (a; b),$$

де ε – малий додатний параметр, $f(x)$ – відома, а $y(x)$ – шукана функції з простору $L_2(a; b)$.

Припустимо, що:

$$1) \quad |p(x)| \leq \bar{p} < \infty; \quad (2)$$

2) ядра $K(x; t)$, $G(x; t)$, визначені у квадраті $(a; b)^2$, задовольняють умови

$$\int_a^b \int_a^b K^2(x; t) dx dt = B^2 < \infty; \quad (3)$$

$$\int_a^b \int_a^b G^2(x; t) dx dt = G^2 < \infty; \quad (4)$$

3) функція $\Phi(t; y)$ в області $D = \{a \leq t \leq b, -\infty < y < \infty\}$ вимірна по t при всіх y , неперервна по y при всіх t (умова Каратеодорі) і задовольняє умову Ліпшиця

$$|\Phi(t; y) - \Phi(t; \bar{y})| \leq L|y - \bar{y}| \quad (5)$$

та умову

$$|\Phi(t; y)| \leq \alpha(t) + \beta|y|,$$

де L, β – деякі додатні сталі, $\alpha(t) \in L_2(a; b)$.

При дотриманні умов (2)-(5), як відомо [67], інтегральні оператори

$$(Kv)(x) = \int_a^b K(x; t)v(t) dt,$$

$$(\Phi v)(x) = \varepsilon \int_a^b G(x; t)\Phi(t; v(t)) dt$$

відображають простір $L_2(a; b)$ в себе і є цілком неперервними, а лінійний оператор S – оборотний, причому обернений до нього оператор S^{-1} – обмежений [1, 2].

Обґрунтування наближених методів розв'язання рівняння (1) полягає в тому, що це рівняння шляхом заміни

$$u(x) = (Sy)(x) = \begin{cases} y(x), & x \in [a; h^{-1}(a)], \\ y(x) - p(x)y(h(x)), & x \in [h^{-1}(a); b], \end{cases} \quad (6)$$

зводиться до інтегрального рівняння з малою нелінійністю вигляду

$$u(x) = f(x) + \int_a^b T(x; t)u(t) dt + \varepsilon \int_a^b G(x; t)F(t; u(t)) dt, \quad x \in (a; b). \quad (7)$$

Зазначимо, що $F(t; u(t)) = \Phi(t; (S^{-1}u)(t))$.

Тобто від інтегро-функціонального рівняння з малою нелінійністю (1) зводиться до інтегрального рівняння з малою нелінійністю вигляду (7) з цілком неперервним інтегральним оператором T , ядро якого

$$T(x; t) = \begin{cases} K(x; t) + \sum_{i=1}^{m-s} K[x; (h^{-1})^i(t)] \prod_{k=1}^i p[(h^{-1})^k(t)], & t \in \Delta_s, \\ K(x; t), & t \in (c_{m-1}; b), s = \overline{1, m-1}, x \in (a; b), \end{cases}$$

де $(h^{-1})^k(t) = h^{-1}[(h^{-1})^{k-1}(t)]$.

Застосуємо модифікований колокаційно-ітеративний метод до рівняння (1). Наближений розв'язок $y_k(x)$ визначаємо за формулами

$$\begin{aligned} & y_k(x) - p(x)y_k(h(x)) = \\ & = f(x) + \int_a^b K(x; t)z_k(t) dt + \varepsilon \int_a^b G(x; t)\Phi(t; y_{k-1}(t)) dt, \quad x \in [a; b], \\ & y_k(x) = 0, \quad x \notin [a; b], \end{aligned} \quad (8)$$

у якому

$$z_k(x) = y_{k-1}(x) + w_k(x), \quad (9)$$

$$w_k(x) = \sum_{j=1}^n a_j^k \eta_j(x),$$

$$\eta_j(x) = (S^{-1} \varphi_j)(x).$$

Невідомі параметри $a_j^k = a_j^k(n)$ знаходимо з умови

$$r_k(x_i) = 0,$$

де $x_i \in [a; b]$, $i = \overline{1, n}$ – вузли колокації та

$$\begin{aligned} r_k(x) = f(x) + \int_a^b K(x; t) z_k(t) dt - y_k(x) + p(x) y_k(h(x)) + \\ + \varepsilon \int_a^b G(x; t) \Phi(t; y_{k-1}(t)) dt, \quad x \in [a; b]. \end{aligned} \quad (10)$$

За початкове наближення братимемо розв'язок такого функціонального рівняння

$$y_0(x) - p(x) y_0(h(x)) = s_0(x), \quad x \in [a; b],$$

$$y_0(x) = 0, \quad x \notin [a; b],$$

у якому $s_0(x)$ – довільна фіксована функція з $L_2(a; b)$, а саме $s_0(x) = 0$ або $s_0(x) = f(x)$.

Система функцій $\{\eta_j(x)\}$ шукається з рівняння

$$\eta_j(x) - p(x) \eta_j(h(x)) = \varphi_j(x), \quad x \in [a; b],$$

$$\eta_j(x) = 0, \quad x \notin [a; b], \quad i = \overline{1, n},$$

де система функцій $\{\varphi_i(x)\} \in L_2(a; b)$ задана і лінійно-незалежна.

Значення функції $\{\eta_j(x)\}$, $j = \overline{1, m}$ у точках $c_s = h^{-1}(c_{s-1})$ будемо брати середнє арифметичне односторонніх границь, якщо вони існують, а в точках $c_0 = a$, $c_m = b$ – односторонні границі справа та зліва відповідно.

Ввівши позначення

$$\begin{aligned} E_k(x) = f(x) + \int_a^b K(x; t) y_{k-1}(t) dt - y_{k-1}(x) + p(x) y_{k-1}(h(x)) + \\ + \varepsilon \int_a^b G(x; t) \Phi(t; y_{k-1}(t)) dt, \quad x \in [a; b] \end{aligned}$$

і підставляючи функцію $z_k(x)$, визначену формулою (9), у вираз (10) для знаходження параметрів a_j^k одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} a_j^k = b_i^k, \quad i = \overline{1, n}, \quad (11)$$

у якій

$$\beta_{ij} = \varphi_j(x_i) - K_j(x_i), \quad b_i^k = E_k(x_i),$$

$$K_j(x) = \int_a^b K(x; t) \eta_j(t) dt, \quad j = \overline{1, n},$$

$$\eta_j(x) = (S^{-1} \varphi_j)(x), \quad b_i^k = E_k(x_i).$$

Систему рівнянь (11) можна записати у вигляді $\Lambda a_k = b_k$, де b_k, a_k – записані у векторному вигляді, тобто $a_k = \{a_1^k, a_2^k, \dots, a_n^k\}, b_k = \{b_1^k, b_2^k, \dots, b_n^k\}$, та Λ – матриця, складена з елементів β_{ij} .

Зауважимо, що за наближення до шуканого розв'язку можна взяти як функцію $y_k(x)$, так і функцію $z_k(x)$. Слід звернути увагу на той факт, що на основі аналізу формул (8)-(10) при $w_k(x) = 0, k = 1, 2, 3, \dots$ наближення $y_k(x)$ знаходиться за допомогою методу послідовних наближень.

Алгоритм (8)-(10) зводить розглянуту задачу до колокаційно-ітеративного методу розв'язання інтегрального рівняння з малою нелінійністю та з інтегральним оператором Фредгольма.

Список використаних джерел:

1. Геселева К.Г. Дослідження на сумісність та відшукування наближених розв'язків інтегро-функціональних рівнянь з малою нелінійністю та обмеженнями. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки* : зб. наук. пр. / Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України; Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка. Кам'янець-Подільський, 2018. Вип. 17. С. 13-21.

2. Геселева К.Г. Колокаційний та колокаційно-ітеративний методи розв'язання інтегро-функціональних рівнянь з малою нелінійністю. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки* : зб. наук. пр. / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України; Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка. Кам'янець-Подільський, 2015. Вип. 12. С. 19-27.

3. Лучка А.Ю., Ферук В.А. Модифікований проєкційно-ітеративний метод для системи квазілінійних диференціальних рівнянь із запізненням та обмеженнями. *Нелінійні коливання*, 2004. Т. 7, № 2. С. 188-207.

The article considers the problem of applying the modified collocation-iterative method to the integro-functional equation with small nonlinearity.

Keywords: *collocation-iterative method, integro-functional equation with small nonlinearity, integral equation with small nonlinearity.*

УДК 373.5.016:512

Гладиш Д.Г., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: Сморжевський Ю.Л., кандидат педагогічних наук, доцент

ПРО МЕТОДИКУ ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

У статті розглянуто місце тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу, розглянуто методику вивчення даної теми на рівні стандарту, яка допоможе вчителям математики успішно здійснювати рівневі вивчення цієї теми в курсі алгебри і початків аналізу.

Ключові слова: *рівень стандарту, тригонометричні функції, програма навчання, рівневі навчання.*

Сучасні освітні пріоритети передбачають особистісну орієнтацію системи освіти, оновлення змісту навчання відповідно до розвитку суспільства та потреб життя. Тригонометричний матеріал в курсі математики необхідно розглядати як засіб розвитку загальної культури особистості, збагачення її уявлень про прикладні застосування математики, підготовки до впровадження освіти та професійної діяльності. Методична система вивчення тригонометричних функцій в сучасній школі потребує оновлення в результаті переходу на нову програму навчання математики.

Проблемою розроблення даної методики займалися такі методисти як: Бевз Г.П., Бевз В.Г., Бурда М.І., Журавська Н.М., Карпик В.В., Семенко О.М., Слєпкань З.І., Усик О.М. та інші.

Тригонометричні функції – важлива складова змісту шкільної математичної освіти, яка сприяє забезпеченню прикладної спрямованості навчання математики, розвитку практичних навичок та вмінь, збагаченню наукового світогляду учнів. Аналіз методичної літератури з тригонометрії показав, що ця проблема досліджується багатьма науковцями, які відмічають типові труднощі при вивченні учнями тригонометричних величин, невміння застосовувати відомості з тригонометрії до розв’язування прикладних задач [3].

Об'єктом дослідження є процес навчання алгебри і початків аналізу в 10 класах на рівні стандарту.

Предметом дослідження є розробка методики вивчення теми «Тригонометричні функції» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класів на рівні стандарту.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику вивчення тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу 10 класів на рівні стандарту.

Гіпотеза: впровадження такої методики забезпечить ефективний процес засвоєння учнями матеріалу з теми «Тригонометричні функції», а також сприятиме розвитку стійкого інтересу при вивченні даного матеріалу.

Для розв'язання проблеми дослідження, перевірки достовірності гіпотези та досягнення мети реалізуються такі *завдання*:

- дослідження вже наявної науково-методичної літератури з цієї теми;
- з'ясувати, в якій мірі методична література, підручники та посібники задовольняють умови використання такої методики;
- розробити методику вивчення тригонометричних функцій в курсі алгебри і початків аналізу в 10 класах на рівні стандарту;
- експериментально перевірити ефективність використання розробленої методики.

Тригонометричні функції вивчаються в 10 класі на рівні стандарту у розділі «Тригонометричні функції» за підручниками [1] та [2]. При написанні статті ми користувались підручником [1].

Більш висока якість засвоєння навчального матеріалу в курсі алгебри і початків аналізу на рівні стандарту може бути досягнута за умови його диференційованого навчання, що передбачає рівневу навчально-пізнавальну діяльність учнів, яка спрямована на якісне оволодіння теми «Тригонометричні функції». Диференційоване вивчення математики, зокрема тригонометричних функцій, на рівні стандарту має здійснюватися як за рахунок диференціації змісту навчального матеріалу та вимог до його засвоєння, так і шляхом диференціації методів та прийомів засвоєння нових знань, пропонувані систем задачі, форм і методів контролю [3].

Для полегшеного усвідомлення і кращого засвоєння учнями знань з даної теми ми пропонуємо проводити вивчення нового матеріалу з використанням наших вказівок і зауважень.

Учні повинні навчитися виконувати перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлювати відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі; формулювати означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; розпізнавати і будувати графіки тригонометричних функцій і на них ілюструвати властивості функцій; обчислювати значення тригонометричних виразів; перетворювати нескладні тригонометричні вирази.

Важливе значення процесу вивчення тригонометричних функцій в школі полягає в тому, щоб:

- домогтися глибокого і міцного засвоєння учнями теоретичних знань: тригонометричних понять, тверджень про їх властивості;
- сформувати навички й уміння застосування теоретичних знань на практиці і оволодіння способами творчої діяльності;
- досягти усвідомлення учнями світоглядних і морально-етичних ідей.

Після вивчення кожної з тем, ми розробили різнорівневі завдання, оскільки поняття функціональної залежності досить часто учні застосовують формально,

через те, що вивчення його не підкріплюється необхідними навичками розв'язування достатньої кількості задач і вправ, це також допоможе закріпити новий матеріал і дасть можливість повторити попередній матеріал. Наведемо приклади таких завдань:

Початковий рівень

- Спростіть вираз $\sin^2 x + 3 + \cos^2 x$.
А) 4; Б) 3; В) 2; Г) 7.
- Обчисліть значення виразу $\operatorname{ctg} 495^\circ$.
А) -1 ; Б) 1; В) $\sqrt{3}$; Г) $-\sqrt{3}$.
- Знайдіть радіанну міру кута 45° .
А) $\frac{\pi}{4}$; Б) $\frac{2\pi}{3}$; В) $\frac{5\pi}{3}$; Г) $\frac{5\pi}{6}$.
- Спростіть вираз $\operatorname{ctg} x \sin x$:
А) $\frac{1}{\sin x}$; Б) $\frac{1}{\cos x}$; В) $\sin x$; Г) $\cos x$.

Середній рівень

- Знайдіть значення виразу $\cos 25^\circ \cos 119^\circ + \sin 29^\circ \sin 119^\circ$.
А) -1 ; Б) 0; В) 1; Г) його не існує.
- Знайдіть значення виразу $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{17} + \sin^2 \frac{\pi}{17}$.
А) $\frac{3}{2}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) 1; Г) 2.
- Знайдіть значення виразу $\cos 125^\circ + \cos 55^\circ$.
А) 0; Б) 1; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) -1 .

Достатній рівень

- Знайдіть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,6$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

- Знайдіть значення виразу $\frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}}{1 + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{16} \cdot \operatorname{tg} \frac{3\pi}{16}}$.

Високий рівень

- Обчисліть $\frac{10 \sin 40^\circ \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ}$.

Експериментальна перевірка свідчить про ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Мерзляк А.Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2018. 256 с.

2. Нелін С.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 кл. закл. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2018. 328 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. К. : Вища шк., 2006. 582 с.

The article examines the place of trigonometric functions in the course of algebra and the beginnings of analysis, the methodology of studying this topic at the standard level is considered, which will help mathematics teachers to successfully carry out level studies of this topic in the course of algebra and the beginnings of analysis.

Keywords: *standard level, trigonometric functions, training program, level training.*

УДК 519.863(075.8)

Гончар Ф.Ш., здобувач вищої освіти

Моцик Р.В., кандидат педагогічних наук, доцент

ПОРІВНЯЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ТОЧНИХ ТА НАБЛИЖЕНИХ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Робота присвячена дослідженню практичної цінності чисельного методу розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь відповідно до показників швидкості та ефективності отримання розв'язку.

Ключові слова: *система лінійних алгебраїчних рівнянь, чисельні методи.*

Досить часто доводиться мати справу з прикладними задачами, математичні моделі яких зводяться до задач розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Потреба їх розв'язування може бути як самостійною задачею (наприклад, аналіз рівноваги сил в жорсткій системі балок або дослідження умов та параметрів рівноваги хімічної реакції тощо), так і частиною більш складних задач, коли на деякому етапі її розв'язання встановлюються лінійні залежності між певними величинами і потрібно визначити, при яких значеннях цих величин дані залежності виконуються.

В обох випадках практична цінність чисельного методу в значній мірі визначається швидкістю і ефективністю отримання розв'язку. Важливе практичне значення таких систем зумовило розробку чималого арсеналу різних методів розв'язування систем лінійних рівнянь.

Отже, однією з найпоширеніших і важливих завдань обчислювальної математики є розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), яка в загальному випадку записується так:

До точних належать метод Гауса та його модифікації, правило Крамара, метод квадратних коренів тощо. До наближених – метод ітерації, метод Зейделя та ряд інших. Точні методи можна назвати точними лише умовно, бо округлення в процесі проміжних обчислень приводяться до втрати точності кінцевого результату. Тому до точних методів відносять методи, які дозволяють отримати точний розв'язок системи за відповідну кількість операцій перетворення без урахування похибок округлення.

Коефіцієнти головної матриці A та вектора вільних членів b , тобто початкові дані, можуть бути наближеними числами. Це, у свою чергу, нівелює відмінність між цими двома групами (точні і наближені).

Отже, ігнорувати наближені методи лише тому, що вони не точні не варто.

При виборі того чи іншого методу варто зосереджуватися саме на швидкості і ефективності отримання розв'язку.

До точних належать метод Гауса та його модифікації, правило Крамара, метод квадратних коренів тощо. До наближених – метод ітерації, метод Зейделя та ряд інших. Точні методи можна назвати точними лише умовно, бо початкові дані можуть бути наближеними числами і, крім цього, заокруглення в процесі проміжних обчислень приводяться до втрати точності кінцевого результату.

Тому до точних методів відносять методи, які дозволяють отримати точний розв'язок системи за відповідну кількість операцій перетворення без урахування похибок заокруглення.

На практиці майже завжди користуються методом Гауса (з різними його модифікаціями). Таку популярність можна пояснити, зокрема, його універсальністю: не потрібно перевіряти чи система має розв'язки; алгоритм сам визначає чи він існує чи ні; знаходить його, якщо розв'язок єдиний і буде множини розв'язків (фундаментальну систему розв'язків), якщо їх безліч.

Разом з тим, при великому числі невідомих у системі лінійних рівнянь, схема методу Гауса, яка дає точний розв'язок, стає досить складною. Наприклад, у [2] встановлено, що для розв'язання системи рівнянь розмірності $n \times n$ потрібно виконати n^3 арифметичних операцій. При розв'язуванні системи рівнянь з декількома тисячами невідомих за допомогою комп'ютера на цю операцію може піти декілька годин. У цих умовах, для розв'язку системи рівнянь, доцільніше використовувати наближені чисельні методи. Одним з таких є метод простої ітерації (його також називають методом послідовних наближень).

“Точні” методи використовують при розв'язуванні на персональних комп'ютерах систем невисокого порядку ($n < 10^3$, де n – число лінійних алгебраїчних рівнянь системи). Наближені методи використовують для систем високого порядку $n = 10^3 \dots 10^6$. Переваги наближеного методу (простих ітерацій) над точним методом (Гауса) наступні:

- Час обчислення пропорційний n^2 на ітерацію, тоді як для методу Гауса – n^3 . Якщо для розв'язку потрібно менше ніж n ітерацій, то втрати машинного часу будуть менші.

- Як правило похибки округлення при ітераційному методі впливають на остаточні результати значно менше, ніж при методі Гауса, оскільки при його використанні похибки не нагромаджуються.

- Ітераційний метод стає особливо зручним при розв'язуванні систем, переважна кількість коефіцієнтів яких дорівнює 0. Рівняння, які отримують, наприклад, при розв'язуванні крайових задач, відносяться саме до цього класу.

Ітераційні методи дозволяють одержати приблизний розв'язок системи за скінченне число наближень (ітерацій) із заданою похибкою результату. Недоліком ітераційного методу є те, що він не завжди збігається.

Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь ефективно використовуються для розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь великої розмірності з розрідженими матрицями, а також для уточнення розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь, отриманого за допомогою прямого методу.

Список використаних джерел:

1. Волонтир Л.О., Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи : навчальний посібник. Вінниця : ВНАУ, 2020. 322 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М. : Наука, 1978. 512 с.
3. Ляшенко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи : підручник. Київ : Либідь, 1996. 288 с.

The work is devoted to the study of the practical value of the numerical method of solving systems of linear algebraic equations in accordance with the indicators of the speed and efficiency of obtaining a solution.

Keywords: *system of linear algebraic equations, numerical methods.*

УДК 004.92; 004.42

Груша М.М., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Пилипюк Т.М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІОНАЛУ ПРОГРАМНОГО ПАКЕТУ BLENDER ДЛЯ СТВОРЕННЯ ТА РЕДАГУВАННЯ 3D-ГРАФІКИ

У статті розглянуто безкоштовне програмне забезпечення Blender для створення та редагування тривимірної графіки. Виокремлено ключові особливості пакету, визначено переваги та недоліки. Розкрито функціональні можливості програмного забезпечення Blender для роботи з тривимірними моделями. Зроблено відповідні висновки.

Ключові слова: *3D-графіка, 3D-редактор, 3D-модель, ігровий рушій, анімація, візуалізація, рендеринг.*

Вступ. Blender – безкоштовне програмне забезпечення для створення та редагування тривимірної графіки. Завдяки кросплатформеності, відкритого вихідного коду, доступності та функціональності пакет отримав заслужену популярність не тільки серед новачків, але й серед просунутих 3D-моделлерів. По суті, це додаток практично не поступається за кількістю функціональних можливостей більш просунутими пакетами 3D-графіки.

На сьогоднішній день Blender – це повноцінний 3D-редактор з інтерфейсом, що повністю програмується та унікальною внутрішньою файловою системою. Мову програмування додаток використовує – Python. Приємним бонусом є доступність пакета на різних операційних системах з Windows, GNU/Linux та Mac OSX.

Створені засобами Blender 3D-моделі експортуються в ігрові рушії.

Основна частина. Blender – програмний пакет для створення тривимірної комп'ютерної графіки, що включає засоби моделювання, анімації, рендерінгу, після-обробки відео. До версії 2.80 містив рушій Blender Game Engine для створення відеоігор. Пакет є вільним програмним забезпеченням та розповсюджується під ліцензією GNU GPL.

Особливостями пакету є малий розмір, висока швидкість рендерінгу, наявність версій для багатьох операційних систем – FreeBSD, GNU/Linux, Mac OS X, SGI Irix 6.5, Sun Solaris 2.8 (sparc), Microsoft Windows, MorphOS та Pocket PC. Пакет має такі функції, як симуляція динаміки твердих тіл (Rigid Body), рідин (Liquid simulation) та м'яких тіл (Soft body), редагування матеріалів і геометрії за принципом вузлів (Nodes), велику кількість легко доступних розширень, написаних мовою Python [4].

Ключові особливості пакету [3]:

- 1) Blender – це повністю інтегрований комплект створення 3D, який пропонує широкий діапазон основних засобів, включаючи Моделювання – Modeling, Рендеринг – Rendering, Анімація та Оснащення – Animation & Rigging, Редагування Відео – Video Editing, ефекти відео – VFX, Компонування – Compositing, Текстурування – Texturing та багато типів симуляцій – Simulations.
- 2) Він є крос-платформовим з графічним інтерфейсом користувача OpenGL, який є уніфікованим на усіх головних платформах (а також кастомізованим за допомогою скриптів на Python).
- 3) Він має високо-якісну архітектуру 3D, що дозволяє швидкий та ефективний робітник.
- 4) Він має малий розмір виконуваного файлу, який є факультативно портативний.

Проте даний програмний пакет має свої переваги та недоліки [5].

До переваг можна віднести:

- програма поширюється безкоштовно;
- здатність до вирішення багатьох завдань 3D моделювання;
- незвичайний, але зручний спосіб розміщення об'єктів;

- можливість анімації персонажа;
- гнучкий інструментарій створення анімацій;
- можливість швидкого і якісного створення реалістичних візуалізацій.

До недоліків можна віднести:

- програма не містить меню кирилицею;
- інтерфейс складний у вивченні, адаптація до програми займає час;
- складна логіка редагування елементів.

Також потрібно враховувати системні вимоги. Системні вимоги Blender подано у таблиці 1 [4].

Таблиця 1

Системні вимоги Blender

<i>Обладнання</i>	<i>Мінімальні</i>	<i>Рекомендовані</i>	<i>Оптимальні</i>
<i>Процесор</i>	64-бітний двоядерний 2Ghz з підтримкою SSE2	64-бітний чотирьохядерний	64-бітний восьмиядерний
<i>Оперативна пам'ять</i>	4 GB	16 GB	32 GB
<i>Відеокарта</i>	OpenGL 3.3 карта з 1 GB відеопам'яті	OpenGL 3.3 карта з 4 GB відеопам'яті	OpenGL 3.3 карта з 12+ GB відеопам'яті
<i>Екран</i>	1280×768 пікселів, 16-бітний колір	1920×1080 пікселів, 24-бітний колір	декілька, 1920×1080 пікселів, 24-бітний колір
<i>Прилади для вводу</i>	Мишка з трьома кнопками	Мишка з трьома кнопками	Мишка з трьома кнопками та графічний планшет

Виконання роботи зі створення тривимірних об'єктів для подальшого їх використання у комп'ютерних іграх класично відбувається у три етапи [2]:

- 1) визначення форми об'єкту;
- 2) деталізація складових об'єкту;
- 3) додавання матеріалів.

Blender підтримує роботу з багатьма геометричними примітивами – базовими полігональними моделями (куб, сфера, циліндр тощо), кривими Безьє, поверхнями NURBS, metaballs, векторними шрифтами. Шляхом їх перетину та зміни розташування й розмірів окремих полігонів створюються всі інші, складніші, об'єкти. Є функція малювання довільних кривих нарисним олівцем (Grease Pencil).

У Blender будь-яка сутність, з якою взаємодіє користувач, називається об'єктом. Це може бути як полігональна модель чи крива, так і джерело світла, камера огляду, арматура моделі тощо, котрі видимі при редагуванні, але не

відображаються в фінальній роботі. При цьому дані об'єкта (певна форма/функція) відділені від нього, тому декілька об'єктів здатні використовувати одні й ті ж дані.

Основу інтерфейсу складають горизонтальні вкладки (робочі простори), кожна з яких відведена під певну категорію функцій, що дозволяє легко перемикатися між різними завданнями, забезпечуючи різні дії над 3D моделями в одному вікні. Праворуч у кожній вкладці містяться панелі інструментів, які мають власні вкладки, розташовані вертикально. Практично кожна функція має відповідне їй поєднання клавіш, і враховуючи кількість наданих можливостей у Blender, кожна клавіша включена в більш ніж одне поєднання (shortcut). З того часу як Blender став проектом з відкритим вихідним кодом, було додано повні контекстні меню до усіх функцій, а використання інструментів зроблене логічнішим та гнучкішим. Користувачський інтерфейс підтримує колірні схеми оформлення, прозорі плаваючі елементи, які розширюють функціональність Blender-а. До окремих об'єктів і навіть їхніх полігонів можна прикріплювати нотатки.

Користувачський інтерфейс Blender-а містить такі головні вкладки [1]:

- Layout (Подання) – головний робочий простір для перегляду сцени та її простих налаштувань.

- Modelling (Моделювання) – модифікація геометрії інструментами моделювання.

- Sculpting (Скульптинг) – модифікація геометрії інструментами скульптингу.

- UV Editing (Редагування розгортки) – підлаштування координат текстури до поверхні тривимірної моделі.

- Texture Paint (Малювання текстур) – малювання текстур на поверхні моделі.

- Shading (Шейдинг) – надання моделі матеріалів.

- Animation (Анімація) – налаштування зміни моделі з часом.

- Rendering (Рендеринг) – налаштування, показ і аналіз фінальної картинки.

- Compositing (Компонування) – комбінування картинок і їхня пост-обробка.

- Geometry Nodes (Геометричні вузли) – процедурне моделювання.

- Scripting (Скриптування) – написання скриптів для автоматизації дій.

Для рендерингу Blender використовує декілька рушіїв. Рендеринг може відбуватися як на центральному, так і на графічному процесорі. Вигляд відрендереної картини залежить від текстур, матеріалів, освітлення, обраної камери огляду та налаштувань обраного рушія. Об'єкти можуть поміщуватися на різні шари рендерингу, яким відповідають певні колекції об'єктів. Це потрібно, наприклад, для симуляції розмиття в міру віддалення від камери.

- Workbench – призначений для дуже швидкого відображення моделей з урахуванням лише кольору та освітлення.

– Eevee – дозволяє швидко отримувати картинку, проте без складних ефектів, як-от відбиття чи заломлення променів.

– Cycles – містить фізичний рушій, здатний обчислювати трасування променів. Завдяки цьому Cycles під силу відтворювати фотореалістичну картинку, проте на це потрібно більше час.

Також на безоплатній основі доступні зовнішні рушії, такі як:

– Octane Render від Otou з можливістю безкоштовного використання на одній графічній карті;

– LuxCoreRender;

– ProRender від Radeon.

І хоча для повноцінної роботи потрібна мишка з трьома кнопками або коліщатком-кнопкою, програма може емулювати її, використовуючи гарячі клавіші.

Робота з тривимірними моделями відбувається у сцені, розкресленій координатною сіткою. Об'єкти сцени об'єднуються в так звані колекції. За промовчуванням кожна сцена має одну колекцію, але користувачі вільні створювати нові колекції та переміщувати між ними об'єкти для згрупування своєї роботи. Схема сцени відображається за промовчуванням праворуч вгорі. До сцени може додаватися фон або площина із зображенням-зразком для моделювання. Об'єкти можуть бути неактивними (з ними не відбувається взаємодії), активними (відбувається непряма взаємодія) та вибраними (користувач взаємодіє конкретно з цим об'єктом). Всі вони мають координати походження, що враховуються при переміщенні та деформації, та виходять з поворотної точки, що може перебувати за межами самого об'єкта. Blender містить інструменти для моделювання методом скульптингу, що симулює ліплення з глини.

На полігональні моделі можуть накладатися текстури та матеріали. Текстура визначає вигляд моделі (колір, прозорість, імітація шорсткості, блиску тощо), а матеріал додатково визначає взаємодію з іншими об'єктами (заломлення променів світла, відображення, свічення). Створення текстур і матеріалів відбувається за допомогою наочних схем, які складаються з вузлів (нодів, nodes) і зв'язків між ними. Існують вузли, що задають масштаб, яскравість, змішування текстур і т. д. Текстури й матеріали можуть генеруватися процедурно.

Blender містить інструменти анімації, серед яких inverse kinematics, арматурна (скелетна) та сіткова деформація, анімація за ключовими кадрами, нелінійна анімація, timeline, vertex weighting, constraints, динаміка м'яких тіл, включаючи визначення колізій форми об'єктів при взаємодії, динаміка рідин, Bullet динаміка твердих тіл, система волосся на основі частинок та система частинок при визначенні колізій об'єктів.

Програмний пакет можна розширювати доповненнями, котрі упаковуються в архів .zip або являють собою файли .py (Python). Такі доповнення дозволяють, наприклад, генерувати складні моделі, додавати нові інструменти. Python

використовується також як засіб імпорту/експорту файлів (наприклад COLLADA), автоматизації завдань.

Висновки. Серед усіх редакторів тривимірної графіки Blender 3D є найдоступнішим і разом з тим одним із найкращих та найуспішніших програмних комплексів, які поширюються під відкритою ліцензією. Завдяки унікальному набору інструментів Blender є справжнім конкурентом, вартий уваги дизайнерів анімації. Завдяки підтримці різних імітацій фізичних об'єктів, Blender стає життєздатним механізмом візуалізації. Характерними особливостями пакету Blender є його невеликий розмір та підтримка багатьох популярних операційних систем.

Список використаних джерел:

1. Мосіюк О.О. Редактори тривимірної графіки: навчально-методичний посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2022. С. 15-28. URL: http://eprints.zu.edu.ua/33752/1/Redaktor_3D_ost_Feb_04.pdf.

2. Скорюкова Я.Г., Жиганов В.А. Особливості 3D-моделювання в середовищі Blender. Матеріали XLVIII науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ, м. Вінниця, 13-15 березня 2019 р. Вінниця, 2019. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fksa/all-fksa-2019/paper/view/6819>.

3. About Blender.

URL:https://docs.blender.org/manual/uk/dev/getting_started/about/index.html.

4. Blender. URL: <http://uk.wikipedia.org/wiki/Blender>.

5. Blender 2.79. Огляд програми. URL: <https://uk.soringpcrepair.com/blender/>.

The article discusses a free software Blender for creating and editing 3D graphics. Key features of the package are highlighted, advantages and disadvantages are defined. The functionality of the Blender software for working with three-dimensional models is revealed. Appropriate conclusions have been drawn.

Keywords: 3D graphics, 3D editor, 3D model, game engine, animation, visualization, rendering.

УДК 517.5

Гудима У. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент

СПІВВІДНОШЕННЯ ДВОЇСТОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧІ ВІДШУКАННЯ ВІДСТАНІ У РОЗУМІННІ ПЕРЕДНОРМИ МІЖ ОПУКЛИМИ МНОЖИНАМИ ЛІНІЙНОГО НОРМОВАНОВОГО ПРОСТОРУ

У статті для задачі відшукування відстані (найкращої) у розумінні переднорми між опуклими множинами лінійного нормованого простору встановлено співвідношення двоїстості.

Ключові слова: лінійний нормований простір, опукла множина, переднорма, співвідношення двоїстості.

Нехай X – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір елементів X з нормою $\|x\|$, X^* – простір, спряжений з X , A та B – опуклі множини простору X ; K – симетрична, опукла, обмежена множина простору X^* , замкнена у розумінні слабкої* топології цього простору; $p(x) = \max_{f \in K} f(x)$, $x \in K$, – переднорма, задана на X .

Задачею відшукування відстані (найкращої) у розумінні переднорми p між множинами A та B будемо називати задачу відшукування величини

$$E_p(A, B) = \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} p(x - y) = \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} \max_{f \in K} f(x - y). \quad (1)$$

Якщо існує елемент $(x^*, y^*) \in A \times B$ такий, що

$$E_p(A, B) = p(x^* - y^*) = \max_{f \in K} f(x^* - y^*),$$

то його назвемо екстремальним елементом для задачі відшукування величини (1).

Покладемо $\psi(u, f) = f(u)$, $(u, f) \in X \times X^*$.

Твердження 1. При кожному фіксованому $u \in X$ функція $f \in X^* \rightarrow \psi(u, f) = f(u)$ є вгнутою та неперервною на X^* у розумінні слабкої* топології на X^* .

Доведення. Нехай $f_1, f_2 \in X^*$, $\alpha \in [0; 1]$. Маємо, що

$$\begin{aligned} \psi(u, (1-\alpha)f_1 + \alpha f_2) &= ((1-\alpha)f_1 + \alpha f_2)(u) = (1-\alpha)f_1(u) + \alpha f_2(u) = \\ &= (1-\alpha)\psi(u, f_1) + \alpha\psi(u, f_2). \end{aligned} \quad (2)$$

З (2) слідує, що при фіксованому $u \in X$ функція $\psi(u, f)$, $f \in X^*$, є вгнутою на X^* .

Виберемо $f_0 \in X^*$, $\varepsilon > 0$. Розглянемо окіл точки f_0 у слабкій* топології простору X^* :

$$O(f_0) = O(f_0; u; \varepsilon) = \{f \in X^* : |f(u) - f_0(u)| < \varepsilon\}.$$

Тоді для довільних $f \in O(f_0)$:

$$|\psi(u, f) - \psi(u, f_0)| = |f(u) - f_0(u)| < \varepsilon.$$

Тому функція $\psi(u, f)$, $f \in X^*$, є неперервною в точці $f_0 \in X^*$, а, отже, і на X^* .

Твердження доведено.

Твердження 2. При кожному фіксованому $f \in X^*$ функція $u \in X \rightarrow \psi(u, f) = f(u)$ є опуклою та неперервною на X .

Доведення. Нехай $u_1, u_2 \in X$, $\alpha \in [0; 1]$. Маємо, що

$$\begin{aligned} \psi((1-\alpha)u_1 + \alpha u_2, f) &= f((1-\alpha)u_1 + \alpha u_2) = (1-\alpha)f(u_1) + \alpha f(u_2) = \\ &= (1-\alpha)\psi(u_1, f) + \alpha\psi(u_2, f). \end{aligned} \quad (3)$$

З (3) випливає, що при фіксованому $f \in X^*$ функція $u \in X \rightarrow \psi(u, f)$ є опуклою на X .

Нехай $u_0 \in X$. Доведемо, що функція $\psi(u, f), u \in X$, неперервна в точці u_0 .

У випадку, коли $f = 0$, твердження очевидне.

Припустимо, що $f \neq 0$. Тоді $\|f\| \neq 0$. Для довільного $\varepsilon > 0$ покладемо

$\delta = \frac{\varepsilon}{\|f\|}$. Тоді для $u \in X$ таких, що $\|u - u_0\| < \delta = \frac{\varepsilon}{\|f\|}$ будемо мати, що

$$\begin{aligned} \|\psi(u, f) - \psi(u_0, f)\| &= \|f(u) - f(u_0)\| = \|f(u - u_0)\| \leq \\ &\leq \|f\| \|u - u_0\| < \|f\| \delta = \|f\| \frac{\varepsilon}{\|f\|} = \varepsilon. \end{aligned}$$

Отже, для $(\forall \varepsilon > 0) \left(\exists \delta = \frac{\varepsilon}{\|f\|} \right) (\forall u \in X : \|u - u_0\| < \delta)$

$$\|\psi(u, f) - \psi(u_0, f)\| < \varepsilon.$$

Звідси слідує, що $\psi(u, f), u \in X$, – неперервна в точці $u_0 \in X$, а, отже, і на X .

Твердження доведено.

Теорема 1. Має місце співвідношення:

$$E_p(A, B) = \max_{f \in K} \left(\inf_{x \in A} f(x) - \sup_{y \in B} f(y) \right). \quad (4)$$

Доведення. Покладемо $D = A - B$. Множина D є опуклою множиною простору X , оскільки A та B – опуклі множини простору X (див., наприклад, [1, с. 32]). Тоді

$$E_p(A, B) = \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} p(x - y) = \inf_{u \in D} p(u) = \inf_{u \in D} \max_{f \in K} f(u) = \inf_{u \in D} \max_{f \in K} \psi(u, f). \quad (5)$$

Оскільки D – опукла множина простору X , K – слабко* компактна множина простору X^* (див., наприклад, [2, с.23]), функція $\psi(u, f) = f(u)$, $(u, f) \in X \times X^*$ – вгнута та слабко* неперервна на K при кожному фіксованому

$u \in D$ (див. твердження 1) і опукла та неперервна на D при кожному фіксованому $f \in K$ (див. твердження 2), то з (5) на основі теореми Фань-Цзі (див., наприклад, [3, с.34]) одержимо, що

$$E_p(A, B) = \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} p(x - y) = \inf_{f \in K} \max_{u \in D} \psi(u, f) = \max_{f \in K} \inf_{u \in D} \psi(u, f) = \max_{f \in K} \inf_{u \in D} f(u) = \\ = \max_{f \in K} \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} f(x - y) = \max_{f \in K} \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} (f(x) - f(y)) = \max_{f \in K} \left(\inf_{x \in A} f(x) - \sup_{y \in B} f(y) \right).$$

Співвідношення (4) встановлено.

Теорему доведено.

Зауваження 1. Якщо K – симетрична, опукла, обмежена множина простору X^* , замкнена у розумінні слабкої* топології цього простору і $\text{int } K \neq \emptyset$, то $p(x) = \max_{f \in K} f(x)$, $x \in K$, ϵ нормою, заданою на X , зокрема, якщо

$$K = S^*, \text{ де } S^* = \{f \in X^* : \|f\| \leq 1\} \text{ – одинична куля простору } X^*, \text{ то} \\ p(x) = \max_{f \in K} f(x) = \max_{f \in S^*} f(x) = \|x\|.$$

Наслідок 1 [4]. Нехай у задачі відшукування величини (1) $K = S^*$, тоді має місце співвідношення:

$$E_{\|\cdot\|}(A, B) = \inf_{\substack{x \in A, \\ y \in B}} \|x - y\| = \max_{f \in S^*} \left(\inf_{x \in A} f(x) - \sup_{y \in B} f(y) \right).$$

Наслідок 2. Нехай у задачі відшукування величини (1) $A = \{x\}$. Тоді має місце співвідношення:

$$E_p(x, B) = \inf_{y \in B} p(x - y) = \max_{f \in K} \left(f(x) - \sup_{y \in B} f(y) \right).$$

Наслідок 3 [5, с.28]. Нехай у задачі відшукування величини (1) $A = \{x\}$ і $K = S^*$. Тоді має місце співвідношення:

$$E_{\|\cdot\|}(x, B) = \inf_{y \in B} \|x - y\| = \max_{f \in S^*} \left(f(x) - \sup_{y \in B} f(y) \right).$$

Список використаних джерел:

1. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Опуклий аналіз : навчальний посібник. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. 112 с.
2. Пшеничний Б.Н. Необходимые условия экстремума. М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 144 с.
3. Фань Ци. Теоремы о минимаксе. Бесконечные антагонистические игры. Сборник статей. Под ред. Н.Н. Воробьева. М. : Физматиз. 1963. С. 31-39.

4. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Співвідношення двоїстості та критерії екстремальності елемента для задачі відшукування відстані між двома опуклими множинами лінійного нормованого простору. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2018. Вип. 18. С. 65-77.

5. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М. : Наука, 1976. 320 с.

In the article for the problem of finding the distance (the best) in the understanding of the prenorm between the convex sets of linear normed space, the ratio of duality is established.

Keywords: *the linear normed space, the convex set, the prenorms, the duality ratios.*

УДК 519.853

Гудима У.В., кандидат фізико-математичних наук, доцент

Кучерин Д.І., здобувач вищої освіти

КРИТЕРІЙ ОПТИМАЛЬНОСТІ ДОПУСТИМОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ЗАДАЧІ ДРОБОВО-КУСКОВО-ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

У статті для задачі дробово-кусково-лінійного програмування в просторі, спряженому до лінійного нормованого простору, з додатковими обмеженнями на норми її допустимих розв'язків встановлено критерій існування допустимих розв'язків, теореми існування оптимального розв'язку, критерій оптимальності допустимого розв'язку.

Ключові слова: *задача дробово-кусково-лінійного програмування, допустимий розв'язок, оптимальний розв'язок.*

Математичне моделювання та методи оптимізації важливі при пошуку системних зав'язків та закономірностей функціонування складних систем, для підвищення ефективності управління у технічних та економічних процесах. Сучасна теорія оптимізації у багатьох випадках є методичною основою для вибору найкращих економічних та технічних рішень.

Серед економічних задач оптимізації виробництва важливе значення займають задачі про мінімізацію собівартості продукції, про максимізацію рентабельності виробництва та продуктивності праці, які з математичної точки зору є екстремальними задачами, у яких цільова функція є відношенням двох лінійних функцій, а обмеження – системою лінійних рівнянь або нерівностей, тобто задачею дробово-лінійного програмування.

Складність економічних та технічних явищ і процесів викликала потребу накладати додаткові умови на множину допустимих розв'язків, коефіцієнти задачі дробово-лінійного програмування та розглядати задачу її в більш зальних випадках.

Задачі дробового програмування розглядалась багатьма науковцями. Їх дослідженню присвячено низку робіт (див., наприклад [1-9]). Не існує універсального методу дослідження та розв'язування цих задач. Кожна з них має свої особливості, методи дослідження і розв'язування.

Одна із таких задач, а саме, задача дробово-кусково-лінійного програмування в просторі X^* , спряженому з лінійним нормованим простором X , розглядається у статті.

Постановка задачі. Нехай X – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір; X^* – простір спряжений з X , $x_i, i = \overline{1, n}; u_l, l = \overline{1, p}; v_m, m = \overline{1, q}$, – фіксовані елементи простору X ; $c_i, i = \overline{1, n}; a_l, l = \overline{1, p}; d_m, m = \overline{1, q}$, ρ – фіксовані дійсні числа, $\rho > 0$.

Поставимо задачу відшукування

$$\inf \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m)} \quad (1)$$

при обмеженнях

$$f(x_i) \geq c_i, i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$f \in X^*, \|f\| \leq \rho. \quad (3)$$

Задачу (1)-(3) будемо називати задачею дробово-кусково-лінійного програмування в просторі X^* , спряженому з X з додатковим обмеженням на норми її допустимих розв'язків або просто задачею дробово-кусково-лінійного програмування.

Позначимо через D – множину допустимих розв'язків задачі (1)-(3), тобто:

$$D = \left\{ f \in X^* : f(x_i) \geq c_i, i = \overline{1, n}, \|f\| \leq \rho \right\}.$$

Будемо припускати надалі, що:

$$f(v_m) + d_m > 0 \text{ для всіх } f \in D, m = \overline{1, q},$$

тобто, що

$$\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) > 0, f \in D.$$

З урахуванням уведених позначень задачу (1)-(3) можна записати у такому вигляді:

$$\inf_{f \in D} \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m)}.$$

Елемент $f \in D$ будемо називати допустимим розв'язком задачі (1)-(3), а допустимий розв'язок f^* цієї задачі будемо називати її оптимальним розв'язком (екстремальним елементом), якщо:

$$\frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f^*(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f^*(v_m) + d_m)} \leq \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m)}, f \in D.$$

Теорема 1. Для того щоб $D \neq \emptyset$, необхідно і достатньо, щоб для будь-яких невід'ємних чисел $\alpha_i, i = \overline{1, n}$, виконувалась така нерівність: $\rho \left\| \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \right\| \geq \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i$.

Теорема 2. Якщо серед чисел c_1, c_2, \dots, c_n є додатні числа і, отже, існують невід'ємні числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, для яких $\sum_{i=1}^n \alpha_i c_i = 1$, то для того щоб система обмежень (2), (3) була сумісною, необхідно і достатньо, щоб виконувалось співвідношення

$$\inf \left\{ \rho \left\| \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \right\| : \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i = 1, \alpha_i \geq 0, i = \overline{1, n} \right\} \geq 1.$$

Теорема 3. Якщо серед чисел c_1, c_2, \dots, c_n існують додатні числа і, отже, існують невід'ємні числа $\alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_n \geq 0$, для яких $\sum_{i=1}^n \alpha_i c_i > 0$, то для того щоб $D \neq \emptyset$ (система обмежень задачі (1)-(3) була сумісною), необхідно і достатньо щоб

$$\inf_{\substack{\alpha_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i > 0}} \frac{\rho \left\| \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \right\|}{\sum_{i=1}^n \alpha_i c_i} \geq 1.$$

Критерій оптимальності допустимого розв'язку для задачі дробово-кусково-лінійного програмування

Теорема 4. За умов, що $D \neq \emptyset$ та $\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) > 0, f \in D$, задача дробово-кусково-лінійного програмування (1) - (3) має оптимальний розв'язок (екстремальний елемент для цієї задачі існує).

Теорема 5. Припустимо, що для задачі (1) - (3) $D \neq \emptyset$ та $f(v_m) + d_m > 0$ для всіх $f \in D, m = \overline{1, q}$.

Для того, щоб елемент $f_0 \in D$ був оптимальним розв'язком задачі (1) - (3), необхідно і достатньо, щоб f_0 був оптимальним розв'язком задачі відшукування

$$\beta_D^*(M_0) = \min_{\substack{f(x_i) \geq c_i, i=1,n, \\ \|f\| \leq \rho}} \left(\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l) \right) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m), \quad (4)$$

де $M_0 = \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m)}$, причому

$$\beta_D^*(M_0) = 0. \quad (5)$$

Доведення. Необхідність. Нехай $f_0 \in D$ та f_0 є оптимальним розв'язком задачі (1)-(3) та M_0 обчислено за формулою (5). Тоді для всіх $f \in D$ маємо, що

$$M_0 = \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m)} \leq \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m)}.$$

З урахуванням того, що за умовою $\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) > 0$, з останньої нерівності одержимо, що для всіх $f \in D$

$$M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) \leq \max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l).$$

Звідки для всіх $f \in D$

$$\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) \geq 0. \quad (6)$$

Поставимо у ліву частину нерівності (6) $f = f_0$. Тоді для цього $f = f_0$ одержимо, що

$$\begin{aligned} & \max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m) = \\ & = \max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l) - \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m)} \min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m) = \\ & = \max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l) - \max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Із (6) та (7) одержуємо, що

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{f(x_i) \geq c_i, i=1,n, \\ \|f\| \leq \rho \\ (f \in D)}} \left(\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) \right) = \\ & = \max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m) = 0. \end{aligned}$$

Це й означає, що f_0 є оптимальним розв'язком задачі (4).

Необхідність доведено.

Достатність. Нехай для $f_0 \in D$ маємо, що

$$\min_{\substack{f(x_i) \geq c_i, 1 \leq i \leq p \\ i=1, n, \\ f \in D}} \max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) = 0. \quad (8)$$

Доведемо, що f_0 є оптимальним розв'язком задачі (1)-(3). Зі співвідношення (8) випливає, що для всіх $f \in D$:

$$\begin{aligned} \max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l) - M_0 \min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m) &\geq 0, \\ \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f(v_m) + d_m)} &\geq M_0 = \frac{\max_{1 \leq l \leq p} (f_0(u_l) + a_l)}{\min_{1 \leq m \leq q} (f_0(v_m) + d_m)}. \end{aligned}$$

Звідси і випливає, що f_0 є оптимальним розв'язком задачі (1)-(3). Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Гнатюк В.О. Одна задача дробово-лінійного програмування в лінійному нормованому просторі. *IV наук. конф. молодих математиків України*. Київ, 1968. С. 259.
2. Гольштейн Е.Г. Теория двойственности в математическом программировании и ее приложения. М. : Наука, 1971. 351 с.
3. Коллатц Л., Крабс В. Теория приближений. Чебышевские приближения и их приложения. М: Наука, 1978. 272 с.
4. Гнатюк В.О., Мойко В.В., Гнатюк Ю.В. Основні властивості задачі найкращого наближення по дробовій функції. *Вісник Київського університету. Серія фізико-математичні науки*. 1991. Вип. 2. С. 26-31.
5. Гнатюк В.О. Гнатюк Ю.В. Двоїсті задачі дробово-лінійного програмування та чисельний метод їх розв'язування. *Зб. наук. пр. Кам'янець-Подільського держ. пед. ін-ту. Серія фізико-математична*. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ. пед. ін-т, 1993. Вип.1. С. 9-20.
6. Гнатюк Ю.В. Чисельний метод розв'язування узагальненої задачі дробово-опукло-угнутого програмування. *Інтегральні перетворення і їх застосування до крайових задач* : зб. наук. пр. Ін-ту математики НАН України. К.: Ін-т математики НАН України, 1994. Вип. 6. С. 28-40.
7. Гнатюк Ю.В. Двоїсті співвідношення для задачі найкращого за дробово-опуклою функцією наближення кількох елементів та критерії елемента найкращого наближення. *Доп. НАН України*. 1995. №6. С. 23-26.
8. Гнатюк Ю.В. Основні властивості задачі найкращого одночасного наближення кількох елементів. *Укр. мат. журнал*. 1996. Т.48. №9. С. 1183-1193.

9. Гудима У.В., Гнатюк Ю.В., Гнатюк В.О. Найкраща рівномірна раціональна апроксимація неперервного компактнозначного відображення відношенням опуклих скінченновимірних множин однозначних відображень. *Проблеми теорії наближення та суміжні питання* : зб. наук. пр. Ін-ту математики НАН України. К. : Ін-т математики НАН України, 2007. Т.4, №1. С. 73-91.

In the article are established of the criteria of existence of admissible solutions, theorems of existence of optimal solution, criterion of optimality of admissible solution for the problem of fractional-piecewise-linear programming in the space conjugate to the linear normalized space, with additional restrictions on the norms admissible solutions.

Keywords: *the fractional-piecewise-linear programming problem, the admissible solution, the optimal solution.*

УДК 373.5.016:51

Джулій А.О., здобувач вищої освіти

Думанська Т.В., кандидат педагогічних наук

НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ТИПІВ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ У 5 КЛАСІ ЗА НАУКОВО- ПЕДАГОГІЧНИМ ПРОЄКТОМ «ІНТЕЛЕКТ УКРАЇНИ»

У статті розглянуто нестандартні підходи до розв'язування деяких типів прикладних задач з математики у 5 класі за науково-педагогічним проєктом «Інтелект України».

Ключові слова: *науково-педагогічний проєкт «Інтелект України», математика, прикладні задачі, метод.*

Оскільки науково-педагогічний проєкт «Інтелект України» досить новий та здобув неабияку популярність і підтримку серед багатьох українських шкіл, то актуальним є дослідження методів розв'язування прикладних задач за цим проєктом.

Мета даного дослідження полягає у вивченні методів розв'язування деяких типів прикладних задач у 5 класі за науково-педагогічним проєктом «Інтелект України».

Навчання в таких класах поєднує використання новітнього обладнання, вміння працювати в команді та залучення різних інтерактивних завдань, які можуть зацікавити учнів.

Об'єктом нашого дослідження виступають прикладні задачі на уроках математики у 5 класах закладів загальної середньої освіти. Предметом

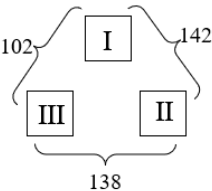
дослідження є нестандартні методи розв'язування деяких типів прикладних задач.

Прикладна задача – це задача, що виникла поза математикою, але яку можна розв'язати математичними засобами. До таких задач відносять реальні ситуації, які відбуваються або можуть відбуватися в навколишньому середовищі [4].

Для цілісного та чіткого бачення методів розв'язування різних типів прикладних задач пропонуємо розглянути таблицю 1, де наведені не усі прикладні задачі, вивчення яких передбачено програмою для 5-го класу за згаданим вище проєктом, а лише ті, підходи до розв'язування яких носять інноваційний характер, спонукають здобувачів освіти до креативного мислення.

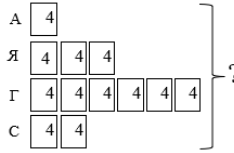
Продемонстровані нижче схеми подання коротких умов задач є дещо незвичними для тих, хто навчався і навчається за звичайною програмою з математики для закладів загальної середньої освіти. Проте, так записані короткі умови прикладних задач дають можливість учням усвідомити зміст задачі (адже вони так скептично сприймають текстові задачі) та досить ефективно формують у них логічні взаємозв'язки між заданими та шуканими величинами.

Таблиця 1. Типи прикладних задач і методи їх розв'язування

Тип задачі	Приклад задачі	Схема запису умови	Розв'язання
Задача на знаходження трьох чисел, якщо відомі суми попарно взятих чисел.	Учитель написав на дошці три числа. Відомо, що сума першого й другого чисел дорівнює 142, другого й третього – 138, а першого й третього – 102. Які числа записав учитель? [2, с. 7]	<p><i>Схема-трикутник</i></p> 	1) $142 + 102 + 138 = 382$ – подвоєна сума чисел, оскільки кожне з них належить двом сугам; 2) $382 : 2 = 191$; 3) $191 - 142 = 49$; 4) $191 - 102 = 89$; 5) $142 - 89 = 53$. <i>Відповідь:</i> перше число – 53; друге число – 89; третє число – 49.

Задача на кратне порівняння

Господиня купила 4 апельсини, яблук – у 3 рази більше, ніж апельсинів, груш – у 2 рази більше, ніж яблук, а слив – у 3 рази менше, ніж груш. Скільки всього фруктів купила господиня?



Усіх квадратиків 12

$$4 \cdot 12 = 48$$

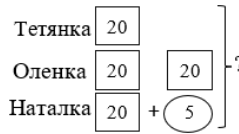
Відповідь:

48 фруктів

[2, с. 36]

Задача на різницеве та кратне порівняння

У Тетянки 20 намистинок, це у 2 рази менше, ніж в Оленки. У Наталки намистинок на 5 більше, ніж у Тетянки. Скільки всього намистинок у дівчат? [2, с. 45]



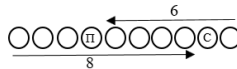
$$20 \cdot 4 + 5 = 85$$

Відповідь:

85 намистинок

Десятеро учнів брали участь в олімпіаді з математики. Балів більше, ніж у Петрика, набрали 6 учнів, а менше, ніж у Софійки – 8 учнів. Скільки учнів набрали більше балів, ніж Петрик, але менше, ніж Софійка, якщо в усіх різна кількість балів?

Усіх кружечків 10



Бачимо, що між кружечками з надписами «П» і «С» знаходиться 4 кружечки.

Відповідь:

4 учні

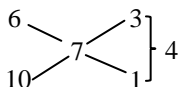
[2, с. 70]

Задача на порівняння

Задача на змішування

Господар мав на продаж картоплю двох гатунків: відро картоплі першого гатунку коштувало 10 грн, а другого — 6 грн. Господар вирішив змішати картоплю та продавати по 7 грн за відро. Скільки частин кожного гатунку картоплі потрібно взяти, щоб отримати відро картоплі вартістю 7 грн? [3, с. 24]

**Конверт (хрест)
Пірсона**



- 1) $7 - 6 = 1$;
- 2) $10 - 7 = 3$;
- 3) $3 + 1 = 4$ — всього частин картоплі;
Отже, щоб отримати відро картоплі вартістю 7 грн, потрібно взяти $\frac{3}{4}$ відра картоплі по 6 грн і $\frac{1}{4}$ відра картоплі по 10 грн.

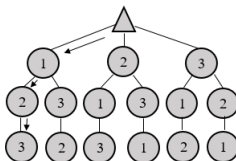
Відповідь:

$\frac{3}{4}$ та $\frac{1}{4}$ частини

Задача на знаходження кількості усіх можливих варіантів сполучення певних предметів

На дверях будинку встановлено кодовий замок. Щоб відкрити двері, потрібно ввести код, який складається з трьох цифр: 1, 2 й 3. Скількома способами можна вибрати код? (Цифри в записі коду не повторюються)

**Граф-дерево
(дерево можливих варіантів)**



Рухаючись по гілках дерева у вказаному стрілками напрямку отримуємо: 123; 132; 213; 231; 312; 321.

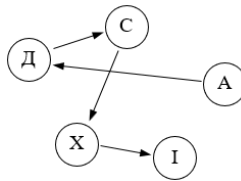
[4, с. 33]

Задача на встановлення
найменшої та найбільшої
величини

Дмитро вищий за Сашку, але нижчий від Артема. Христина вища від Іринки, але нижча за Сашку. Хто з дітей найвищий, а хто — найнижчий?

[4, с. 66]

Граф



Оскільки відлік розпочинається від Артема і закінчується Іринкою, то робимо висновок, що найвищий Артем, а найнижча — Іринка.

Отже, нами продемонстровано ті типи прикладних задач з математики для 5 класу за науково-педагогічним проєктом «Інтелект України», шляхи розв’язування яких вимагають дещо нестандартних підходів.

Список використаних джерел:

1. Інтелект України. URL: <https://intellect-ukraine.org/> (дата звернення: 14.12.2022)
2. Математика. 5 клас : експерим. зошит з друкованою основою : у 9 ч. Ч. 1 / І.В. Гавриш, С.О. Доценко, О.А. Горьков, С.Б. Скиба. Харків : Інтелект України, 2022. 120 с.
3. Математика. 5 клас : експерим. зошит з друкованою основою : у 9 ч. Ч. 3 / І.В. Гавриш, С.О. Доценко, О.А. Горьков, С.Б. Скиба. Харків : Інтелект України, 2022. 72 с.
4. Математика. 5 клас : експерим. зошит з друкованою основою : у 9 ч. Ч. 5 / І.В. Гавриш, С.О. Доценко, О.А. Горьков, С.Б. Скиба. Харків : Інтелект України, 2022. 96 с.
5. Тарасенкова Н.А. Підручник Алгебра 9 клас. Оріон, 2017. 270 с.

The article discusses non-standard approaches to solving some types of applied problems in mathematics in the 5th grade according to the scientific and pedagogical project „Intellect of Ukraine”.

Keywords: *scientific and pedagogical project „Intellect of Ukraine”, mathematics, applied problems, method.*

УДК 004.942; 004.032.26

Дідик Б. П., здобувач вищої освіти

Понеділок В. В., кандидат технічних наук

УПРАВЛІННЯ ДОМАШНЬОЮ СИГНАЛІЗАЦІЄЮ З ДОПОМОГОЮ OPENHAB

У статті наведено приклад управління сигналізації з допомогою програмного комплексу OpenHAB. Розглянуто спосіб виконання налаштувань в OpenHAB: створення нового пристрою та каналу зв'язку. Представлено схему сигналізації з використанням датчиків Arduino, та показано принцип її управління з допомогою OpenHAB. Зроблено відповідні висновки.

Ключові слова: сигналізація, управління, Інтернет речей, IoT, Arduino, OpenHAB, пристрій, канал, перемикач, COM-порт, IDE.

Вступ. Сьогодні глобальна інформатизація суспільства і активний процес науково-технічного розвитку в області інформаційних систем сприяють формуванню єдиного світового інформаційного простору. Однією з перспективних тенденцій розвитку сучасних інформаційних систем та технологій стає розширення доступності інформаційно-обчислювальних ресурсів мереж для окремих абонентів, в тому числі і речей. Сьогодні пристрої Інтернету речей не лише масово використовуються у щоденному вжитку, але й у сучасному бізнес-середовищі. Зокрема Інтернет речей активно впроваджується в різноманітних галузях – від машинобудування та систем телекомунікацій до сільського господарства і будівництва. Поступово пристрої Інтернету речей стають невід'ємною частиною людського життя, і зростання їх кількості спричиняє попит на їх освоєння та впровадження для виконання різноманітних задач.

Інтернет речей (англ. Internet Of Things, IoT) – це всесвітня мережа пристроїв, що з'єднані між собою та обмінюються між собою інформацією без людського втручання. Такі пристрої використовують мережу Інтернет для транслявання основних даних у хмару, звідки інші пристрої збирають ці відомості для вирішення різноманітних задач. Раніше ця технологія використовувалася в межах проектування "розумного будинку" для керування освітленням, сигналізацією, температурою тощо у приміщенні. Зараз IoT застосовують усі галузі, де необхідна автоматизація процесів [1].

OpenHAB (Open Home Automation Bus) – це платформа домашньої автоматизації з відкритим вихідним кодом, яка не залежить від технологій і працює як центральна система розумного будинку. OpenHAB спілкується з розумними пристроями, виконує визначені користувачем дії та надає веб-сторінки з визначеною користувачем інформацією, а також визначені користувачем інструменти для взаємодії з усіма пристроями. Щоб досягти цього, OpenHAB сегментує та розподіляє певні функції та операції [2].

Основна частина. Сигналізація працює в режимі реального часу в межах будинку, управління якою здійснюється з допомогою OpenHAB. Сама сигналізація створена з допомогою датчиків, які під'єднані до плати Arduino Uno. OpenHAB надсилає команди на плату Arduino, а плата в залежності від команди виконує керування датчиками.

Першим ділом потрібно провести налаштування в OpenHAB. Для цього в OpenHAB потрібно додати новий пристрій [3]. Для цього переходимо в меню Generic MQTT Thing (рис. 1) та заповнюємо поля.

The screenshot shows the 'New Generic MQTT Thing' configuration interface. The form includes the following fields and values:

- Unique ID:** Arduino (Note: cannot be changed after the creation)
- Identifier:** mqtt:topic:mosquitio:Arduino
- Label:** Arduino
- Location:** e.g. Kitchen
- Parent Bridge:** Bridge (MQTT Broker >)

Below the form, the text reads: "Generic MQTT Thing. You need a configured Broker first. Dynamically add channels of various types to this Thing. Link different MQTT topics to each channel." There is a "Show advanced" checkbox and a "Create Thing" button at the bottom.

Рис. 1. Налаштування нового пристрою

Тепер потрібно налаштувати канал для взаємодії зі станом сигналізації. Для цього переходимо в меню Add Channel (рис. 2) та вписуємо назву, опис та обираємо тип каналу «перемикач».

Switch

Switch

Channel type

Text Value

Number Value

Dimmer

On/Off Switch

Рис. 2. Налаштування нового каналу

Також потрібно налаштувати команду яка OpenHAB буде відправляти Arduino для керування перемикачем (рис. 3). Встановлюємо значення 1 для стану "включено" та значення 0 в протилежному випадку.

MQTT State Topic

An MQTT topic that this thing will subscribe to, to receive the state. This can be left empty, the channel will be state-less command-only channel.

MQTT Command Topic

/arduino/switch

An MQTT topic that this thing will send a command to. If not set, this will be a read-only switch.

Custom On/Open Value

1

A number (like 1, 10) or a string (like "enabled") that is additionally recognised as on/open state. You can use this parameter for a second keyword, next to ON (OPEN respectively on a Contact).

Custom Off/Closed Value

0

A number (like 0, -10) or a string (like "disabled") that is additionally recognised as off/closed state. You can use this parameter for a second keyword, next to OFF (CLOSED respectively on a Contact).

Рис. 3 Налаштування команди для керування перемикачем

На цьому етапі вже можна керувати станом вимикача, використовуючи автоматично створений візуальний компонент (рис. 4).

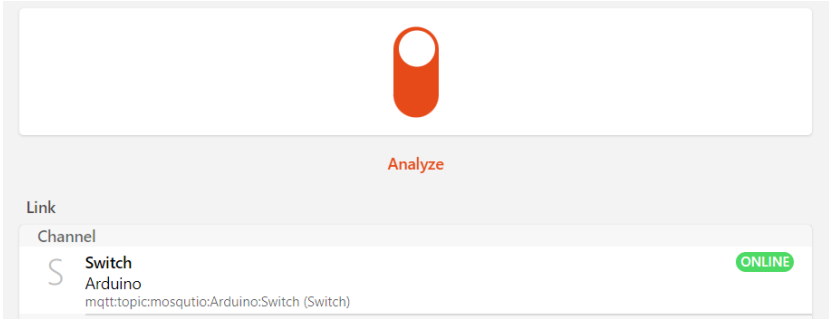


Рис. 4. Створений візуальний компонент

Схема сигналізації (рис. 5) з використанням датчиків Arduino виглядає наступним чином [4]:

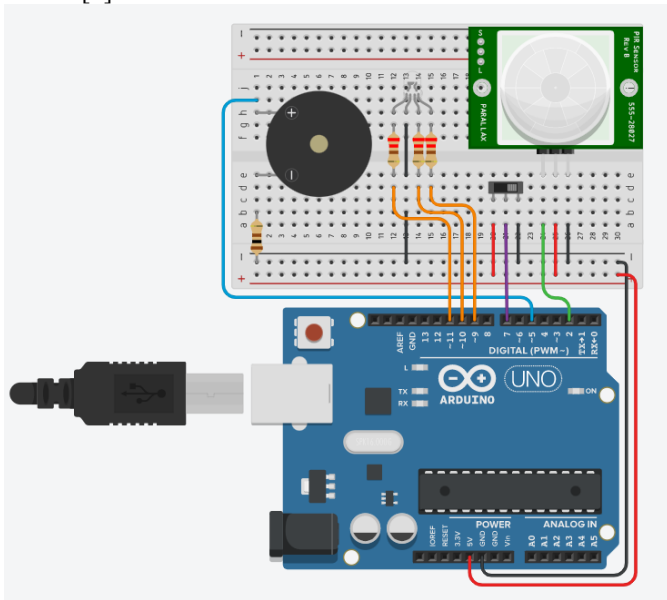


Рис. 5. Схема сигналізації на Arduino

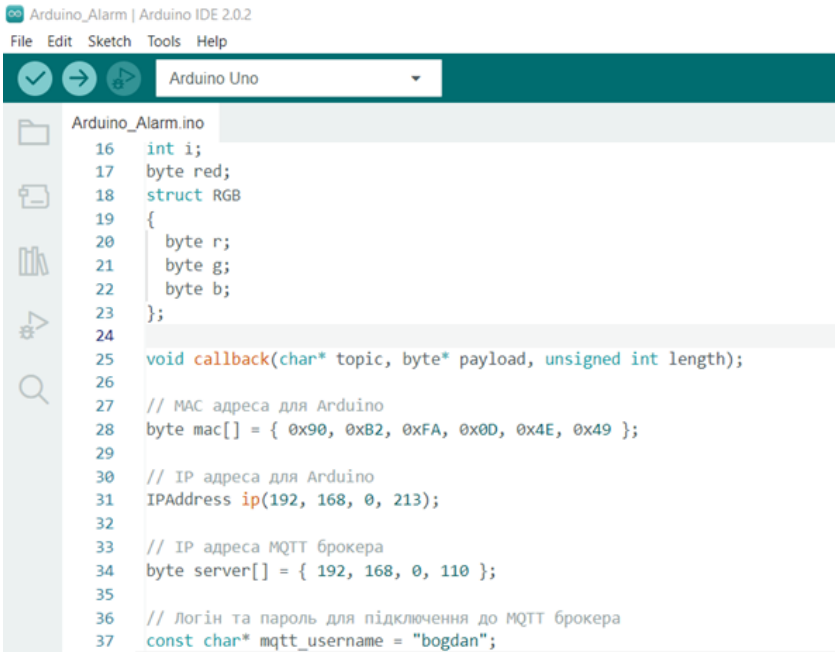
Схема містить такі компоненти:

- Arduino Uno;
- макетна плата;
- п'єзоелемент для відтворення звукового сигналу;
- RGB світлодіод;

- датчик руху PIR1;
- перемикач;
- резистор на 100 Ом для п'єзоелемента;
- три резистора на 220 Ом для входів RGB світлодіода.

П'єзоелемент та RGB світлодіод слугують для візуально-звукового відтворення при спрацюванні сигналізації: світлодіод мигає червоним кольором, а п'єзоелемент відтворює звуковий сигнал. Датчик руху PIR1 потрібен для виявлення руху в області його видимості. Якщо датчик фіксує рух, то він повертає сигнал в 5В. Для програмування це зручно, оскільки не потрібно виконувати додаткові операції з вхідним сигналом (як у випадку з аналоговим).

Тепер потрібно написати код в середовищі Arduino IDE (рис. 6) та після цього завантажити її на плату Arduino.



```

Arduino_Alarm | Arduino IDE 2.0.2
File Edit Sketch Tools Help
Arduino Uno
Arduino_Alarm.ino
16 int i;
17 byte red;
18 struct RGB
19 {
20     byte r;
21     byte g;
22     byte b;
23 };
24
25 void callback(char* topic, byte* payload, unsigned int length);
26
27 // MAC адреса для Arduino
28 byte mac[] = { 0x90, 0xB2, 0xFA, 0x0D, 0x4E, 0x49 };
29
30 // IP адреса для Arduino
31 IPAddress ip(192, 168, 0, 213);
32
33 // IP адреса MQTT брокера
34 byte server[] = { 192, 168, 0, 110 };
35
36 // логін та пароль для підключення до MQTT брокера
37 const char* mqtt_username = "bogdan";

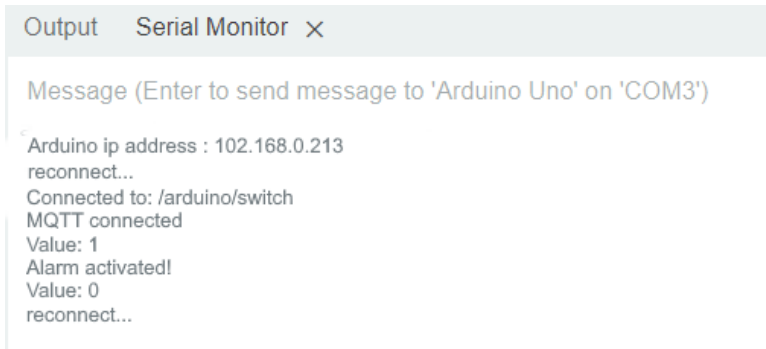
```

Рис. 6. Код в середовищі Arduino IDE

Тепер потрібно під'єднати Arduino Uno, та вибрати той COM-порт, який з'явився разом з підключенням. Після цього потрібно наіиснути кнопку Upload для того, щоб скетч завантажився на плату Arduino.

На цьому етапі вже все готово, щоб перевірити роботу сигналізації. В OpenHAB перемикаємо кнопку з вимкненого стану в увімкнений. Після цього сигналізація розпочала свою роботу. Якщо в область видимості датчика

попадеться якийсь рух, то спрацює сигналізація. В Arduino IDE відкриємо монітор порта (рис. 7).



```
Output Serial Monitor x
Message (Enter to send message to 'Arduino Uno' on 'COM3')
Arduino ip address : 102.168.0.213
reconnect...
Connected to: /arduino/switch
MQTT connected
Value: 1
Alarm activated!
Value: 0
reconnect...
```

Рис. 7. Вивід інформації в монітор порта

Як видно з рисунку 7, текст містить інформацію стосовно роботи скетчу. Спочатку йде під'єднання до створеного каналу OpenHAB, а потім виведення стану натиснутої кнопки.

Висновки. Можна сказати, що застосування OpenHAB для реалізації керування домашньою сигналізацією є чудовим вибором. З його допомогою можна легко спроектувати систему домашньої автоматизації без великих технічних знань. Однак, OpenHAB можна застосовувати для проектування систем автоматизації не лише в межах будинку, а й в межах району, підприємства, міста тощо в силу його гнучкої масштабованості. Зокрема, використання всіх переваг OpenHAB дозволяє досягти високої ефективності при проектуванні таких систем.

Список використаних джерел:

1. Поняття Інтернету речей. URL: <https://bit.ly/3EStJ8H>
2. Загальний опис OpenHAB. URL: <https://bit.ly/2U3POar>
3. Створення нового пристрою в OpenHAB. URL: <https://bit.ly/3GjBFR9>
4. Схема домашньої сигналізації. URL: <https://bit.ly/3YQsS0s>

The article provides an example of alarm control using the OpenHAB software complex. The method of making settings in OpenHAB is considered: creating a new device and communication channel. A signaling scheme using Arduino sensors is presented, and the principle of its control using OpenHAB is shown. Appropriate conclusions have been made.

Keywords: alarm, control, Internet of Things, IoT, Arduino, OpenHAB, device, channel, switch, COM port, IDE.

УДК 004

Дорошенко Є. М., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: Пилипюк Т.М., кандидат фізико-математичних наук,
доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ РИНКУ СУЧАСНОЇ ІГРОВОЇ ІНДУСТРІЇ

Стаття присвячена дослідженню ринку ігрової індустрії у світі та в Україні.

Ключові слова: ігрова індустрія, відеогра, гейміфікація, кіберспорт, онлайн-гра, геймер.

Вступ. Ігрова індустрія – це ринок, який розвивається з кожним роком в геометричній прогресії. Найбільші його гравці заробляють мільярди доларів на рік. Це гігантські ІТ-корпорації, в яких тисячі людей працюють з бюджетами в сотні мільйонів доларів над створенням AAA-проектів, які пізніше принесуть компанії кратний прибуток. Або компанії, основна діяльність яких полягає у підтримці добре відомих широкому загалу онлайн-сервісів, наприклад, багатокористувацька рольова гра з впізнаваним брендом, чи онлайн магазин комп'ютерних ігор з великою базою користувачів. Не останню позицію тут займає мобільний геймінг. Враховуючи відносно низьку вартість розробки та підтримки мобільних ігор, прибуток з показів реклами та високу лояльність цільової аудиторії до користування донатними опціями, розробка мобільних ігор справедливо вважається галуззю в ігровій індустрії з найвищою маржинальністю. Також варто зазначити, що відносна простота розробки мобільних ігор дозволяє, при наявності навичок, займатись цим навіть окремо розробнику без команди. В мережі можна знайти цілу плеяду інді-розробників, які успішно створюють ігри.

Основна частина. Індустрія відеоігор – це сектор економіки, який пов'язаний із розробкою, просуванням та реалізацією відеоігор. Підтвердженням є постійне зростання загального доходу ігрової продукції у світі. Про це свідчать дані відображені на рисунку 1 [1].

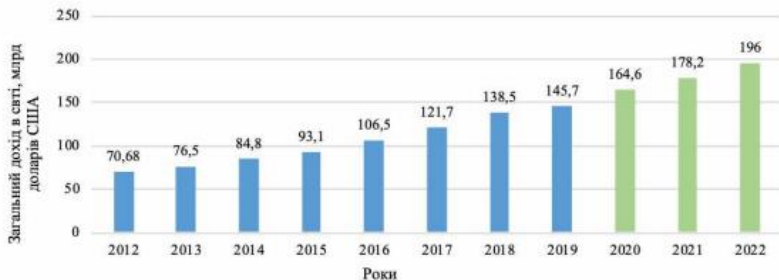


Рис. 1. Показники загального доходу ігрової індустрії у світі за 2012-2022 р.р.

Тенденція ігор в соціальних мережах має позитивний вплив на зростання ринку. Наприклад, значний відсоток світового населення використовує для ігор такі сайти соціальних мереж, як Facebook і Reddit. Очікується, що доступність різних жанрів ігор, таких як бойовик, рольові ігри, симулятори та стратегії, приверне більше клієнтів. Зростаюча популярність кіберспортивних турнірів і збільшення числа професійних гравців приведе до збільшення продажів відеоігор і аксесуарів, а також ігрового обладнання та програмного забезпечення.

Протягом останніх років кіберспорт активно розвивається як з точки зору виграшу призов, так і з точки зору визнання в усьому світі. Хоча близько десяти років тому це було нішею для обмеженої спільноти комп'ютерних фанатів, тепер все більше підлітків з нетерпінням чекають на можливість побудувати кар'єру в кіберспорті.

Зараз кіберспорт охоплює широкий спектр дисциплін, починаючи від шутерів та стратегій до симуляторів та гоночних ігор. Варіантів для участі багато, але щорічно з'являються нові дисципліни. Зовсім нещодавно було дуже несподівано, що жанр Battle Royale набуде такої популярності, що на турнірах Fortnite, Apex Legends та PUBG будуть представлені призові фонди у розмірі мільйонів доларів.

Ринок відеоігор зазнає високого попиту у різних сферах, таких як навчальні заклади та корпоративні підприємства. Використання ігор як навчального інструменту надає можливість для більш глибокого та пізнавального навчання. Поняття «ігри для навчання» існує досить давно. Однак реальний потенціал можливостей гейміфікації в області академічного середовища використовується лише нещодавно.

Гейміфікація в процесі навчання передбачає використання таких ігрових елементів, як підрахунок балів, конкуренція між однолітками, робота в команді, таблиці оцінок, щоб стимулювати залучення, допомагати учням засвоїти нову інформацію та перевірити свої знання. Вона може поширюватися на шкільні предмети, але також широко використовується в додатках та курсах самоосвіти, доводячи, що переваги гейміфікації не зникають, навіть коли ми дорослі.

Однак поширення фальсифікованої продукції через їх низькі ціни, особливо в таких країнах, як Китай та Індонезія, дещо стримуватиме зростання ринку. Очікується, що питання авторського права та піратства буде негативно впливати на досвід користувачів. Побоювання користувачів, пов'язані з шахрайством під час транзакцій з іграми, також стримуватимуть зростання ринку. Різке зростання проблем зі здоров'ям та проблем, пов'язаних з відеоіграми, – ще один фактор, який, як очікується, стримуватиме зростання індустрії.

Є різні фактори впливу на світову економіку, однак очікується, що індустрія відеоігор продемонструє значне зростання протягом наступних кількох місяців і років. Компанії стають свідками зростання кількості користувачів та зростання кількості годин, які користувачі витрачають на онлайн-ігри. Крім того, деякі компанії-розробники приймають рішення запускати свої онлайн-ігри

для безкоштовного завантаження. Наприклад, у березні 2020 року компанія Activision Blizzard, Inc. випустила гру “Call of Duty: Warzone” для безкоштовного завантаження та отримала близько 6 мільйонів завантажень за один день.

Аналітики прогнозують, що сегмент онлайн-ігор завоює значну популярність протягом майбутнього часу. Зростаючий попит на багатокористувацькі ігри стимулює попит на онлайн-ігри, оскільки вони полегшують ігрове спілкування та покращують загальний ігровий досвід. Сайти соціальних мереж відіграють важливу роль у наданні онлайн-відеоіграм віртуальної платформи для їх розповсюдження.

Зростання поінформованості щодо інтерактивних розважальних систем та зростання кількості геймерів, які сприймають ігри як розважальний інструмент, також сприятимуть попиту на онлайн сегмент. Крім того, очікується, що зростання проникнення смартфонів та хмарних ігор, серед іншого, стимулюватиме зростання сегмента. Учасники ринку, які беруть участь у розробці приставок для відеоігор, роблять акцент на використанні можливостей, які пропонуються за допомогою онлайн-ігор. Наприклад, Xbox Live від Microsoft Corporation та PlayStation Network від Sony Corporation дозволяють грати на онлайн-платформі.

Великим ігровим центром став Китай. Постійно зростаюче поширення смартфонів та зростання попиту на розваги в Китаї є ключовим фактором, що стимулює регіональне зростання. Tencent Holdings Limited зі штаб-квартирою в Китаї стала найбільшим гравцем на світовому ринку завдяки своїм стратегіям неорганічного зростання, таким як придбання Riot Games та Supercell Oy, розробників таких популярних ігор, як League of Legends та Clash of Clans. Зростання компаній є вагомим чинником загального зростання індустрії в Китаї.

Збільшення кількості гравців в Інтернеті та зростання турнірів з онлайн-ігор в Азіатсько-Тихоокеанському регіоні спонукають постачальників запускати різні платформи, які дозволяють геймерам отримати доступ до ігор з рейтингом AAA. Наприклад, Tencent у співпраці з корпорацією NVIDIA запустила хмарний ігровий сервіс START. Новий хмарний ігровий сервіс дозволяє геймерам отримувати доступ до ігор AAA на недостатньо потужних пристроях в будь-якому місці і в будь-який час. Очікується, що Південна Корея зробить значний внесок у регіональне зростання завдяки збільшенню уваги до кіберспорту та масовим багатокористувацьким онлайн-іграм. Багатокористувацькі рольові онлайн-ігри завоювали величезну популярність у Південній Кореї.

Гравці ринку в основному зосереджуються на розробці цікавого контенту та консолей наступного покоління. Популярні ігрові консолі, розроблені цими гравцями, включають PlayStation 4 від Sony Corporation, Xbox One від Microsoft Corporation та Wii U від Nintendo Co., Ltd. Розробники в основному зосереджують увагу на диференціації продуктів та інноваціях з метою збільшення своєї частки на ринку.

Видатні гравці ринку роблять значний акцент на покращенні обслуговування клієнтів, пропонуючи продукти, обладнані різноманітними

функціями, які дозволяють користувачам одночасно грати в ігри та переглядати сторінки в Інтернеті. Очікується, що ці багатофункціональні ігрові консолі стимулюватимуть зростання усєї індустрії. Постачальники також зосереджуються на злитті та поглинанні малих та середніх компаній, щоб зберегти конкурентоспроможність. Наприклад, у січні 2018 року корпорація Microsoft придбала PlayFab, постачальника ігрових послуг у режимі реального часу, для прискорення просування інновацій у розробці ігор на хмарній платформі.

На відміну від Європи і Америки, українська ігрова індустрія зосереджена не на споживанні, а на виробництві ігрового продукту. Багато хто знає "Козаків" і S.T.A.L.K.E.R. від GSC Game World, але ігрових компаній у нашій країні досить багато, і на ринку постійно з'являються нові гравці. Потенціал наших розробників побачили і за кордоном – український підрозділ Ubisoft працював над такими відомими серіями ігор, як Assassin's Creed і Far Cry.

Таймлайн появи ігрових компаній на українському ринку показано на рисунку 2.



Рис. 2. Таймлайн появи ігрових компаній на українському ринку [2]

На ринку є місце і для великих, і для малих студій. Для того, щоб зробити гру, необхідна ідея і людина, яка її реалізує. Можливість продавати продукт через Apple Store чи Steam дозволяє навіть невеликим командам потрапити на світовий ринок. Тож українські розробники-індивідуали чи невеликі компанії складають значну частину від загальної чисельності ігрових компаній, але є на ринку і досить великі гравці з кількістю співробітників більш ніж 500.

Кількість працівників в українських ігрових студіях показано на рисунку 3.

Офіси компаній-розробників ігор розташовані по всій Україні, але найбільша їх кількість у Києві – 40%. Одеса, Дніпро і Харків обрали для своїх штаб-квартир більш ніж по 10% гейм-девелоперів країни (рисунок 4).



Рис. 3. Кількість працівників в українських ігрових студіях [2]



Рис. 4. Ігрові студії в містах України [2]

Представимо в таблиці 1 найвідоміших розробників в Україні та їх ігрові продукти [3].

Найвідоміші ігри зроблені в Україні

Гра	Розробник	Рік	Платформа
Admiral: Sea Battles	Меридиан'93 (Луганськ)	1996	Microsoft Windows
Carnivores	Action Forms (Київ)	1998	
Ancient Conquest	Меридиан'93 (Луганськ)	1999	
Козаки: Європейські війни	GSC Game World (Київ)	2001	
Venom. Codename: Outbreak			
Sherlock Holmes: Mystery of the Mummy	Frogwares (Київ)	2002	Microsoft Windows, Nintendo DS
Козаки: Знову війна	GSC Game World (Київ)		
American Conquest			
FireStarter		2003	
У тилу ворога	Best Way (Сєвєродонецьк)	2004	Microsoft Windows
Sherlock Holmes: Secret of the Silver Earring	Frogwares (Київ)		
Олександр	GSC Game World (Київ)		
Козаки 2: Наполеонівські війни			
Xenus. Точка кипіння	Deep Shadows	2005	
Вівісектор: Звір усередині	Action Forms (Київ)	2006	
Козаки 2: Битва за Європу	GSC Game World (Київ)		
У тилу ворога 2	Best Way (Сєвєродонецьк)		
Герої знищених імперій	GSC Game World (Київ)	2007	
Sherlock Holmes: The Awakend	Frogwares (Київ)		
S.T.A.L.K.E.R.: Тінь Чернобиля	GSC Game World (Київ)	2008	
Sherlock Holmes versus Arséne Lupin	Frogwares (Київ)		
S.T.A.L.K.E.R.: Чисте небо	GSC Game World (Київ)		
Xenus 2: Біле Золото	Deep Shadows (Київ)		
Анабіоз: Сон розуму	Action Forms (Київ)		
Collapse	Creoteam (Київ)	2009	Microsoft Windows, Xbox 360
Sherlock Holmes vs. Jack the Ripper	Frogwares (Київ)		
S.T.A.L.K.E.R.: Поклик Прип'яті	GSC Game World (Київ)		Microsoft Windows
Metro 2033	4A Games (Київ)	2010	Microsoft Windows, Xbox 360
Collapse: The Rage	Creoteam (Київ)		Microsoft Windows
The Testament of Sherlock Holmes	Frogwares (Київ)	2012	Microsoft Windows, PlayStation 3, Xbox 360

Гра	Розробник	Рік	Платформа
Metro: Last Light	4A Games (Київ)	2013	Microsoft Windows, OS X, Linux, PlayStation 3 та 4, Xbox 360 та One
Sherlock Holmes: Crimes & Punishments	Frogwares (Київ)	2014	Microsoft Windows, PlayStation 3 та 4, Xbox 360 та One
Survarium	Vostok Games (Київ)	2015	Microsoft Windows
Cradle	Flying Cafe for Semianimals (Київ)		Microsoft Windows, Linux, SteamOS
Sherlock Holmes: The Devil's Daugther	Frogwares (Київ)	2016	Microsoft Windows, PlayStation 4, Xbox One
We Are The Dwarves	Whale Rock Games		2017
Козаки 3	GSC Game World (Київ)		
Finding Bigfoot	Cyber Light Game Studio (Київ)		
Вибач, Джеймсе	Konstruktors Entertainment (Львів)	2018-2019	Microsoft Windows
Cliff Empire	Lion's Shade (Львів)		
Metro Exodus	4A Games (Київ)	2019	Microsoft Windows, PlayStation 4, Xbox One
The Sinking City	Frogwares (Київ)		Microsoft Windows, PlayStation 4, Xbox One, Nintendo Switch
Острів	yevhen8 (Харків)	2020	Microsoft Windows
S.T.A.L.K.E.R. 2 (В розробці)	GSC Game World (Київ)	2021	
Sherlock Holmes: Chapter One	Frogwares (Київ)		

Оскільки більшість країн світу впродовж більшої частини 2020 та 2021 років практикували соціальне дистанціювання, інтерес до цієї багатомільярдної індустрії продовжує зростати, і люди, які ніколи не мали інтересу до ігор, починають ними цікавитися. Безпрецедентний вільний час дав гравцям можливість розвивати нові навички та прийоми, які одного дня можуть транслюватися по телевізору в рамках змагань з кіберспорту, таких само популярних, як і фінал Суперкубку чи Чемпіонату світу.

Так само, як геймери на всіх рівнях перевершують будь-які обмеження в іграх, у які вони грають, вони також очікують від розробників використання нових методів та найновіших технологій, щоб просунути ігровий процес уперед, зробивши ігри ближчими до реальності та ще складнішими, ніж будь-коли..

Висновки. Проведене дослідження ринку світової ігрової індустрії приводить до висновку, що він буде продовжувати безупинно розвиватись, як в якісному так і кількісному форматі. Ріст ігрової аудиторії має незворотній характер, в суспільній думці ігри закріпились як новітня форма мистецтва, яка відрізняється від традиційних течій незрівняним рівнем інтерактивності. Розвиток апаратного забезпечення дозволить реалізовувати проекти, про які ще кілька років тому і годі було думати. А кожне нове покоління програмних застосунків буде повне передових технологій.

Список використаних джерел:

1. Гречко А. В., Захаров Н. В., Фалько М. О. Аналіз динаміки розвитку ринку відеоігор, джерел його фінансування та особливостей монетизації продукції в даній сфері. Електронне наукове фахове видання «Ефективна економіка», 2021. № 5. URL: http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/5_2021/4.pdf
2. Як Україна виглядає на світовому ринку розробки ігор. URL: <https://businessviews.com.ua/ru/tech/id/virobnictvo-igor-v-ukrajini-1948/>
3. Відеоігри в Україні. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Відеоігри_в_Україні

The article is devoted to the research of the game industry market in the world and in Ukraine.

Keywords: *game industry, video game, gamification, eSports, online game, gamer.*

УДК 378.016:512

Думанська Т. В., кандидат педагогічних наук

ШЛЯХИ ФОРМУВАННЯ STEM-КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

У статті розглянуто шляхи формування STEM-компетентності майбутніх учителів математики, зокрема виконання STEM-проектів, впровадження елементів STEM-технологій на уроках математики, проведення STEM-тижнів.

Ключові слова: *STEM-освіта, математика, природничо-математична освіта, STEM-компетентність, прикладна задача, STEM-проект.*

Одним з пріоритетів розвитку сфери освіти, складовою частиною державної політики з підвищення рівня конкурентоспроможності національної економіки та розвитку людського капіталу, одним з основних факторів інноваційної діяльності у сфері освіти, що відповідає запитам економіки та потребам суспільства повинна стати *природничо-математична освіта (STEM-освіта)*. Важливим принципом впровадження STEM-освіти є істотна роль математики в

інтегративному підході реалізації природничо-математичної освіти, послідовне, ґрунтовне, якісне її викладання [2].

Акронім слова (англ.) **STEM** = Science, Technology, Engineering, Mathematics – природничі науки, технологія, інжиніринг, математика.

Акроніми доповнень слова STEM:

STEAM = Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics – природничі науки, технологія, інжиніринг, мистецтво, математика;

STREAM = Science, Technology, Reading+WRiting Engineering, Arts, and Mathematics – природничі науки, технологія, читання + письмо, інжиніринг, мистецтво, математика [4].

Основним методом навчання за STEM-підходом є *дослідження*. STEM-підхід дозволяє виховати в здобувачів освіти гнучкість та критичне, практично орієнтоване мислення.

Ядром STEM-освіти має стати осучаснена математична освіта, яка б забезпечила формування в учнів математичної компетентності, опанування ними основ наукової творчості, розвиток математичних здібностей [3].

Ефективне навчання здобувачів середньої освіти за таким підходом можливе завдяки належній сформованості *STEM-компетентності* майбутніх учителів математики.

Тому під час викладання освітніх компонент, що стосуються методик навчання математики, викладачам доцільно розробити і запропонувати доступні освітні рішення, які б допомогли майбутнім молодим педагогам-математикам зацікавити, занурити учнів у світ науки і технологій, дати поштовх до розвитку їхнього власного потенціалу. А також мотивувати і надалі експериментувати з освітніми інструментами, шукаючи цікаві можливості пізнання світу.

Реалізація засад STEM-освіти на уроках математики передбачає інтегровану, дослідницьку, творчу діяльність здобувачів освіти, спрямовану на отримання самостійних результатів під керівництвом учителя. На таких уроках «чисті» математичні знання інтегруються в задачі практичного змісту, що зустрічаються в реальному буденному житті кожної людини. Цим самим відбувається реалізація наскрізних ліній «Громадянська відповідальність», «Екологічна безпека і сталий розвиток», «Підприємливість і фінансова грамотність», «Здоров'я і безпека» [1]. З їх допомогою навчання математики стає більш націлене на практику, що підвищує мотивацію учасників освітнього процесу до вивчення математики.

Шляхи набуття належного рівня сформованості STEM-компетентності майбутніх учителів математики вбачаю у:

- підготовці розширених конспектів уроків математики з впровадженням STEM-технологій;

- членство здобувачів вищої освіти у наукових гуртках і проблемних групах, де б розглядалися питання STEM-освіти. Так, при кафедрі математики діє науковий гурток «Наскрізні лінії на уроках математики», керівником якого є старший викладач кафедри Т.В. Думанська. Учасниками гуртка Д.О. Величком,

В.О. Компаном, О.В. Бернацьким та В.В. Чугою були представлені результати ознайомлювального характеру з наскрізними лініями. У своїх роботах майбутні педагоги-математики також запропонували певні шляхи реалізації згаданих вище чотирьох наскрізних ліній на уроках математики.

- організації STEM-тижнів на фізико-математичному факультеті;
- виконанні STEM-проектів із залученням здобувачів вищої освіти інших спеціальностей;
- залученні здобувачів вищої освіти до організації та виконання учнями STEM-проектів у закладах середньої освіти під час проходження педагогічних практик.

Майбутній учитель математики, який використовуватиме у своїй професійній діяльності технологію STEM, має організувати урок таким чином, щоб учень, використовуючи новітні технології, отримував знання, які б дали йому можливість розробити пристрій, прилад, або ідею, яку можна реалізувати у реальному вимірі.

Для подальшої успішної педагогічної діяльності, формування компетентної особистості учня, сучасний STEM-компетентний педагог повинен володіти певними якостями:

- успішно розв'язувати власні життєві проблеми, виявляючи ініціативу, самостійність і відповідальність;
- усвідомлювати мету та суть компетентнісного навчання;
- планувати урок із використанням усього розмаїття форм і методів освітньої діяльності й насамперед усіх видів самостійної роботи, діалогічних, евристичних і проблемних методів;
- пов'язувати навчальний матеріал із повсякденним життям та інтересами учнів;
- оцінюючи навчальні досягнення здобувачів освіти, брати до уваги не тільки продемонстровані ними знання, а й передусім формувати вміння застосовувати їх у реальних життєвих ситуаціях.

Участь майбутніх педагогів у навчальних STEM/STEAM/STREAM-проектах є однією з передумов активного впровадження STEM-освіти в освітній процес закладів середньої освіти, оскільки саме в такій діяльності відбувається розвиток та формування професійних компетентностей сучасного вчителя.

Список використаних джерел

1. Васильєва Д.В., Василюк Н.І. Збірник задач з математики 5-9 класи : Наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація. Київ : Видавництво дім «Освіта», 2017. 112 с.
2. Концепція розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти). 2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text> (дата звернення: 19.05.2022).
3. Програма курсів підвищення кваліфікації вчителів математики, які працюють / будуть працювати в 5-х класах науково-педагогічного проекту

«Інтелект України». Харків, 2021. URL: <https://drive.google.com/file/d/1brNdVuLYf6ySRc3WRr9yуXI0a8O8TyAF/view> (дата звернення: 18.05.2022).

4. Що таке STEAM-освіта і з чим його «їдять» в Україні? URL: <https://edpro.ua/blog/shcho-take-stem-v-ukraini-i-z-chym-yogo-yidjat> (дата звернення: 19.05.2022).

The article considers the ways of formation of STEM-competence of future teachers of mathematics, in particular the implementation of STEM-projects, the introduction of elements of STEM-technologies in mathematics lessons, conducting STEM-weeks.

Keywords: *STEM-education, mathematics, natural-mathematical education, STEM-competence, applied problem, STEM-project.*

УДК 004.92

Дуцник А.А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: Смалько О.А., кандидат педагогічних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ РЕДАКТОРА ГЕНЕРУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТРИВИМІРНИХ СЦЕН У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК РОБОТИ З ГРАФІЧНИМИ МОДЕЛЯМИ

У статті розповідається про створення та можливості використання розробленого автором редактора генерування інтерактивних тривимірних сцен. Описуються особливості, засоби і методи його розробки. Окреслюються перспективи розвитку його функціоналу. Аналізуються переваги використання створеного застосунку для формування у початківців навичок роботи з тривимірними моделями.

Ключові слова: *3D-модель, 3D-моделювання, комп'ютерна 3D-графіка, тривимірна комп'ютерна графіка, 3D-мистецтво, інтерактивне 3D моделювання, 3D-проектування у реальному часі, візуальний скріптинг.*

3D-моделювання або тривимірна графіка – вельми сучасний напрям у комп'ютерній графіці, який динамічно розвивається, популярний, затребуваний, привабливий і знаходить застосування в багатьох сферах життєдіяльності. Тому важливо навчати працювати з 3D-моделями якомога більше людей, особливо молодь.

Робота з тривимірною графікою – нетривіальна справа, саме тому слід добре продумувати методи та розробляти корисні засоби, за допомогою яких можна буде легше занурювати у віртуальний 3D-світ тих, хто бажає опанувати ази його ефективного використання, а також хоче формувати у себе навички практичної роботи з тривимірними об'єктами.

Метою статті є опис функціональних можливостей створеного автором програмного застосунку, призначеного для генерування інтерактивних тривимірних сцен, а також обґрунтування переваг його використання в навчанні тих, хто опановує основи 3D-моделювання.

Накопичений окремими фахівцями багаторічний досвід роботи у сфері тривимірного моделювання [3]–[6] допомагає сучасним розробникам, що прагнуть створювати цифрові 3D-сцени, вивчати основи їхньої майстерності, пов'язані з методологією розробки форм і геометрії об'єктів, їх подальшого складання, знайомитись з азами текстурування, принципами налаштування оточуючого середовища, з різноманітними нюансами 3D-мистецтва та візуалізації, а потім втілювати їх у своїх розробках. Але для того, щоб початківці не стикалися з великими труднощами, що зазвичай виникають на перших сходинках шляху до професії 3D-дженераліста, корисними для них можуть стати спеціальні програмні середовища, в яких спрощено створюються 3D-сцени з готових моделей та легко налаштовуються параметри їх візуалізації. З таких невідгадливих принципів роботи з тривимірними об'єктами за відповідно спрямованих підходів під час навчання може сформуватися стійка зацікавленість 3D-моделюванням, а згодом і захопленість технікою 3D-візуалізації.

В межах дипломного проєктування автором розроблявся інтерактивний 3D-застосунок з сучасним рендер-рушієм для генерування інтерактивних тривимірних сцен з використанням наборів готових моделей. Розробка здійснювалась на основі попереднього досвіду 3D-моделювання за допомогою програмного пакету Blender (обраного з-поміж багатьох інших [1]), спираючись на вивчення механізму рендерингу в реальному часі Eevee [2] та системи візуальних сценаріїв Unreal Engine Blueprint [7].

З огляду на сучасні тенденції розробки застосунків, було обрано мінімалістичну концепцію побудови дизайну інтерфейсу користувача, щоб він був легкозрозумілим та водночас сучасно виглядав.

Використовуючи в рушії Unreal Engine сучасну мову візуального програмування Blueprint, призначену для побудови інтерфейсів, досить просто формувався програмний код застосунку (рис. 1), налаштовувались елементи робочої сцени (рис. 2). В результаті було розроблено редактор, в якому користувач у режимі реального часу може генерувати інтерактивні сцени з набору пропонуванних 3D-моделей (рис. 3).

Згодом у редакторі з'явиться можливість додавати/імпортувати в нього різні набори моделей, щоб збагачувати тематику генерованих користувачами сцен. Також, за задумом автора, функціонал поступово доповнюватиметься засобами деформування 3D-моделей в сцені, вибору для об'єктів кольорів з попередньо підготовлених палітр, текстур, матеріалів, а в подальшому й інструментів скульптурного моделювання.

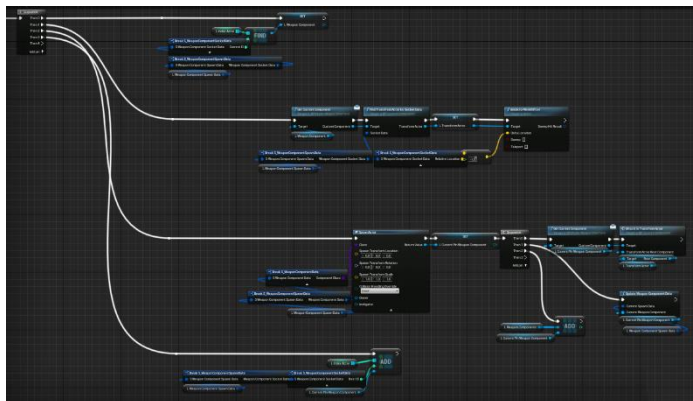


Рис. 3. Фрагмент програмного коду генерування сцени мовою розмітки Blueprint

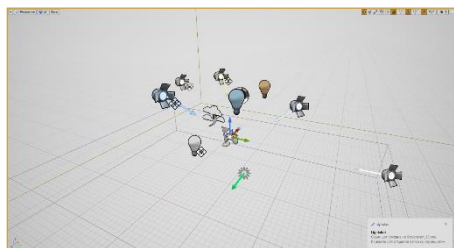


Рис. 3. Компоненти робочої сцени в інтерфейсі редактора Unreal Engine

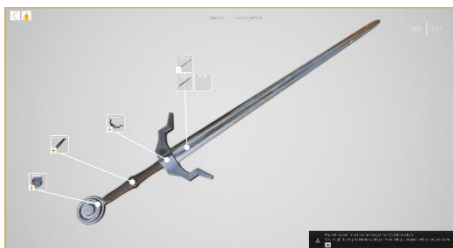


Рис. 3. Приклад згенерованої сцени та елементів інтерфейсу створеного редактора

Розроблений програмний застосунок є дуже корисним для початківців, котрі ще не вміють саморуч створювати різні 3D-форми та не опанували основи геометричного моделювання у віртуальному 3D-світі, проте мають бажання навчитися працювати з тривимірною графікою. Робота з подібними конструкторами сприяє формуванню початкового досвіду 3D-моделювання, базових вмінь конструювання тривимірних об'єктів, розвиває творчі здібності, художні смаки та навички скульптування поверхонь більш складних форм.

Список використаних джерел:

1. Acharya D. P. 15 Best 3D Rendering Software for Professionals. URL: <https://geekflare.com/best-3d-rendering-software> (дата звернення: 10.12.2022).
2. Baechler O., Greer X. Blender 3D. By Example. Second Edition. Birmingham-Mumbai: Packt Publishing, 2020. 644 p.
3. Blain J. M. The Complete Guide to Computer Modeling & Animation. 7th Edition. New York: CRC Press, 2022. 664 p.
4. Chopine A. 3D Art Essentials The Fundamentals of 3D Modeling, Texturing, and Animation. Oxford: Focal Press, 2011. 280 p.

5. Eck D. J. Introduction to Computer Graphics. Version 1.3, 2021 / David J. Eck, Hobart and William Smith Colleges. eBook. URL: <https://open.umn.edu/opentextbooks/textbooks/420> (дата звернення: 10.12.2022).
6. Roberts S. Character Animation in 3D. Use traditional drawing techniques to produce stunning CGI animation. Oxford: Focal Press, 2004. 264 p.
7. Romero M., Sewell B. Blueprints Visual Scripting for Unreal Engine 5. Unleash the true power of Blueprints to create impressive games and applications in UE5, 3rd Edition, Birmingham: Packt Publishing, 2022. 568 p.

The author talks about his own development – an editor for generating interactive three-dimensional scenes and about the possibility of using it. The specifics, features and methods of development of the editor are described in detail. The author outlines the prospects for the development of the functionality of the developed editor. Also analyzes the advantages of using the created application for the formation of skills of working with three-dimensional models in beginners.

Key words: 3D model, 3D modeling, 3D computer graphics, three-dimensional computer graphics, 3D Art, interactive 3D modeling, real-time 3D, visual scripting.

УДК 517.926

Жеребцова І.В., здобувач вищої освіти

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПОНЯТЬ ПЕРШОГО МЕТОДУ ЛЯПУНОВА ДЛЯ РІЗНИЦЕВИХ СИСТЕМ

Розглянуто постановку задачі про стійкість руху для різницевих рівнянь, наводяться необхідні означення та формулюються деякі теореми першого методу Ляпунова про стійкість лінійних систем різницевих рівнянь. Розраховано для студентів педагогічних спеціальностей фізико-математичного напрямку.

Ключові слова: різницева система, стійкість за Ляпуновим, лінійна система різницевих рівнянь, стаціонарна система.

Постановка задачі. Розглянемо систему

$$x(k+1) = F(k, x(k)), \quad (1)$$

у якій $x(k)$ – n -вимірний вектор з компонентами $x_1(k), \dots, x_n(k)$; цілочисловий аргумент k у всіх розглянутих в цьому розділі рівняннях приймає значення $k = 0, 1, \dots$; векторна функція $F(k, z)$ визначена при $k = 0, 1, \dots, z \in G$, де G – деяка область n -вимірного евклідового простору E^n . Будемо вважати, що при будь-якому фіксованому k функція $F(k, z)$ неперервна по z . Система (1) називається різницевою системою.

Функція $x(k)$, задана при $k' \leq k < k''$, де $k' \geq 0$, $k'' \leq \infty$, називається розв'язком системи (1), якщо вона перетворює дану систему в тотожність.

Нехай задано розв'язок $\tilde{x}(k)$ системи (1), визначений при всіх $k \geq 0$. Будемо називати його програмним (незбуреним) рухом. Задача про стійкість розв'язку $\tilde{x}(k)$ формується наступним чином. Розглядаються розв'язки рівнянь (1), які починаються в деякому околі програмного руху. Дані розв'язки називаються збуреними рухами. Потрібно дослідити поведінку відхилень збурених рухів від програмного при зростанні аргументу k .

Означення 1. Розв'язок $\tilde{x}(k)$ стійкий за Ляпуновим, якщо для будь-якого $k_0 \geq 0$ та будь-якого числа $\varepsilon > 0$ можна вказати таке $\delta(k_0, \varepsilon) > 0$, що при виконанні нерівності $\|x_0 - \tilde{x}(k_0)\| < \delta(k_0, \varepsilon)$ розв'язок $x(k, x_0, k_0)$ визначений для всіх $k \geq k_0$ і задовольняє умову $\|x(k, x_0, k_0) - \tilde{x}(k)\| < \varepsilon$.

Під нормою розуміємо евклідову норму векторів, тобто якщо $z - n$ -вимірний вектор з компонентами z_1, \dots, z_n , то $\|z\| = \sqrt{z_1^2 + \dots + z_n^2}$.

Зазвичай задачу про стійкість програмного руху $\tilde{x}(k)$ зводять до аналізу стійкості нульового розв'язку деякої допоміжної системи. Зробимо у рівняннях (1) заміну змінних $y(k) = x(k) - \tilde{x}(k)$. Отримаємо систему

$$y(k+1) = F(k, y(k) + \tilde{x}(k)) - F(k, \tilde{x}(k)), \quad (2)$$

яку називають системою у відхиленнях від програмного руху або просто системою у відхиленнях. При цьому розв'язку $\tilde{x}(k)$ початкових рівнянь відповідає розв'язок $y(k) \equiv 0$ (нульовий розв'язок) системи (2). Очевидно, що програмний рух стійкий за Ляпуновим тоді і лише тоді, коли стійкий нульовий розв'язок системи у відхиленнях.

Будемо вважати, що функція $F(k, z)$ задана на множині $k = 0, 1, \dots$, $\|x_0\| < H$ (H – додатна стала), причому $F(k, 0) = 0$ для всіх $k = 0, 1, \dots$. Отже, система (1) має розв'язок $x(k) \equiv 0$, який будемо розглядати в якості програмного руху. Тоді означення 1 набуває наступний вигляд.

Означення 2. Нульовий розв'язок називається стійким за Ляпуновим, якщо для будь-якого $k_0 \geq 0$ і будь-якого числа $\varepsilon > 0$ можна вказати таке $\delta(k_0, \varepsilon) > 0$, що при виконанні нерівності $\|x_0\| < \delta(k_0, \varepsilon)$ розв'язок $x(k, x_0, k_0)$ визначено для всіх $k \geq k_0$ і задовольняє умову $\|x(k, x_0, k_0)\| < \varepsilon$.

Означення 3. Якщо в означенні 2 число $\delta(k_0, \varepsilon)$ можна вибрати не залежно від k_0 , то кажуть, що нульовий розв'язок рівномірно стійкий відносно $k_0 \geq 0$.

Означення 4. Нульовий розв'язок називається асимптотично стійким за Ляпуновим, якщо він є стійким і для будь-якого $k_0 \geq 0$ існує число $\delta'(k_0) > 0$ таке, що при всіх x_0 , які задовольняють умову $\|x_0\| < \delta'(k_0)$, справедливе граничне співвідношення $\lim_{k \rightarrow \infty} \|x(k, x_0, k_0)\| = 0$.

Означення 5. Нульовий розв'язок називається асимптотично стійким рівномірно по k_0 і x_0 , якщо він рівномірно стійкий за Ляпуновим та існує не залежне від k_0 число $\delta' > 0$ таке, що $\|x(k, x_0, k_0)\| \rightarrow 0$ при $k - k_0 \rightarrow \infty$ рівномірно відносно k_0 і x_0 на множині $k_0 \geq 0$, $\|x_0\| < \delta'$.

Основні теореми. Наведемо деякі результати дослідження стійкості лінійних однорідних систем різницевих рівнянь, що стосуються теорем про стійкість, рівномірну стійкість, асимптотичну стійкість та рівномірно асимптотичну стійкість.

Розглянемо лінійну систему різницевих рівнянь

$$y(k+1) = P(k)y(k) + b(k), \quad (3)$$

у якій $y(k) \in E^n$, $P(k)$ – матриця розмірності $n \times n$, $b(k)$ – n -вимірний вектор.

Якщо $\tilde{y}(k)$ – розв’язок системи (3), визначений при $k \geq 0$, то система у відхиленнях $x(k) = y(k) - \tilde{y}(k)$ має вигляд

$$x(k+1) = P(k)x(k). \quad (4)$$

Система (4) – це лінійна однорідна система різницевих рівнянь. У випадку, коли P – стала матриця, систему (4) будемо називати стаціонарною.

Означення 6. Фундаментальною матрицею системи (4), яка нормована в точці k_0 , називається задана при всіх $k \geq k_0$ матриця $X(k, k_0)$ така, що $X(k_0, k_0) = I$ (I – одинична матриця) та

$$X(k, k_0) = \prod_{j=k_0}^{k-1} P(j)$$

при $k > k_0$.

Зауваження 1. Для стаціонарної системи фундаментальна матриця набуває вигляду $X(k, k_0) = P^{k-k_0}$.

Наслідок. В стаціонарному випадку загальним розв’язком системи (4) є

$$x(k, x_0, k_0) = P^{k-k_0}x_0. \quad (5)$$

Розглянемо питання про стійкість розв’язків системи (3). Оскільки для будь-якого розв’язку $\tilde{y}(k)$ системи (3) система у відхиленнях (4) не залежить від даного розв’язку, то всі розв’язки системи (3) одночасно або стійкі, або асимптотично стійкі, або нестійкі. Таким чином, можна говорити про стійкість (асимптотичну стійкість, нестійкість) системи (3). Крім того, дане питання еквівалентне питанню про стійкість нульового розв’язку системи (4). Тому надалі критерії стійкості формуються для однорідної системи і доводиться стійкість її нульового розв’язку.

Теорема 1 (теорема про стійкість). Для того щоб система (4) була стійка за Ляпуновим, необхідно і достатньо, щоб умова

$$\sup_{k \geq k_0} \|X(k, k_0)\| = M(k_0) < +\infty \quad (6)$$

виконувалась при всіх $k_0 \geq 0$.

Для прикладу наведемо доведення цього твердження.

Достатність. Покажемо, що при виконанні умови (6) система (4) стійка. За заданими числами $k_0 \geq 0$ і $\varepsilon > 0$ в якості $\delta(k_0, \varepsilon)$ обираємо $\delta = \varepsilon/M(k_0)$. Тоді при всіх $k \geq k_0$ та $\|x_0\| < \delta$ мають місце нерівності

$$\|x(k, x_0, k_0)\| \leq \|X(k, k_0)\| \|x_0\| \leq M(k_0) \|x_0\| < \varepsilon.$$

Необхідність. Нехай система (4) стійка. Вибираємо $k_0 \geq 0$ і $\varepsilon = 1$. Відповідно до означення 2 знаходимо $\delta(k_0, 1) > 0$ таке, що при всіх $k \geq k_0$ і $\|x_0\| \leq \delta(k_0, 1)$ справедлива оцінка $\|x(k, x_0, k_0)\| < 1$. Отримаємо

$$\begin{aligned} \sup_{k \geq k_0} \|X(k, k_0)\| &= \sup_{k \geq k_0} \max_{\|x_0\| \neq 0} \frac{\|X(k, k_0)x_0\|}{\|x_0\|} = \\ &= \frac{1}{\delta(k_0, 1)} \sup_{k \geq k_0} \max_{\|x_0\| = \delta(k_0, 1)} \|X(k, k_0)x_0\| < \frac{1}{\delta(k_0, 1)}. \end{aligned}$$

Отже, матриця $X(k, k_0)$ задовольняє умову (6).

Доведення наступних тверджень ми не наводимо і пропонуємо здійснити їх читачеві самостійно.

Теорема 2 (теорема про рівномірну стійкість). Для того щоб система (4) була рівномірно стійка за Ляпуновим, необхідно і достатньо, щоб виконувалась умова

$$\sup_{k_0 \geq 0} \sup_{k \geq k_0} \|X(k, k_0)\| = M_1 < +\infty.$$

Теорема 3 (теорема про асимптотичну стійкість). Для того щоб система (4) була асимптотично стійка, необхідно і достатньо, щоб при будь-якому $k_0 \geq 0$ виконувалась умова

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|X(k, k_0)\| = 0. \quad (7)$$

Теорема 4 (теорема про рівномірну асимптотичну стійкість). Для того щоб система (4) була асимптотично стійка рівномірно по k_0 та x_0 , необхідно і достатньо, щоб рівномірно по $k_0 \geq 0$ виконувалось граничне співвідношення

$$\lim_{k - k_0 \rightarrow \infty} \|X(k, k_0)\| = 0.$$

Означення 7. Система (4) називається експоненціально стійкою, якщо існують числа $L > 0$ та $0 < q < 1$ такі, що для всіх $k_0 \geq 0$, $x_0 \in E^n$ та $k \geq k_0$ виконується нерівність $\|x(k, x_0, k_0)\| \leq L\|x_0\|q^{k-k_0}$.

Легко переконатися, що для експоненціальної стійкості системи (4) достатньо, щоб виконувалась нерівність

$$\|X(k, k_0)\| \leq Lq^{k-k_0}.$$

Очевидно, якщо система (4) експоненціально стійка, то вона і асимптотично стійка. Для стаціонарних систем із вигляду загального розв'язку (5) впливає, що асимптотична стійкість рівносильна експоненціальній. На конкретному прикладі можна переконатися, що асимптотично стійка нестационарна система (4) може не виявитись експоненціально стійкою.

Висновки. Розглянуто постановку задачі про стійкість руху для різницевих рівнянь, наводяться необхідні означення та формулюється логічна послідовність початкових теорем, які становлять аналоги теорем першого методу Ляпунова щодо диференціальних лінійних систем, з якими студенти можуть ознайомитись в [1-5].

Список використаних джерел:

1. Александров А.Ю., Жабко А.П. Устойчивость разностных систем. СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2003. 112 с.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Науча, 1967. 472 с.

3. Зубов В.И. Устойчивость движения. М.: Высш. шк., 1973. 270 с.
4. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. ГИТТЛ, 1950. 471с.
5. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966. 530 с.

The formulation of the problem of stability of motion for differential equations is considered, the necessary definitions are given, and some theorems of Lyapunov's first method on the stability of linear systems of differential equations are formulated. It is intended for students of pedagogical specialties in the physical and mathematical direction.

Keywords: *difference system, Lyapunov stability, linear system of difference equations, stationary system.*

УДК 517.924

Захарчук О.В., здобувач вищої освіти

МЕТОДИКА ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ КОЛИВНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ЯК РЕКУРЕНТНОГО РУХУ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

У сучасній теорії диференціальних рівнянь важливе місце посідають задачі відшукування та дослідження їх коливних розв'язків. У цій статті наведено ланцюжок необхідних для засвоєння студентами означень та тверджень, які забезпечують логіку введення поняття коливного розв'язку як рекурентного руху динамічної системи, визначеної цим рівнянням. Як зазначено в монографії [3], вказане вище означення коливного розв'язку вперше було запропоноване В.В. Немицьким. Для студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічного напрямку.

Ключові слова: *динамічна система, рекурентний (коливний) рух, майже-періодичні та квазіперіодичні рухи.*

Постановка задачі. Відобразити взаємозв'язки між поняттями коливних, рекурентних, майже-періодичних та квазіперіодичних рухів динамічних систем та навести умови їх існування.

Основна частина. Нехай задано метричний простір R і сім'ю його відображень в себе, тобто функцію $f(p, t)$, яка будь якій точці $p \in R$ та будь якому дійсному числу $t (-\infty < t < +\infty)$ ставить у відповідність деяку визначену точку $f(p, t) \in R$.

На функцію $f(p, t)$ накладають наступні умови.

1. Початкова умова: $f(p, 0) = p$.

2. Умова неперервності за сукупністю змінних p і t : із збіжності послідовності чисел $\{t_n\}$ до t_0 і збіжності послідовності точок $\{p_n\}$ до p_0 випливає, що $\lim_{n \rightarrow \infty} f(p_n, t_n) = f(p_0, t_0)$.
3. Умова групи: для будь-якого $p \in R$ і для будь-яких дійсних t_1 і t_2 $f(f(p, t_1), t_2) = f(p, t_1 + t_2)$.

Означення 1. Групу $f(p, t)$ перетворень простору R на себе, що володіє вищенаведеними властивостями, називають динамічною системою, а параметр t часом.

Означення 2. Функцію $f(p, t)$ при фіксованому p ми будемо називати рухом; при фіксованому p множину точок

$$\{f(p, t); -\infty < t < +\infty\}$$

будемо називати траєкторією цього руху і позначати символом $f(p; -\infty, +\infty)$ або коротко $f(p; I)$.

Означення 3. Рух $f(p; t)$ називається рекурентним (коливним), якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться $T(\varepsilon) > 0$ таке, що будь-яка дуга траєкторії цього руху часової довжини T апроксимує всю траєкторію з точністю до ε .

Це можна записати так: для будь-якого заданого $\varepsilon > 0$ існує $T(\varepsilon)$ таке що, при будь-якому t_0 , маємо:

$$f(p; I) \subset S(f(p; t_0, t_0 + T), \varepsilon),$$

або які б не були числа u та v , знайдеться число w таке, що

$$v < w < v + T \text{ і } \rho(f(p, u), f(p, w)) < \varepsilon.$$

Означення 4. Множина чисел називається відносно щільною, якщо існує таке $L > 0$, що будь-який інтервал $(\alpha, \alpha + L)$ довжини L включає хоча б один елемент цієї множини.

Означення 5. Рух $f(p, t)$ називається майже періодичним, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ існує число $L(\varepsilon)$, що визначає відносно щільну множину чисел $\{\tau_n\}$ (змішень) які мають наступну властивість:

$$\rho(f(p, t), f(p, t + \tau_n)) < \varepsilon \text{ для } -\infty < t < +\infty.$$

Очевидно, що періодичні рухи є частковим випадком майже періодичних. Дійсно, якщо рух допускає період τ , то його кратні $n\tau$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) утворюють відносно щільну множину, причому $\rho[f(p, t), f(p, t + \tau_n)] = 0$.

Означення 6. Нехай векторна функція $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ залежить від змінної $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m)$, 2π – періодична відносно кожної координати φ_1 , а $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ – вектор частот, тобто сукупність m додатних чисел, які задовольняють умову лінійної незалежності на множині Z^m , де Z – множина цілих чисел, тобто

$$(k, \lambda) = \sum_{i=1}^m k_i \lambda_i \neq 0,$$

якщо хоч одне з цілих чисел k_i відмінне від нуля. Функцію $F(t) = f(\lambda t)$, $t \in R$, називають квазіперіодичною функцією, λ – її частотним базисом, m – розміром частотного базису.

Часто векторну функцію називають квазіперіодичною, якщо такою є кожна її координата f_i . Зауважимо, що квазіперіодична функція є одночасно майже-періодичною, але не навпаки. Такі функції добре вивчені, наприклад в [1, 3, 4]. Далі зупинимось на питаннях існування рекурентних і, зокрема, майже-періодичних рухів динамічних систем [5]. Сформулюємо без доведення два наступних важливих твердження.

Теорема 1 (Біркгоф). Будь-яка траєкторія мінімальної компактноі множини рекурентна.

Теорема 2. Будь-який майже періодичний рух рекурентний.

Наведемо приклад існування рекурентного руху, який не є майже-періодичним. Простір рухів є поверхнею тора $f(\vartheta, \theta)$ з координатами (φ, ϑ) , взятих по модулю 1. Нехай в околі $\varphi = 0$ з кутовою координатою $\vartheta_n (0 \leq \vartheta_0 < 1)$ задано досконалу, ніде не щільну множину F , і нехай $\{(\alpha_n, \beta_n)\} (n = 1, 2, \dots)$ – система його суміжних інтервалів. Далі задається ірраціональне число γ . На допоміжному околі Γ довжини 1 розглянемо множину точок $\phi = k\gamma (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$, де циклічна координата $\phi (-\infty < \phi < +\infty; \phi + k = \phi, \text{ при } k \text{ цілому})$ є довжина дуги від деякої точки відліку O у встановленому додатному напрямку. В силу того, що γ ірраціональне, ця множина скрізь щільна на Γ . Встановимо взаємно однозначну відповідність, зі збереженням циклічного порядку, між множинами інтервалів $\{(\alpha_n, \beta_n)\}$ на колу $\varphi = 0$ і множиною точок $\{k\gamma\}$ на Γ . Впорядковуємо точки $\{k\gamma\}$ так:

$$0, \gamma, -\gamma, 2\gamma, -2\gamma, \dots, k\gamma, -k\gamma, (k + 1)\gamma, \dots \quad (1)$$

Точці O на Γ ставимо у відповідність $(\alpha_1, \beta_1) \equiv (\alpha^{(0)}, \beta^{(0)})$; точці γ – інтервал $(\alpha_2, \beta_2) \equiv (\alpha^{(1)}, \beta^{(1)})$; точці $-\gamma$ поставимо у відповідність $(\alpha^{(-1)}, \beta^{(-1)})$ – інтервал (α_n, β_n) з найменшим номером n що лежить на тій з двох дуг між взятими інтервалами, щоб $(\alpha^{(0)}, \beta^{(0)}), (\alpha^{(1)}, \beta^{(1)}), (\alpha^{(-1)}, \beta^{(-1)})$ мали той же циклічний порядок на колі $\varphi = 0$ як і точки $0, \gamma, -\gamma$ на колі Γ .

Нехай N першим точкам послідовності (1) вже поставлені у відповідність інтервали з множини $\{(\alpha_n, \beta_n)\}$, тоді $(N+1)$ -ша точка цієї послідовності в циклічному порядку на Γ займе місце між двома вже взятими точками $k\gamma$ і $k'/\gamma (k, k' - \text{цілі})$; поставимо їй у відповідність ще не використаний інтервал (α_n, β_n) з найменшим індексом i що лежить в циклічному порядку на $\varphi = 0$ між $(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)})$ і $(\alpha^{(k')}, \beta^{(k')})$. Продовжуючи цей процес нескінченно, отримаємо потрібну відповідність.

Визначимо тепер відображення $\Phi(\vartheta_0) = \phi$ усієї області $\varphi = 0$ на область Γ наступним чином: всьому замненому інтервалу $[\alpha^{(k)}, \beta^{(k)}]$ відповідає одна точка $k\gamma \in \Gamma$. Якщо ϑ_0 точка 2-го роду множини $F, 0 \leq \vartheta_0 \leq 1$ то вона на області $\varphi = 0$, з якої викинуто $(\alpha_1, \beta_1) = (\alpha^{(0)}, \beta^{(0)})$ утворює перетин на множині інтервалів $\{(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)})\}, k \neq 0$. Цьому перетину відповідає, в силу співпадіння циклічного порядку, перетин множини точок $\{k\gamma\}, k \neq 0$, що визначає деяку точку $\phi_0 \in \Gamma$.

Тоді $\Phi(\vartheta_0) = \varphi_0$ причому для точки 2-го роду перетворення Φ взаємно однозначне: $\vartheta_0 = \Phi^{-1}(\varphi_0)$.

Нехай коло Γ повернене на кут, що відповідає дузі γ ; тоді точка $\varphi \in \Gamma$ перейде в точку $\varphi + \gamma$. При цьому відображенні $T_1(\Gamma)$ кола Γ в себе ми будемо мати $T_1(k\gamma) = (k + 1)\gamma$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). На колі $\varphi = 0$ суміжні інтервали множини F зазнають при цьому перетворення T_1 причому $T_1(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)}) = (\alpha^{(k+1)}, \beta^{(k+1)})$. Оскільки при перетворенні T_1 циклічний порядок інтервалів зберігається, то його можна поширити на точки $\vartheta_0 \in F$ другого роду, і ми будемо мати: якщо $\vartheta_0 = \Phi^{-1}(\varphi_0)$ то $T_1(\vartheta_0) = \Phi^{-1}(\varphi_0 + \gamma)$.

Поширимо відображення $T_1(\vartheta_0)$ на точки, що належать замкнутим суміжним інтервалам: якщо $\vartheta_0 \in (\alpha^{(n)}, \beta^{(n)})$, нехай $\vartheta_0 = \alpha^{(n)} + \lambda(\beta^{(n)} - \alpha^{(n)})$, $0 \leq \lambda \leq 1$ тоді покладемо $T_1(\vartheta_0) = \alpha^{(n+1)} + \lambda(\beta^{(n+1)} - \alpha^{(n+1)})$. Ця відповідність взаємно однозначна і неперервна всередині кожного $(\alpha^{(n)}, \beta^{(n)})$. Далі, очевидно, $T_1(\vartheta_0)$ взаємно однозначне для всіх точок кола $\varphi = 0$ і зберігає циклічний порядок на ньому. Неважко показати, що воно неперервне, звідси слідує, що воно взаємно неперервне на колі $\varphi = 0$.

Перейдемо тепер до побудови динамічної системи $f(p, t)$ на торі $\mathfrak{T}(\varphi, \vartheta)$.

Спочатку визначимо рухи, що виходять з точки $\varphi = 0$ $\vartheta = \vartheta_0$, при $0 \leq t \leq 1$. Для точки $(0, 0) \in \mathfrak{T}$ визначимо $f(p, t)$ так: $\varphi = t, \vartheta = tT_1(0)$, де значення координати $T_1(0)$ оберемо так: $0 \leq T_1(0) \leq 1$. Далі для будь якої точки $(0, \vartheta_0)$ ($0 \leq \vartheta_0 \leq 1$) покладемо, $\varphi = t, \vartheta(t, \vartheta_0) = t[T_1(\vartheta_0) - \vartheta_0] + \vartheta_0$ де значення $T_1(\vartheta_0)$ вибрано так: $T_1(0) < T_1(\vartheta_0) < T_1(0) + 1 = T_1(1)$. В силу такого вибору траєкторії між собою не перетинаються і заповняють весь тор \mathfrak{T} , оскільки якщо, наприклад, $0 \leq \vartheta_0' < \vartheta_0'' < 1$, то $T_1(0) \leq T_1(\vartheta_0') < T_1(\vartheta_0'') < T_1(0) + 1$ і ті ж нерівності мають місце для всіх значень ϑ при $0 \leq t \leq 1$. Далі визначимо $f(p, t)$ для $p \in \{\varphi = 0\}$ і будь якого t , якщо $t = n + \tau$, n – ціле; $0 \leq \tau < 1$, тоді:

$$\varphi(t) = t \equiv \tau \pmod{1}, \quad \vartheta(t) = T_1^n(\vartheta_0) + \vartheta(\tau; T_1^n(\vartheta_0)).$$

Нарешті, для будь-якої початкової точки (φ_0, ϑ_0) припускаємо:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + t, \quad \vartheta(t) = \vartheta(t + \varphi_0, \vartheta_0'),$$

де ϑ_0' є координата на $\varphi = 0$ точки перетину траєкторії, що проходить при $t = \varphi_0$ через (φ_0, ϑ_0) . Динамічна система побудована.

Простір рухів \mathfrak{T} є компактною множиною. Множина P точок, що лежать на траєкторіях, що виходять з F , є замкненою інваріантною множиною, оскільки множина кінців суміжних інтервалів і точок 2-го роду множини F при перетворенні T_1 переходить в себе. Далі, для будь якої точки $\varphi \in F$ множина $\{T_1^k \varphi\}$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) скрізь щільна в F ; для кінців суміжних інтервалів це слідує з побудови, а для точок 2-го роду з того факту, що на колі Γ всюди щільна множина точок $\gamma_0 + k\gamma$, де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ і γ_0 не кратне γ . Звідси випливає, що для будь якого руху $f(p, t)$, де $p \in P$, ми маємо: $\bar{f}(p; \bar{I}) = P$, тобто P є мінімальною множиною. Нарешті P локально незв'язна, оскільки, наприклад,

будь який відносно P окіл точки $p \in F$ має нескінченну кількість компонентів – дуг траєкторій, що виходять з сусідніх із p точок F .

Висновки. Розглянуто постановку задачі про виявлення рекурентних рухів абстрактних динамічних систем у метричних просторах, наведено класифікацію цих рухів, наведено необхідні означення та теореми, які становлять основу для подальшого їх вивчення, зокрема для побудови квазіперіодичних та майже-періодичних рухів як траєкторій на інваріантних торах диференціальних систем відповідно скінченної та нескінченної розмірностей [2, 4].

Список використаних джерел:

1. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
2. A. Samoilenko M., Teplinsky Yu.V. Elements of Mathematical Theory of Evolutionary Equations in Banach Spaces. Singapore : World Scientific. Series A, Volume 86. 2013. 400 p.
3. Самойленко А.М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы. М : Наука, 1987. 302 с.
4. Samoilenko A.M. and Teplinskii Yu.V. Countable Systems of Differential Equations. VSP, Utrecht-Boston, 2003. 287 p.
4. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Гостехиздат, 1947. 448 с.

In the modern theory of differential equations, the tasks of finding and studying their fluctuating solutions occupy an important place. This article provides a chain of definitions and statements necessary for students to learn, which provide the logic of introducing the concept of oscillatory solution as a recurrent movement of the dynamic system defined by this equation. As stated in the monograph [3], the above definition of oscillatory solution was first proposed by V.V. Nemytskyi. For students of physical and mathematical specialties of pedagogical direction.

Key words: dynamic system, recurrent (oscillating) motion, quasi-periodic and quasi-periodic motions.

УДК 373.5.016:512

Здорик О.А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Сморжевський Ю.Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ПРО МЕТОДИКУ ВИВЧЕННЯ КВАДРАТИЧНОЇ ФУНКЦІЇ В КУРСІ АЛГЕБРИ 9 КЛАСУ

Стаття присвячена питанню методики вивчення квадратичної функції в курсі алгебри 9 класу, яка допоможе вчителям успішно здійснювати пояснення

матеріалу, закріплення знань, формування вмінь і навичок, контроль за засвоєнням навчального матеріалу.

Ключові слова: *навчання математики, квадратична функція, підручники з алгебри.*

Навчання математики є особливим видом пізнавальної діяльності, в процесі якої засвоюються система математичних знань, умінь і навичок, яка складає основу для математичного розвитку учнів, підготовки їх до трудової діяльності [1].

Актуальність теми полягає в тому, що в шкільному курсі математики функції є однією з головних змістовних ліній, без детального осмислення і засвоєння якої, неможливе подальше вивчення математики, особливо основ математичного аналізу та широкого їх використання. Тема «Функції, їх властивості та графіки» є однією з основних в шкільній програмі з математики в школі. Функціональна лінія акумулює всі знання і прийоми діяльності з інших змістових ліній, має величезне значення для забезпечення математичної компетентності – здатності розв'язувати прикладні задачі, задачі з «життя», адже функції слугують математичними моделями різноманітних закономірностей і явищ природи.

Тема «Квадратична функція» також відіграє важливу роль в курсі алгебри 9 класу. За допомогою квадратних рівнянь ми маємо змогу розв'язувати як прикладні задачі, так і задачі з життя.

У процесі вивчення теми «Квадратична функція» учні знайомляться з новим матеріалом, систематизують і узагальнюють знання про квадратичну функцію, про графіки квадратичних функцій, про властивості функцій, про перетворення графіків, про нерівності другого степеня з однією змінною, про розв'язування нерівностей методом інтервалів та ін.

Дослідженнями теми займалися такі методисти, як: О.С. Дубинчук, Ю.І. Мальований, Н.П. Дичек, Г.П. Бевз, А.К. Окунев, та ін.

У новій програмі з математики зроблено суттєвий крок на шляху до посилення функціональної змістової лінії: на вивчення теми «Квадратична функція» за новою програмою виділяється 22 години; навчання в 9 класах здійснюється за новими підручниками [2], [3].

У зв'язку з переходом шкіл на нові підручники традиційна методика застаріла, тому виникає необхідність у розробці нової методики, яка б відповідала діючим підручникам.

Все це зумовило вибір теми нашого дослідження.

Для досягнення мети розв'язано такі завдання: розкрито дидактичну суть процесу навчання; з'ясовано, в якій мірі методична література, посібники,

дидактичні матеріали з математики задовольняють умови рівневого навчання; розроблено методику використання різних методів при вивченні функцій, їх властивостей та графіків; експериментально перевірено ефективність розробленої методики.

Проведена експериментальна перевірка методики свідчить про існування тісного зв'язку між застосованою методикою та досягненням учнями відповідних рівнів знань. Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методичної системи в навчальний процес. Її використання в шкільній практиці забезпечує засвоєння учнями навчального матеріалу, сприяє розвитку в учнів стійкого інтересу до поглибленого вивчення математики, веде до формування даних рівнів знань, їх об'єктивної перевірки.

Виходячи з даного дослідження, рекомендуємо вчителям математики використовувати дану методику, оскільки:

- ✓ як свідчать результати дослідження, розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Квадратичних функцій» в підборі та складанні відповідних завдань до кожного уроку з даних тем, підвищить ефективність навчання;

- ✓ розроблені завдання тематичних перевірочних робіт відповідають вимогам чотирьохрівневого навчання;

- ✓ дана методична система дає можливість вчителю об'єктивно оцінити досягнення учнів, розвинути в учнів самооцінку.

Практичне значення дослідження полягає в тому, що розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Квадратична функція» в підборі та складанні відповідних завдань до кожного уроку з даних тем, підвищить ефективність навчання.

Список використаних джерел:

1. Федорчук Е.І., Вонсович В.П., Конькова Т.І., Трішневська Г.Б., Федорчук В.В. Загальна педагогіка: модульне навчання : посібник для студентів вищих навчальних закладів. За заг. ред. Е.І. Федорчук. Кам'янець-Подільський : Абетка, 2003. 328 с.

2. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2017. 264 с.

3. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. 272 с.

The article is sanctified to the question of methodology of study of quadratic function in a course algebra of a 9 class, that will help teachers to carry out

explanation of material, fixing of knowledge, forming of abilities and skills, control after mastering of educational material successfully.

Keywords: *teaching mathematics, quadratic function, textbooks are from algebra.*

УДК 621.326

Іванович П.К., здобувач вищої освіти

Поведа Т.П., кандидат педагогічних наук, доцент

НИКОЛА ТЕСЛА – ГЕНІАЛЬНИЙ ВЧЕНИЙ ПОЗА ЧАСОМ

Особистість Ніколи Тесли понад століття притягує до себе увагу дослідників і звичайних людей. Його винаходи кардинально змінили світ. У статті коротко описана біографія вченого, найбільші досягнення та відкриття, які він зробив. Життєвий шлях Ніколи Тесли може надихнути школярів до пізнання навколишнього світу, а також спонукатиме до більш активного вивчення точних наук, і фізики зокрема.

Ключові слова: *наука, винахід, відкриття, винахідник, геній, Нікола Тесла.*

Люди в усі часи свого існування з повагою ставились до представників науки, оскільки їх винаходи полегшували їм життя. Проте, серед великих винахідників інколи зустрічаються ті, хто змінили світ. Таким був Нікола Тесла. Він зумів зазирнути у майбутнє і говорив про майбутнє так, ніби жив у ньому сам. Святкуючи Дні науки в Україні, доцільно згадати великого Теслу, чий винаходи змінили світ. Якщо говорити про школярів-дослідників, то аналіз життя і діяльності Ніколи Тесли неодмінно зможе породити у них спрагу пізнання і викликати бажання відкривати дивовижний світ науки.

Нікола Тесла – одна з найбільш загадкових постатей 20-го століття. Грандіозність його ідей вражала уяву сучасників. Досліди, які він демонстрував на своїх лекціях і на різних технічних виставках, приголомшували глядачів настільки, що вони відмовлялися вірити своїм очам. Тесла є автором більш ніж 800 винаходів в сфері електро- та радіотехніки та близько 300 патентів на своє ім'я.

На відміну від Едісона, Тесла не працював на репутацію і не побудував комерційної імперії. Загалом, його роботи виходили за межі розуміння багатьох його сучасників. Як будь-який винахідник, який змінює світ, Тесла був далекоглядною людиною.

Досі дослідникам феномену Тесли важко сказати, що допомогло вченому зробити найбільші відкриття: містика, логіка, обдарованість чи неординарний розум. Не тільки винаходи та наукові відкриття, а й уся біографія ексцентричного вченого овіяні легендами. Дещо цьому сприяв і сам

«божевільний геній», який заради розваги оповідав про свій зв'язок зі світовим розумом, який сприяє його відкриттям...

Нікола Тесла був сербським та американським винахідником, інженером, електриком, фізиком і футуристом. Він народився у сім'ї сербського священника. Навчався у гімназії міста Госпич. Батько хотів, щоб він став священником. У 1873 році, закінчивши училище, повернувся додому, де захворів на холеру, а потім переніс ще кілька інших серйозних хвороб. При смерті він попросив батька, щоб той дозволив йому, якщо він одужає, вивчати інженерну справу. Батько пообіцяв зробити все можливе, щоб Нікола одужав і вступив опанувати бажану професію. 1875 року вступив до вищого технічного училища в Граці вивчати електротехніку. Саме там, на лекціях з електротехніки, спостерігаючи за роботою машини Грама, Тесла прийшов до висновку, про недосконалість машин постійного струму (професор Яків Пешль різко розкритикував його ідеї) [1].

У 1882 році Тесла придумав ідею використання в електродвигуні *явище, яке пізніше отримало назву обертального магнітного поля*. Саме цей двигун став його першим кроком до опанування змінного струму. У 1882 році Тесла відправився працювати в Париж в компанію Continental Edison Company, і, перебуваючи в Страсбурзі в 1883 році на спорудженні електростанції для залізничного вокзалу, *сконструював свій перший асинхронний двигун*. До весни 1884 року роботи там було закінчено, і Тесла повернувся до Парижа для отримання обіцяної грошової премії. Але, оскільки, виплачувати її йому ніхто не хотів, ображений звільнився.

У 1884 році Тесла прибув в Нью-Йорк не маючи суттєвих статків. Там влаштувався працювати в компанію Томаса Едісона Edison Machine Works інженером з ремонту електродвигунів і генераторів постійного струму [3]. Тут почали виникати суперечки стосовно новаторських ідей Тесли. Едісон не схвалював його досліджень. До того ж, Томас Едісон запропонував Ніколі Теслі велику суму грошей, якщо він зможе покращити електричні машини постійної напруги, придумані Едісоном. Коли ж Нікола представив 24 різновиди електричних пристроїв, за які повинен був отримати платню, не отримав винагороду. Тесла відразу звільнився.

З Едісоном вони стали запеклими ворогами через власні погляди (Томас Едісон відстоював використання постійного струму, Нікола Тесла – змінного), невдовзі їх боротьбу назвали “Війна струмів”. Декілька місяців, починаючи з осені 1886 року, йому довелося бути чорноробом і копати траншеї. Можна вважати, що “війна струмів” закінчилась лише в 2007 році, коли останній споживач постійного струму в США перейшов на змінний струм. Саме Нікола Тесла одержав перемогу в цій суперечці.

Тесла *розробив принцип трансформатора високої напруги і створив потужний генератор змінного струму*. У 1888 року, після демонстрації

можливостей генератора, Джордж Вестінгауз, керівник Westinghouse Electric Company, викупив патентні права на понад 40 патентів Ніколи Тесли. Він також запросив винахідника на посаду консультанта на заводах у штаті Пенсильванія, де розроблялися промислові зразки машин змінного струму [6]. Але така робота заважала появі нових ідей, тож Тесла невдовзі повернувся до роботи над своїми розробками у створеній ним лабораторії.

Вчений розробив флуоресцентну і вугільно-електродну лампи, хвильовий радіопередавач, електромагнітний годинник, трансформатор та осцилятор, продемонстрував моделі судна з дистанційним керуванням, почав досліджувати те, що пізніше отримає назву рентгенівські промені [1].

13 березня 1895 року в його лабораторії сталася пожежа, які знищила велику кількість його робіт. У 1895 році Westinghouse Electric запустила в дію найбільшу у світі Ніагарську ГЕС, до побудови якої долучився і Тесла [2]. Принцип отримання струму і розробки вченого й сьогодні застосовуються в роботі усіх електростанцій.

У містечку Колорадо-Спрінгз (Америка, штат Колорадо) вчений створив невелику лабораторію, де працював над своїм найважливішим, на його думку, відкриттям – дослідженням зміни потенціалу Землі і ефекту стоячих електромагнітних хвиль. Ці дослідження підштовхнули вченого до ідеї про можливість бездротового передавання електроенергії на значні відстані. Він вважав, що саму Землю можна використовувати як провідник. Тесла спроектував підсилюючий передавач. Цей пристрій міг генерувати майже 40-метрові блискавки. Також він зміг засвітити 200 ламп без жодного проводу на відстані 40 км. Результати своїх спостережень дослідів у лабораторії Нікола Тесла заносив у щоденник, який пізніше був опублікований під назвою «Colorado Springs Notes, 1899 – 1900» [6].

За своє життя вчений отримав безліч різних патентів на винаходи у галузях техніки (електричний лічильник, частотомір, ряд удосконалень в радіоапаратурі, парових турбінах та інші). А в 1917 році він запропонував принцип дії пристрою для радіовиявлення підводних човнів.

Страждав від безсоння і, взагалі, відпочивав лише 4 години на добу, лише 2 з яких відводив під сон. Тесла ніколи не мав власного житла, весь час мешкав у готелях і завжди обирав номери кратні трьом. Останні роки життя жив у бідності й самотності. Помер вчений 7 січня 1943 він помер у віці 86 років у результаті тривалої хвороби, що була спричинена ударом таксі [1].

Багато винаходів Ніколи Тесла ще й до тепер здаються фантастичними. Він побачив можливість передачі світлової енергії і разом з нею інформації. Це можна сприймати як перші проблиски глобальної системи бездротового зв'язку. Вчений у свій час казав: «Коли бездротову мережу повністю розгорнути на Землі, це перетвориться на величезний мозок і можливість отримати відповідь

від кожної його частини». Це висловлювання геніального вченого великою мірою нагадує поточний опис мережі Інтернет [5].

Хоча вклад Тесли у науку є колосальним, він так ніколи і не отримав Нобелівську премію.

Його пам'ять сьогодні вшановують по всьому світі: на честь винахідника названа одиниця вимірювання магнітної індукції – Тесла (Тл); лінія продуктів Nvidia, націлена на графічні процесори багатопотокового оброблення даних або загального призначення – Nvidia Tesla; американська автомобільна компанія з Кремнієвої долини, що виробляє електромобілі – Tesla Inc; його пам'ятники встановлені у багатьох містах світу; його зображення є на банкноті вартістю 100 сербських динарів; у місті Белград є музей Ніколи Тесли, в якому зберігаються його оригінальні документи та особисті речі [4].

Геній Ніколи Тесли – явище у світі науки та відкриттів. Тесла – гордість усього людства. Його винаходи випереджали час, а особистість, подекуди і сьогодні, залишається загадковою та викликає непідробний інтерес у нових поколінь. Беззаперечним є факт, що наукові ідеї Ніколи Тесла докорінно змінили світ.

Список використаних джерел:

1. Нікола Тесла. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D1%96%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0_%D0%A2%D0%B5%D1%81%D0%BB%D0%B0
2. Нікола Тесла: людина, яка змінила світ. URL: <https://uain.press/blogs/nikola-tesla-lyudyna-yaka-zmynyla-svit-222232>
3. Переїзд Нікола Тесла до США. URL: <https://www.jnsm.com.ua/h/0706T/>
4. Тесла Нікола. Фізик із майбутнього. URL: <https://msmb.org.ua/biblioressursi/bibliografiya/osobistosti/tesla-nikola-fizik-iz-maybutnyogo/>
5. Никола Тесла – непонятный гений. URL: <https://www.elettroamici.org/ru/nikola-tesla-genio-incompreso/>
6. Nikola Tesla. Serbian-American inventor. URL: <https://www.britannica.com/biography/Nikola-Tesla>

Nikola Tesla's personality has been attracting the attention of researchers and ordinary people for centuries. His inventions have radically changed our world. The article presents the biography of the scientist, the greatest achievements and discoveries he made. Nikola Tesla's life path can inspire students to learn about the world around them. Also it contributes to a more active study of the exact sciences, and physics in particular.

Keywords: science, invention, discovery, inventor, genius, Nikola Tesla.

УДК 517.5

Каліга Н.А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Гудима У.В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

УМОВИ ІСНУВАННЯ ДОПУСТИМИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ МІНІМІЗАЦІЇ ОПУКЛОЇ КУСКОВО-АФІННОЇ ФУНКЦІЇ

У статті розглядаються деякі умови існування допустимих розв'язків для задачі мінімізації опуклої кусково-афінної функції в просторі, спряженому до лінійного нормованого простору, з обмеженнями типу лінійних рівнянь та нерівностей і додатковим обмеженням на норми її допустимих розв'язків.

Ключові слова: опукла функція, кусково-афінна функція, додаткові обмеження, допустимий розв'язок, умови існування допустимого розв'язку.

Оптимізаційні задачі, моделі побудовані на їх основі та методи їх розв'язання знайшли широке застосування в процесі вирішення різноманітних практичних задач, що сприяє їх детальному вивченню. При дослідженні задач оптимізації важливу роль відіграють питання існування допустимого розв'язку задачі, критерії оптимальності допустимого розв'язку та чисельні методи її розв'язання. У статті досліджуються умови існування допустимого розв'язку для задачі мінімізації опуклої кусково-афінної функції в просторі, спряженому до лінійного нормованого простору, з обмеженнями типу лінійних рівнянь та нерівностей і додатковим обмеженням на норми її допустимих розв'язків.

Постановка задачі. Нехай X – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, X^* – простір, спряжений з X ; $d_l, l = \overline{1, p}$; $v_j, j = \overline{1, m}$, $u_i, i = \overline{1, n}$, – фіксовані елементи простору X , $\alpha_l \in R, l = \overline{1, p}$; $a_i \in R, i = \overline{1, n}$; $b_j \in R, j = \overline{1, m}$; θ – фіксоване додатне число, $f \in X^*$.

Поставимо задачу відшукування величини

$$\inf_{f \in X^*} \max_{1 \leq l \leq p} (f(d_l) + \alpha_l) \quad (1)$$

при обмеженнях:

$$f(u_i) = a_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$f(v_j) \geq b_j, \quad j = \overline{1, m}; \quad (3)$$

$$\|f\| \leq \theta. \quad (4)$$

Задачу (1)-(4) будемо називати задачею мінімізації кусково-афінної функції в просторі X^* , з обмеженнями типу лінійних рівнянь та нерівностей і додатковим обмеженням на норму її допустимих розв'язків.

Розглянемо множину

$$D = \left\{ f \in X^* : f(u_i) = a_i, i = \overline{1, n}; f(v_j) \geq b_j, j = \overline{1, m}; \|f\| \leq \theta \right\}.$$

Множина D є множиною допустимих розв'язків для задачі (1)-(4).

Твердження 1. Множина D допустимих розв'язків для задачі (1)-(4) є опуклою множиною простору X^* .

Твердження 2. Функція $\varphi(f) = \max_{1 \leq l \leq p} (f(d_l) + \alpha_l)$, $f \in X^*$, є неперервною на X^* відносно слабкої* топології простору X^* .

Отже, з урахуванням тверджень (1), (2), у випадку, коли $D \neq \emptyset$, то задача (1)-(4) має оптимальний розв'язок, згідно з узагальненою теоремою Вейерштрасса. Тоді задачу (1)-(4) можна переписати у такому вигляді:

$$\min_{f \in X^*} \max_{1 \leq l \leq p} (f(d_l) + \alpha_l) \quad (5)$$

при обмеженнях

$$f(u_i) = a_i, i = \overline{1, n}; \quad (6)$$

$$f(v_j) \geq b_j, j = \overline{1, m}; \quad (7)$$

$$\|f\| \leq \theta. \quad (8)$$

Елемент $f^* \in D$, на якому досягається мінімум в (5) будемо називати оптимальним розв'язком задачі (5)-(8), або її екстремальним елементом.

Умови існування допустимого розв'язку для задачі (5)-(6)

Теорема 1. Для того, щоб $D \neq \emptyset$, необхідно і достатньо, щоб для будь-яких чисел $\gamma_i \in R, i = \overline{1, n}, \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}$, виконувалась нерівність:

$$\theta \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\| \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j. \quad (9)$$

Доведення. Необхідність. Припустимо, що $D \neq \emptyset$, тоді існує $f \in X^*$ такий, що

$$f(u_i) = a_i, i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

$$f(v_j) \geq b_j, j = \overline{1, m}, \quad (11)$$

$$\|f\| \leq \theta. \quad (12)$$

З (10)-(11) маємо, що $\gamma_i f(u_i) = \gamma_i a_i, i = \overline{1, n}, \beta_j f(v_j) \geq \beta_j b_j, j = \overline{1, m}$.

Звідси одержимо

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i f(u_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j f(v_j) \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j,$$

$$f\left(\sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j\right) \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j,$$

$$\|f\| \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\| \geq f\left(\sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j\right) \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j. \quad (13)$$

З (12) маємо, що $\|f\| \leq \theta$, то

$$\|f\| \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\| \leq \theta \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\|. \quad (14)$$

З (13)-(14) випливає, що $\theta \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\| \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j$.

Отже, у випадку коли $D \neq \emptyset$ нерівність (9) виконується.

Достатність. Припустимо, що для довільних $\gamma_i \in R, i = \overline{1, n}, \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}$, виконується нерівність (9). Як відомо (див., наприклад, 1, с.138)

$$\|x\| = \max_{\|f\| \leq 1} f(x) \quad (15)$$

З урахуванням рівності (15) одержимо

$$\theta \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\| = \theta \max_{\|f\| \leq 1} f\left(\sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j\right) \quad (16)$$

Зі співвідношення (16) та нерівності (9) одержимо

$$\begin{aligned} \theta \max_{\|f\| \leq 1} f\left(\sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j\right) &\geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j; \\ \max_{\|f\| \leq 1} (\theta f)\left(\sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j\right) &\geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j; \\ \max_{\|f\| \leq 1} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i)) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j))\right) &\geq \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j, \\ \max_{\|f\| \leq 1} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j)\right) &\geq 0, \\ \inf_{\substack{\gamma_i \in R, i=\overline{1, n} \\ \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j=\overline{1, m}}} \max_{\|f\| \leq 1} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j)\right) &\geq 0. \end{aligned}$$

Розглянемо функцію

$$\begin{aligned} \eta((\gamma; \beta), f) &= \eta((\gamma_1, \dots, \gamma_n; \beta_1, \dots, \beta_m), f) = \\ &= \sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j). \end{aligned}$$

Функція $\eta((\gamma; \beta), f)$ буде опуклою по $(\gamma, \beta) \in R^{n+m}$ при кожному фіксованому $f \in X^*$, вгнutoю по f на X^* при фіксованому $(\gamma, \beta) \in R^{n+m}$ та півнеперервною зверху відносно слабкої* топології простору X^* при фіксованому $(\gamma, \beta) \in R^{n+m}$.

Множина $L = \{(\gamma, \beta) = (\gamma_1, \dots, \gamma_n; \beta_1, \dots, \beta_m) \in R^{n+m} : \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}\}$ є опуклою множиною, а $B^* = \{f \in X^* : \|f\| \leq 1\}$ є опуклою слабко* компактною множиною.

Згідно з теоремою Фань-Цзі (див., наприклад, [2]) отримаємо, що

$$\begin{aligned} & \inf_{(\gamma, \beta) \in L} \max_{f \in B^*} \eta((\gamma, \beta), f) = \max_{f \in B^*} \inf_{(\gamma, \beta) \in L} \eta((\gamma, \beta), f) = \\ & = \max_{\substack{f \in X^* \\ \|f\| \leq 1}} \inf_{\substack{\gamma_i \in R, i = \overline{1, n}, \\ \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}}} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j) \right) \geq 0. \end{aligned}$$

Отже, існує функціонал $f \in X^*$, $\|f\| \leq 1$, такий, що

$$\inf_{\substack{\gamma_i \in R, i = \overline{1, n}, \\ \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}}} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j) \right) \geq 0, \quad (17)$$

а тому

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i ((\theta f)(u_i) - a_i) + \sum_{j=1}^m \beta_j ((\theta f)(v_j) - b_j) \geq 0, \quad (18)$$

для довільних $\gamma_i \in R$, $i = \overline{1, n}$, $\beta_j \in R$, $\beta_j \geq 0$, $j = \overline{1, m}$.

З (18) випливає, що $(\theta f)(u_i) - a_i = 0$, $i = \overline{1, n}$ та $(\theta f)(v_j) - b_j \geq 0$, $j = \overline{1, m}$.

Позначимо $\bar{f} = \theta f$. Тоді

$$\bar{f}(u_i) - a_i = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad \bar{f}(v_j) - b_j \geq 0, \quad j = \overline{1, m}.$$

Крім того $\|\bar{f}\| = \|\theta f\| = \theta \|f\| \leq \theta$. Тому $\bar{f} \in X^*$ такий, що $\bar{f}(u_i) = a_i$, $i = \overline{1, n}$, $\bar{f}(v_j) \geq b_j$, $j = \overline{1, m}$, $\|\bar{f}\| \leq \theta$. Це означає, що \bar{f} є допустимим розв'язком для задачі (5)-(8) ($\bar{f} \in D$).

Теорему доведено.

Наслідок. Якщо для задачі (5)-(8) існують числа γ_i , $i = \overline{1, n}$, $\beta_j \geq 0$, $j = \overline{1, m}$, для яких $\sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j > 0$, то для того, щоб $D \neq \emptyset$ необхідно і достатньо, щоб

$$\inf_{\substack{\gamma_i \in R, i = \overline{1, n}, \\ \beta_j \in R, \beta_j \geq 0, j = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j > 0}} \frac{\theta \left\| \sum_{i=1}^n \gamma_i u_i + \sum_{j=1}^m \beta_j v_j \right\|}{\sum_{i=1}^n \gamma_i a_i + \sum_{j=1}^m \beta_j b_j} \geq 1.$$

Список використаних джерел:

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М. : Высшая школа, 1982. 271 с.
2. Фань Цзи. Теоремы о минимаксе. Бесконечные антагонистические игры. М. : Физматгиз, 1963. С. 31-39.

The article considers some conditions for the existence of admissible solutions for the problem of minimization of a convex piecewise affine function in a space conjugate to a linear normed space, with restrictions of the type of linear equations and inequalities and an additional restriction on the norms of its admissible solutions.

Keywords: *convex function, piecewise affine function, additional constraints, admissible solution, conditions for the existence of an admissible solution.*

УДК 004.42; 004.92

Княгницький В.В., здобувач вищої освіти

Пилипюк Т.М., кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ ВОКСЕЛЬНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ

У статті розглянуто воксельну технологію побудови 3D моделей в комп'ютерній графіці. Розкрито поняття вокселя. Визначено програмне забезпечення для створення воксельних моделей. Представлено побудований за допомогою воксельної технології воксель-арт у програмному середовищі MagicaVoxel. Зроблено відповідні висновки.

Ключові слова: *воксель, воксельна модель, воксель-арт, воксельна технологія, тривимірний простір, об'ємне зображення.*

Вступ. Універсальність воксельної графіки сприяє вирішенню багатьох питань у різних сферах, таких як: медицина, геологія, комп'ютерні ігри та ін. Комп'ютерні відеоігри посідають останнім часом вагоме місце в ІТ-індустрії. Основним етапом розробки ігрових програм є створення навколишнього середовища. Для деяких ігрових програм це може бути фонове зображення, а для деяких це може бути повноцінний ландшафт. Не менш важливим є якість візуалізації згенерованого ландшафту і можливість модифікації під час ігрового процесу, тому традиційні технології на основі полігонів не підходять. Вони мають багато проблем: складність обчислень для модифікації поверхні; визначення колізій; величезні кодові бази. Альтернативою полігонам, що може вирішити ці проблеми є вокселі. Тому, можна спостерігати суттєве підвищення інтересу до воксельної графіки. Вокселі є об'ємними за своєю природою, їх можна використовувати для моделювання внутрішньої частини об'єктів. Відеокarti не мають апаратної підтримки вокселів, тому виникає необхідність в розробці ефективних алгоритмів опису воксельних даних.

Воксельна технологія задає новий рівень вимог, яким традиційні технології на основі полігонів вже не здатні задовольнити. Ключовим є вибір структури опису воксельних даних і способу візуалізації цих даних.

У комп'ютерній графіці традиційно поверхні тривимірних об'єктів подаються полігональною сіткою, яка всередині є порожньою. Для більшості задач, де немає значення, що знаходиться в середині об'єкта, такий підхід є цілком виправданим. Однак, сьогодні представлення складних об'єктів у вигляді набору тривимірних вокселів, які повністю заповнюють внутрішній простір, набуває все більшої популярності.

Основна частина. Воксель – це елемент об'ємного зображення, що містить значення елемента растру в тривимірному просторі. В загальному, це той самий піксель, але тільки в 3D з координатою z (рисунок 1).

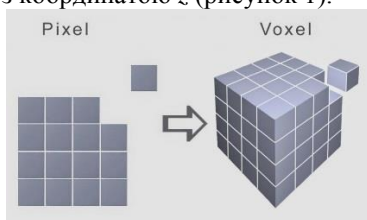


Рис. 1. Пікселі та воксели

Саме поняття *voxel* (воксель) утворено від злиття двох слів *volume element*. Так само як і піксель, воксель має свої атрибути (колір, прозорість і т.ін.). Повна прозорість вокселя означає порожнечу у відповідній точці об'єму. Чим більше вокселів у певному об'ємі й менше їхній розмір, тим точніше моделюються тривимірні об'єкти [1, с. 73].

Інше трактування читаємо в [2]. Воксель (від англ. *volume* та англ. *pixel*) – елемент простору, позначає значення певної величини в клітинках рівномірної просторової ґратки. Аналогічний пікселю, у двовимірних зображеннях (значенням величини в клітинах ґратки виступає колір). Воксели традиційно використовуються для візуалізації та аналізу медичних та наукових даних. Окрім того, таку технологію використовують деякі прогресивні програми тривимірного моделювання та комп'ютерні ігри для генерації складного ландшафту.

Щодо створення ігрових середовищ, то головною перевагою вокселів тут є легкість змін окремих точок. Воксель у своєму середовищі нагадує цеглу у будівництві. На його основі можна побудувати величезні об'єкти, а при необхідності не складе занадто великої праці замінити одну з цеглин. Деформація ж готового, «литого» 3D елемента виконується набагато складніше.

Для невеликих тривимірних об'єктів можна використовувати звичайну тривимірну сітку, оскільки час побудови октодерев може нівелювати результат від зменшення кількості вузлів. Якщо це тривимірна геометрія, яка майже повністю заповнює заданий простір, потрібно використовувати звичайне

октодереву, оскільки побудова розрідженого воксельного октодереву може не дати ніякого покращення. Якщо тривимірний об'єкт має багато порожніх ділянок простору, потрібно використовувати розріджене воксельне октодереву. Це допоможе суттєво зменшити кількість вузлів в октодереві і відповідно зменшити обсяг потрібної пам'яті. Якщо тривимірний об'єкт має багато однакових елементів, тоді використання розрідженого воксельного октодереву буде неефективним, оскільки багато вузлів міститимуть однакову інформацію про вокселі. Звідси потреба в розробці ефективних алгоритмів опису воксельних даних.

Серед програмного забезпечення із застосування воксельної технології можна виділити: Qubicle, VoxelShop, Voxel Canvas, Voxel Max та MagicaVoxel.

Більшість користувачів надають перевагу програмному додатку MagicaVoxel, який має безліч переваг. Окрім того, що у програмі є зручний та зрозумілий інтерфейс, багато інструментів знайомі користувачам, у яких є хоча б невеликий досвід роботи з іншими програмами, як, наприклад, Blender або Unity.

Інший плюс MagicaVoxel полягає у простоті застосування матеріалів – не потрібно використовувати кодинг або розбиратися в системі нод. Зображення рендерується в реальному часі, тому всі зміни освітлення та матеріалів видно майже відразу. Також є зручна інтеграція із Blender.

Донедавна основним недоліком програми вважався невеликий максимальний розмір поля – $128 \times 128 \times 128$ вокселів. Але у 2020 році розробники MagicaVoxel виправили цей недолік та збільшили поріг до $256 \times 256 \times 256$.

Одним зі суттєвих недоліків програми MagicaVoxel є те, що експорт моделі відбувається тільки у форматі .obj, але є можливість імпортувати модель до Blender, а потім перевести в потрібний формат.

Основною перевагою є те, що MagicaVoxel – безкоштовне програмне забезпечення. Також програму можна запустити через хмарний сервіс rollApp у браузері (рисунк 2).



Рис. 2. Приклад роботи в MagicaVoxel

Для редагування поверхні, що складається з вокселів (кубів), в MagicaVoxel передбачено такі інструменти:

- Attach – зміна форми поверхні об'єкта;
- Erase – гумка;
- Paint – пензель;

– Move – інструмент, що дозволяє рухати всю поверхню.

Пограмне забезпечення MagicaVoxel було використано для створення воксель-арту розміром 10:11:12. Для фону на задньому плані куба обрано жовто-блакитні кольори завдяки палітрі «Palette». Жовтий колір 255:255:0. Синій колір 0:0:255. Використовуючи редактор поверхні, обрано «Attach».

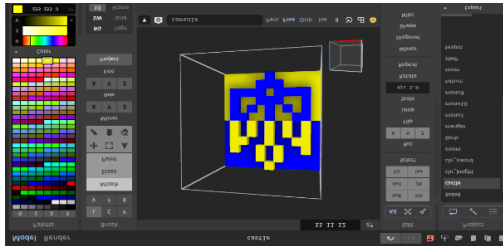


Рис. 3. Розробка воксель-арт проекту в застосунку MagicaVoxel

Для зображення гербу, використано ту ж саму палітру кольорів та інструмент «Attach» (рисунок 3). За допомогою кнопки «Save Project» зберігається весь воксель-арт. У вкладці «Render» виконується рендеринг проекту. Освітлення

налаштовується у вкладці «Light». Власний фон завантажується у вкладці «Sky» кнопковою командою «Image Based Light».

Воксель-арт після рендерингу подано на рисунку 4.

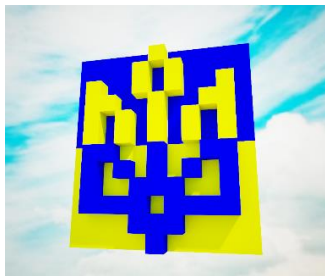


Рис. 4. Воксель-арт після рендерингу

Висновки. Отже, воксельна графіка незамінна у тих сферах, де важливо відобразити внутрішню структуру комп'ютерної моделі об'єкта.

Пошук ефективних методів візуалізації воксельних даних є предметом постійних досліджень.

Програмний застосунок MagicaVoxel, простий в реалізації, в якості методу візуалізації добре зарекомендував себе в практичній роботі. Ідеально підходить для створення графічних воксель-арт проектів. В якості способу опису воксельних даних обрано розріджене воксельне октодереву із запропонованою оптимізацією, що дозволить зменшити 43 кількість вузлів в октодереві.

MagicaVoxel дозволяє візуалізацію будь-якого тривимірного об'єкту в VOX форматі, накладання на заданий об'єкт довільної текстурі, створення власних шейдерів для обробки об'єкту та відстеження кожного кроку виконання графічного конвеєру.

Список використаних джерел:

1. Комп'ютерна графіка : навчальний посібник : в 2-х кн.1. для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерноінтегровані технології» / Укладачі : Тотосько О.В., Микитишин А.Г., Стухляк П.Д. Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2017. 304 с. [Режим доступу: https://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/lib/22337/1/Комп_граф_кnyга_1.pdf]
2. Воксель. [Режим доступу: <http://xn--r1a3b.xn--blamgblet.xn--j1amh/index.php/%D0%92%D0%BE%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB>]
3. MagicaVoxel. [Режим доступу: <https://itproger.com/news/2-5d-что-такое-voxelnaya-grafika>]

The article discusses the voxel technology of building 3D models in computer graphics. The concept of voxel is revealed. Software for creating voxel models is defined. Voxel art built using voxel technology in the MagicaVoxel software environment is presented. Appropriate conclusions have been drawn.

Keywords: voxel, voxel model, voxel art, voxel technology, three-dimensional space, three-dimensional image.

УДК 053

Ковальчук Г.В., здобувач вищої освіти

Журбей В.С., здобувач вищої освіти;

Науковий керівник: **Кух А.М.**, доктор педагогічних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ 3D-ПРІНТЕРІВ В НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

У статті окреслено шляхи застосування 3D-технологій в освіті. Розглядаються перспективи сучасний і стан розвитку технологій тривимірного моделювання й друкування при вивченні різних шкільних предметів.

Ключові слова: технології тривимірного моделювання та друкування, 3D-моделювання, 3D-принтер 3D-друкування, 3D-модель.

Постановка проблеми. Техніка стрімко розвивається. У наш час з'явилась чудова можливість використовувати, як створення так і використання 3D-зображень і 3D-моделей у практиці освітніх закладів.

3D-моделювання – це процес створення об'ємної моделі будь-якого предмета. Це дозволяє створювати не лише нові об'єкти, а й точні копії вже існуючих.

Актуальність даного дослідження пов'язана з тим, що на теперішній час технології тривимірного моделювання (3D-моделювання) та тривимірного друкування (3D-друкування) розвиваються швидкими темпами. Технології 3D-друкування з'явилися лише кілька десятків років тому, але вони динамічно розвиваються і вже використовуються в значній кількості сфер людської діяльності.

Аналіз останніх публікацій. Питання використання 3D-технологій у різних галузях людської діяльності вивчаються українськими та зарубіжними науковцями О.В. Андрійчук, В.О. Бондаренко, Д.І. Миташоп, А.А. Петришина, S. Bhandari, E. Canessa, C. Fonda, K. France, H. Lipson, M. Kurman, V. Regina, M. Zennaro та ін.

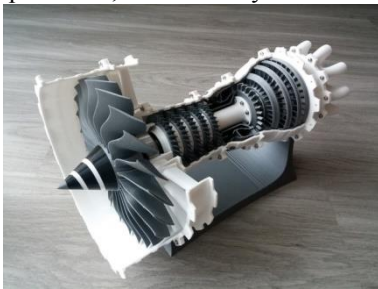
Метою статті є аналіз сучасного стану та перспектив розвитку 3D-технологій у педагогічній діяльності.

Виклад основного змісту. Технологія 3D-моделювання розвивається не перший рік і на даний час в мережі створена велика кількість ресурсів де всі охочі розміщують свої 3D-моделі не тільки для друку на 3D-принтерах так і для виготовлення їх за допомогою інших 3D технологій [2].

Thingiverse (<https://www.thingiverse.com>) – найбільш популярний і відомий сайт серед користувачів 3D-принтерів. Належить компанії MakerBot Industries, виробнику популярної серії 3D-принтерів Replicator. Сайт дозволяє користувачам зберігати і обмінюватися файлами 3D-моделей.

Розглянемо деякі приклади з платформи Thingiverse застосування 3D-моделей в навчальних закладах:

1. Уроки фізики – виготовлення різних наочних механізмів для проведення експериментів, виконання учнями навчальних проектів тощо.



модель реактивного двигуна

<https://www.thingiverse.com/thing:1327093>



<https://www.thingiverse.com/thing:1194700>

колекція моделей орбіт електронів в атомі

2. Уроки праці – нова програма предмету «Технологія» значною мірою оновлена і 3D-принтер буде використовуватися на уроках праці для прототипування виробів, створення макетів і реалізації власних проектів учнів. Також на ньому можна буде надрукувати безліч корисних невеликих предметів, такі як: коробочки для дрібниць, пристосування для пайки та кріплення для інструментів.



<https://www.thingiverse.com/thing:647425> набір

коробочок для мілких деталей



<https://www.thingiverse.com/thing:3304456>

коробочка для прикрас

3. Уроки інформатики – на курсах тривимірного моделювання та анімації працюють, власне, з 3D-принтером. Учні створюють тривимірні моделі, конструкції, складальні тривимірні деталі та друкують їхні елементи на принтері.



<https://www.thingiverse.com/thing:480446> модель

«руки – маніпулятора», що керується за допомогою платформи ардуіно.

4. Уроки математики – 3D-друк вже застосовується для наочної демонстрації графіків і математичних моделей. 3D-друк допомагає розглянути рівняння, графіки і складні математичні моделі в реальному вигляді – і тим самим зрозуміти їх. Доступним стало виготовлення об'ємних фігур – наочних посібників для уроків геометрії.



<https://www.thingiverse.com/thing:1533760>

геометричні фігури

Переваги впровадження 3D-технології в освіті:

- розвиток уяви і фантазії. Діти бачать, як можна реалізувати той чи інший проект на практиці та візуалізувати творчі задумки.
- потужна мотивація до наукової діяльності. Учні освоюють тонкощі інженерного мистецтва, що дозволяє їм з легкістю зануритися в освітній процес.
- успішне вивчення фундаментальних і прикладних дисциплін. За допомогою тривимірних зображень можна легко продемонструвати будь-які геометричні фігури, кристалічні решітки і всілякі елементи для фізичних установок. Це допомагає розвинути любов до предметів, що вивчаються.
- наочне знайомство з тривимірною візуалізацією і моделюванням. Взаємодія з адитивною технікою у підлітків розвиває конструктивне мислення. Вони на власні очі починають бачити, як можна втілювати свої конструкторські ідеї в реальність.
- міцні міжпредметні зв'язки в застосуванні на практиці. Не буде кращої можливості застосувати формули і вивчені правила чим як у реальних завданнях на практиці і побудувати конкретний виріб згідно чіткого завдання [1].

Висновки. В останні декілька років активно розвиваються технології створення реальних фізичних об'єктів за допомогою 3D-друку. Очевидно, що такі розробки є перспективними і будуть широко застосовуватися у майбутньому. Тому сьогодні актуальним є пошук шляхів та можливостей

ознайомлення із ними учнів в межах навчального процесу у загальноосвітній та вищій школі.

Список використаних джерел:

1. Можливості використання 3D-друку під час навчання фізики у загальноосвітній та вищій школі. URL: <http://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/123456789/15553/1/Krivtsov.pdf>.
2. Сучасний стан і перспективи розвитку технологій тривимірного моделювання та друкування. URL: <http://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/123456789/21883/1/Strutyńska.pdf>.
3. 3D принтер у школі. URL: <http://dystosvita.blogspot.com/2018/03/3d.html>.
4. Застосування 3D-принтерів в навчальних закладах. URL: <https://dixi.education/using-3d-printers/>.
5. 3D технології в освіті URL: <http://eprints.zu.edu.ua/24846/1/Polishchuk APSI2017.pdf>.

The article outlines ways of using 3D technologies in education. The modern perspectives and the state of development of three-dimensional modeling and printing technologies in the study of various school subjects are considered.

Keywords: *three-dimensional modeling and printing technologies, 3D modeling, 3D printer, 3D printing, 3D model.*

УДК 004.92

Матрасва Е.М., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Т.М. Пилипюк**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДАНИХ

У статті визначено поняття візуалізації даних, розглянуто різні засоби комп'ютерної візуалізації. Здійснено дослідження популярних сервісів візуалізації даних, визначено їх переваги та недоліки. Через практичну реалізацію візуалізації даних, подано порівняльний аналіз сервісів Infogram та ChartBlocks. Зроблено відповідні висновки.

Ключові слова: *візуалізація даних, інструменти візуалізації, методи візуалізації.*

Вступ. За останні роки комп'ютерні засоби моделювання та візуалізації перетворилися з інструментів вирішення різного роду задач на потужний апарат дослідження суспільних явищ та технічних проблем. Вони з успіхом використовуються у таких галузях, як системний аналіз, автоматизація

проектування, організація роботи обчислювальних засобів та комп'ютерних мереж.

Важливість візуалізації даних проста: вона допомагає людям бачити дані, взаємодіяти з ними та краще розуміти їх. Незалежно від того, проста чи складна, правильна візуалізація може звести всіх на одну сторінку, незалежно від їхнього рівня знань. Оскільки візуалізація настільки плідна, це також одна з найкорисніших професійних навичок для розвитку. Чим краще ми зможемо передати свої думки візуально на інформаційній панелі чи слайдах, тим краще зможемо використовувати цю інформацію, оскільки візуалізація даних знаходиться на межі аналізу та візуального оповідання [3].

Основна частина. Перш за все, представимо кілька визначень поняття візуалізації даних [2].

- Візуалізація даних – це наочне представлення масивів різної інформації, здебільшого великих розмірів.
- Візуалізація даних – це графічна презентація інформації в лаконічній формі.
- Візуалізація даних – це графічне представлення великих обсягів інформації в компактному вигляді для легкого її сприйняття.

Технологія комп'ютерної візуалізації даних є ефективною, оскільки використовується з метою уникнути перенавантаження інформаційним матеріалом.

Візуалізація даних має кілька переваг [1]:

- акцентування уваги на різних аспектах даних;
- аналіз великого набору даних зі складною структурою;
- зменшення інформаційного перевантаження людини;
- однозначність і ясність виведених даних;
- виділення взаємозв'язків і відносин, що містяться в інформації;
- на графіку легко можна помітити важливі дані та швидко здійснити їх аналіз;
- естетична привабливість.

Естетично привабливі графіки роблять подачу даних ефектною і такою, що запам'ятовується. Популярними методами візуалізації даних є: графіки та діаграми; інфографіка; схеми; презентації; інтерактивний сторітеллінг; бізнес-аналітика; наукова та медична візуалізація; карти й картограми [2].

Інструменти візуалізації даних надають розробникам візуалізації даних простіший спосіб створення візуальних представлень великих наборів даних. При роботі з наборами даних, які включають сотні тисяч або мільйони точок даних, автоматизація процесу створення візуалізації, принаймні частково, значно полегшує роботу дизайнера. Візуалізації даних можна використовувати для різноманітних цілей: інформаційні панелі, річні звіти, продажі та маркетингові матеріали, слайди для інвесторів і т.ін. [4].

Найкращі інструменти візуалізації даних на ринку мають кілька спільних рис. По-перше, це простота їх використання. Існують неймовірно складні

програми для візуалізації даних. Деякі мають чудову документацію та навчальні посібники. Іншим бракує цього, що виключає їх із будь-якого списку «найкращих» інструментів, незалежно від інших їхніх можливостей. Найкращі інструменти також можуть обробляти величезні набори даних. Насправді, найкращі можуть навіть обробляти кілька наборів даних в одній візуалізації. Інструменти також можуть виводити масив різних типів діаграм, графіків і карт. Більшість наведених інструментів можуть виводити як зображення, так й інтерактивні графіки. Проте існують винятки з різноманітності критеріїв виходу. Деякі інструменти візуалізації даних зосереджені на певному типі діаграми чи карти, і роблять це дуже добре. Ці інструменти також займають місце серед «найкращих» інструментів. Існують десятки, якщо не сотні, програм, інструментів і сценаріїв, доступних для створення візуалізацій великих наборів даних. Багато з них дуже прості та мають багато однакових функцій. Але є відмінні варіанти, які або мають більше можливостей для різних типів візуалізацій, або значно прості у використанні, ніж інші варіанти.

Щодо сервісу *Tableau*, то представимо його переваги та недоліки за допомогою таблиці 1.

Таблиця 1

Переваги та недоліки сервісу Tableau

Переваги	Недоліки
Сотні варіантів імпорту даних	Небезкоштовні версії дорогі (\$70/місяць/користувач для програмного забезпечення Tableau Creator)
Можливість картографування	Публічна версія не дозволяє зберігати конфіденційність аналізу даних
Доступна безкоштовна публічна версія	
Набір відеоуроків	

Дослідження можливостей сервісу *Infogram* дало можливість визначити такі переваги та недоліки цього сервісу (табл. 2).

Таблиця 2

Переваги та недоліки сервісу Infogram

Переваги	Недоліки
Рівневе ціноутворення, включаючи безкоштовний план із базовими функціями	Значно менше вбудованих джерел даних, ніж в інших програмах
Містить 35+ типів діаграм і 550+ типів карт	
Редактор перетягування	
API для імпорту додаткових джерел даних	

Дослідження сервісу *ChartBlocks* дало можливість визначити такі переваги та недоліки цього сервісу (табл. 3).

Переваги та недоліки ChartBlocks

Переваги	Недоліки
Доступні безкоштовні та платні плани за розумною ціною	Недостатня надійність API
Простий у використанні майстер імпорту необхідних даних	

За аналогічною схемою можна проаналізувати й інші сервіси візуалізації даних: Datawrapper, Google Charts, FusionCharts, Grafana, SigmaJS, Polymaps та ін.

Для практичної реалізації візуалізації даних та з метою порівняння можливостей програмних застосунків, було обрано для роботи сервіси Infogram та ChartBlocks.

Отримано такі результати.

1. Infogram:

- не потрібно реєструватися;
- інтерфейс на англійській мові, змінити його неможливо, переклад неможливий (завдяки цьому можна підвищити свій рівень англійської мови);
- можна додавати будь-які елементи тексту: заголовок, різні типи основних текстів, таблиці;
- можна додавати елементарні фігури;
- більша частина різних типів діаграм доступна в безкоштовній версії, є спеціалізовані діаграми: факти та фігури, таймер, treemap, Word cloud, Gauge, Progress bar;
- можна додавати мапи;
- декілька видів додаткових блоків;
- вставка відео, gif-картинок, стікерів, флагів;
- можливе додавання посилань на YouTube, Vimeo;
- можна створити декілька слоїв;
- можна збільшувати чи зменшувати за довжиною полотно, на якому працюємо;
- щоб викачати зроблений файл необхідно оплатити більш повну версію;
- можна поширити зроблений файл на сайт, а для того щоб зробити його приватним необхідно сплатити більш повну версію.

Отже можна зробити висновок, що Infogram підходить для дизайнерів, сайтів, чи для тих, хто може публікувати свої висновки, зроблені у методі візуалізації, на публічних сторінках.

2. ChartBlocks:

- необхідно зареєструватися;
- можна зберегти графіки у вигляді картинок;
- можна поширити дані через покликання;

- не можна вивести окремо початкові дані;
- інтерфейс англійською мовою, але можна перекласти за допомогою вбудованого перекладача в Google Chrome;
- обмежена кількість графіків;
- можна змінювати розмір початкової картинки.

Отже, можна зробити висновок, що ChartBlocks підходить для людей, яким потрібно представити дані у вигляді елементарних графіків (які є у пакеті Microsoft Office).

Подамо порівняльний аналіз результатів дослідження можливостей сервісів Infogram та ChartBlocks у вигляді таблиці (таблиця 4).

Таблиця 4

Порівняльний аналіз можливостей сервісів Infogram та ChartBlocks

	Infogram	ChartBlocks
Інтерфейс українською мовою, чи є можливість перекладу	-	+
Потрібно реєструватися	-	+
Кількість графіків більша за 5	+	-
Можна викачати результати	+/-	+
Можна поширити результати	+	+
Можна змінювати початкове тло	+	+
Можливість додавати декілька елементів на тло	+	-
Можливість додавання додаткових картинок	+	-

Отже, можна зробити висновок, що Infogram буде складним для користувачів, які не розуміють англійської мови, але за допомогою цієї програми можна створити декілька різних діаграм та додати на тло додаткові блоки. В той же час ChartBlocks може підійти тільки користувачам, які не мають доступу до пакету Microsoft Office.

Висновок. Отже, дизайнерам доступна дуже велика кількість різноманітних інструментів візуалізації. Інколи важко вирішити, яким з них скористатися. Розробники візуалізації даних повинні пам'ятати про такі речі, як простота використання та наявність у сервісі необхідних функцій. Більшість інструментів візуалізації даних включають безкоштовні пробні версії (якщо весь інструмент не безкоштовний), тому варто витратити час і спробувати кілька, перш ніж вибрати одне рішення. Вибирати програмний засіб для комп'ютерної візуалізації даних потрібно відштовхуючись від мети створення тієї чи іншої візуалізації, власних навичок, знань та професійної підготовки.

Список використаних джерел:

1. Пилипюк Т.М. Технологія інтерактивної візуалізації навчального матеріалу. *Концепція формування природничо-наукової компетентності та світогляду майбутнього фахівця в умовах STEM-освіти*: матеріали наукової

- конференції, 6-7 жовтня 2021 р., Кам'янець-Подільський, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. С. 77.
2. Пилипюк Т.М., Матраєва Е.М. Методи інтерактивної візуалізації даних. *The XXVII International Scientific and Practical Conference «Multidisciplinary academic notes. Theory, methodology and practice»*, July 12–15, 2022, Prague, Czech Republic. P. 424-426.
 3. Візуалізація даних, як і навіщо її використовувати. URL: <https://bizautomation.com.ua/vizualizacziya-danikh-yak-i-navishho-yiyi-vikoristovuvati/>.
 4. Безуглий Д.С. Огляд засобів комп'ютерної візуалізації для підтримки навчального матеріалу. *Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology*. VI(63). 2018. С. 11-14. URL: https://seanewdim.com/wpcontent/uploads/2021/04/ped_psy_vi_153_63.pdf#page=11.
 5. Шарова Т.М. Візуалізація навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання. 2021. URL: <http://dspace.pdpu.edu.ua/handle/123456789/13140>.

The article defines the concept of data visualization, considers various means of computer visualization. A study of popular data visualization services was carried out, their advantages and disadvantages were determined. Through the practical implementation of data visualization, a comparative analysis of Infogram and ChartBlocks services is presented. Appropriate conclusions have been drawn.

Keywords: data visualization, visualization tools, visualization methods.

УДК 378:004

Мястковська М.О., кандидат педагогічних наук

ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ МОТИВАЦІЇ ПРИ ВИВЧЕННІ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ СТУДЕНТАМИ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 122 КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

Стаття присвячена питанням формування професійної мотивації при вивченні навчальної дисципліни «Захист інформації» студентами напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки, зокрема, при вивченні теми пентест.

Ключові слова: пентест, тестування на проникнення, захист інформації, професійна мотивація, студенти, комп'ютерні науки.

Питання професійної мотивації студентів є завжди актуальними. Сучасні студенти дуже прагматичні. Крім того, виклики сьогодення спонукають використовувати різні підходи до формування професійної мотивації студентів. Ці питання є актуальними і для студентів напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки. Це спонукало підготувати дану статтю на основі набутого власного педагогічного досвіду, зокрема, при викладанні дисципліни “Захист інформації”.

Питання захисту інформації є надзвичайно важливими та актуальними

сьогодні, оскільки вже давно вийшли на одне з перших місць серед інших завдань, що вирішуються в процесі проектування, створення та використання сучасних інформаційних систем [3].

Питання тестування на проникнення розглядають різні автори, зокрема, Піскозуб А.З. [3], Ric Messier [1] та інші, а особливо пінтестінг досліджують в комерційній сфері [2, 4].

Метою статті є розкриття сутності питання формування професійної мотивації при вивченні захисту інформації студентами напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки.

Студенти напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки вивчають фахову дисципліну "Захист інформації". У межах вивчення цієї дисципліни розглядають питання пентесту – тест на проникнення.

Пентест – різновид захисту комп'ютерних систем. Penetration test (pentest) – симуляція кібератаки на комп'ютерні системи, мобільні застосунки та веб-додатки з метою перевірки захищеності системи. Тест на проникнення допомагає виявити, наскільки та чи інша система є вразливою до хакерських атак [4].

Пентести допомагають оцінити, наскільки легко хакерам отримати доступ до характеристик та даних системи, визначають можливу кількість загроз, а також аналізують негативні наслідки для компанії від реалізованих атак. До того ж, тести на проникнення дозволяють вжити попереджувальних заходів для мінімізації ризиків. Багато компаній використовують пентест як інструмент навчання для своїх спеціалістів з інформаційної безпеки [4].

Відмінності тесту на проникнення (penetration testing, penetration test, pentest, пентест) від реальної хакерської атаки полягають в його обмеженнях:

1. Закон. Логічно, що всі дії узгоджуються на підставі договору і дозвільних документів від замовника. Чорні хакери дозволу не питають.

2. Час. Чорні хакери не обмежені у часі, вони можуть роками стежити за «жертвою», виявляючи нові дірки у безпеці (вразливості) в системах, які використовуються, надсилати сотні фішингових листів. У білих, етичних хакерів, є чітко встановлені терміни, які, як правило, обмежені максимум кількома тижнями.

3. Бюджет. Чорні хакери можуть інвестувати значні кошти в наступальні інструменти, так звану кіберзброю (шкідливе програмне забезпечення), включно з покупкою ексклюзивних експлойтів (0-day, вірусів-шкідників, про які ніхто, крім хакерів, не знає). Білі хакери обмежені бюджетом замовників.

4. Глибина проникнення. Ясна річ, що чорні хакери нічим не обмежені, в тому числі й можливістю отримання доступу до всіх систем, які можуть «зламати». Етичні хакери мають обмеження – список систем, до яких можна отримати доступ, обмежується замовником (може і не обмежуватися, що буває рідше) [2].

Різновиди пентестів. З першого погляду може здатись, що тестування на проникнення завжди виконується за єдиним алгоритмом. Насправді, залежно від цілей, існує декілька різновидів пентестів [4]:

- Соціальна інженерія – один з методів отримання персональних даних людини за допомогою телефонної розмови або соцмереж, 80% атак з метою викрадення персональних даних відбуваються саме таким чином.
- Веб-додаток (Web Pentesting) – виявлення вразливості у безпеці веб-додатків та сервісів, встановлених на пристроях клієнта чи серверах.
- Мережева служба (Network Pentesting) – тестування зламу системи, щоб виявити елементи, вразливі до атаки хакерів.
- Клієнтська частина – тестування додатків, встановлених на клієнтському сайті / додатку.
- Віддалене підключення – перевірка vpn чи схожого об'єкта, який може отримати доступ до підключеної системи.
- Бездротові мережі – тест, призначений для бездротових додатків і сервісів, зокрема їх різних компонентів та функцій (маршрутизатори, фільтраційні пакети, шифрування, дешифрування і т. д.).
- SCADA Pentesting – перевірка системи автоматичного збору інформації.

Фази пентесту.

1) Збір інформації про ціль. Охоплює дані, які хакер може знайти у відкритому доступі. Наприклад, імена користувачів, носії, якими вони користуються, відкриті порти, а також відомості про працівників конкретної компанії.

2) Сканування за допомогою програм. Даний етап необхідний для визначення носіїв, які мають відкриті порти, та сервісів, які використовують їх. Також, хакер завжди перевірить імена користувачів за замовчуванням та паролі знайдених пристроїв.

3) Оцінка виявлених вразливостей. Наступним етапом після збору даних є їх аналіз, який необхідний для розробки подальшого плану атаки.

4) Отримання доступу. Після проведення аналізу, починається найцікавіше: отримання доступу до системи за допомогою виявленої вразливості у сервісах, що знаходяться у мережі жертви. Якщо жодна спроба не завершилась успіхом, тоді хакер береться за співробітників компанії.

5) Звіт. Останнім етапом є створення звіту про всі вразливості, виявлені у системі клієнта. Разом зі звітом надаються дані щодо усунення виявлених вразливостей.

Режими тестування. Виходячи з того, який об'єм інформації надається виконавцю про системи (Black Box або White Box), обирається один з наступних режимів тестування [4]:

- White box (відомі всі дані) – виконавець має доступ до більшої кількості інформації, зокрема про структуру мережі, та отримує повний доступ до об'єкта тестування.

- Grey box (дані відомі частково) – комбінація White Box і Black Box підходів. Тобто, налаштування програми нам відомо лише частково.

- Black box (жодних даних) – виконавець знає про діапазон зовнішніх IP-адрес, дані збираються з відкритих джерел (найбільш наближений до дій хакера).

Компанії, які проводять тестування на проникнення, є не лише за кордоном, але і в Україні. Наприклад, минулого року компанія Hacken провела тестування платформ для обміну криптовалютами Gate.io та kuna [4].

Ціна тестування на проникнення коливається від 10 до 20 тис. дол. США, в залежності від рівня складності, і тому вартість таких послуг не є непомірною для компаній, у порівнянні з ransomware attack (шифрування даних на комп'ютері жертви за допомогою вірусних програм), де вартість може сягати 50 тис. дол. США (500 дол. США за один пристрій) [4].

Таким чином, пентест допомагає виявити всі вразливості системи. Враховуючи наведені приклади, симуляція атаки є запорукою безпеки компанії. Отже, компанії самі вирішують, чи краще діяти на випередження, або ж долати наслідки.

Ринок пентестінга зростає. Згідно за деякими дослідженнями, він складатиме \$3,2 млрд. у 2023 році. Що ж впливає на таке активне зростання? По-перше, збільшення кількості користувачів підключених пристроїв по всьому світу. По-друге, зростання кількості бізнес-додатків на базі веб- і хмарних технологій в організаціях. Очікується, що зростаючі потреби у безпеці Інтернету речей (IoT) і тенденція Bring Your Own Device (BYOD) стимулюватимуть зростання ринку тестування на проникнення в найближчі роки [2].

Завдяки розгляду поняття «пентесту», етапів тестування, особливостей пентестінгу, прикладів практичного використання, обґрунтування зростання ринку пентестінгу тощо, класичні підходи до формування професійної мотивації збагатилися ще й перспективами подальшого розвитку професійного ринку праці та фінансовою мотивацією (зокрема, приклади матеріального заохочення компанії).

Отже, розгляд практичної теми «Пентест» при вивченні навчальної дисципліни «Захист інформації» студентами напряму підготовки 122 Комп'ютерні науки спонукає до формування професійної мотивації. Оскільки питання професійної мотивації студентів є завжди актуальними, тому можна продовжувати дослідження з даної теми.

Список використаних джерел:

1. Ric Messier. Penetration Testing Basics: A Quick-Start Guide to Breaking into Systems. Apress, 2016. 115 p.
2. Пентест: що приховано під білим капюшоном? URL: <https://spilno.org/article/pentest-cho-skrivaetsya-pod-belym-kapyushonom>.
3. Піскозуб А.З. Використання тестування на проникнення в комп'ютерні мережі та системи для підняття їх рівня захищеності URL:

<https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/jun/3676/piskozubaz.pdf>.

4. Секрети кібербезпеки: Що таке пентест і навіщо він потрібен компаніям? European Business Association (eba.com.ua). URL: <https://eba.com.ua/sekrety-kiberbezpeky-shho-take-pentest-i-navishho-vin-potriben-kompaniyam/>.

The article is devoted to the formation of professional motivation in the study of the discipline "Information Security" by students in the field of training 122 Computer Science, in particular, in the study of the topic of pentest.

Keywords: *pentest, penetration testing, information security, professional motivation, students, computer science.*

УДК 004.424

Олійник М.В., здобувач вищої освіти

Щирба В.С., кандидат фізико-математичних наук, доцент

РОЗРОБКА МОБІЛЬНОГО КРОСПЛАТФОРМНОГО ІГРОВОГО ЗАСТОСУНКУ

Робота присвячена дослідженню сучасних технологій розробки програмного забезпечення для мобільних платформ.

Ключові слова: *кросплатформенні технології, платформи для розробки мобільних додатків.*

Мобільні пристрої на даний час є найбільш доступною платформою у всьому світі. Завдяки мобільним платформам люди почали економити час, який вони витрачали на рутину працю або бюрократичні справи, наприклад, оплата різних платежів. Стрімко зростає потреба в розширенні спектру додатків прикладного характеру.

Розробники комп'ютерних ігор одні із перших почали переносити свої проекти на мобільні платформи. Завдяки цьому почався розвиток всіх напрямків на мобільних платформах. Телефонні ігри в наш час призвели до того що люди хочуть скоротити умовну годину за захоплюючою грою в телефоні.

Виникає потреба розробці та введенні в обіг мобільної гри за допомогою кросплатформенної технології Flutter, яка дозволяє в зручний спосіб реалізувати програмні продукти.

Методи розробки базуються на інструментах розробки технології Flutter. Платформа Flutter є рівень абстракції, який забезпечує управління взаємодією між загальним кодом і кодом базової платформи.

FLUTTER досить молода платформа, яка приваблює розробників своєю простотою. Швидкість її роботи і висока продуктивність досягається за рахунок застосування декількох технік. По-перше, Flutter не використовує JavaScript,

його творці вважали кращою мову програмування Dart, яка легко компілюється в двійковий код. Завдяки цьому швидкість виконання операцій нічим не поступається Swift, Kotlin, Java. Також платформа не використовує нативні компоненти, відмальовуючи інтерфейс у графічному движку в міру необхідності – тільки у випадку, якщо до нього внесено зміни.

В ОС Linux, iOS, Android, Windows Flutter працює за допомогою віртуальної машини Dart з JIT-компілятором. Одне з головних переваг цього SDK (software development kit) – реалізація функції «гарячого перезавантаження», завдяки чому зміна коду може бути застосована в уже запущеному додатку, і його перезавантаження не буде потрібно. Віджети Flutter оснащені вбудованими елементами – скролінг, навігація, шрифти та іконки. Код, написаний на Flutter, компілюється з використанням нативного компілятора Dart.

Xamarin – це кросплатформна технологія, частина платформи .NET, призначена для створення мобільних і веб-додатків. Основною ідеєю є сумісність служб, які написані на різних мовах програмування. На сьогоднішній день реалізована для платформ Windows, FreeBSD, а також в варіанті для ОС Linux (проект Mono). Розділяється на дві основні частини – це середовище виконання, свого роду віртуальна машина, а також інструменти розробника.

Як середовище розробки виступають VisualStudio, C ++, C #, SharpDevelop. Як і Java, середа .NET створює байт-код, який виконується віртуальною машиною. Код створюється на мові CIL, common intermediate language. Використання байт-коду дозволяє реалізувати кросплатформність на рівні вже скомпільованого проекту. Перед запуском байт-код перетворюється JIT-компілятором в машинний код.

REACT NATIVE – це платформа для розробки мобільних додатків, створена Facebook і має відкритий код. Дозволяє розробляти програми для iOS, Android, UWP і Web. React Native не використовує CSS або HTML дозволяє створювати код на мовах Swift і Objective-C для iOS, а також на Java для Android. React Native дозволяє створювати Кросплатформенні додатки, компоненти платформи взаємодіють з власними API-інтерфейсами за допомогою декларативної парадигми інтерфейсу React і Java Script. Завдяки цьому стає можливим створювати додатки для груп розробників.

Компоненти React обертають існуючий власний код і взаємодіють з власними API-інтерфейсами через декларативну парадигму призначеного для користувача інтерфейсу React і JavaScript. Це дозволяє створювати власні додатки для цілих нових груп розробників і дозволяє існуючим власним командам працювати набагато швидше. В основному принципи роботи React Native ідентичні таким у React, але, на відміну від останнього, він працює у фоновому режимі на кінцевому пристрої, інтерпретуючи код, написаний на JavaScript.

IONIC – це багатоплатформний SDK, або software development kit, з повністю відкритим кодом, який використовує фреймворк Cordova і плагіни

Capacitor для розробки мобільних додатків. Користувачі можуть створювати додатки і налаштовувати їх для роботи з операційними системами Windows, iOS, Android, а також з сучасними браузерами. Ionic надає призначені для користувача компоненти і засоби для взаємодії з цими компонентами – наприклад, такі, як віртуальна прокрутка, вкладки, навігація, типографіка і т.д.

Також Ionic пропонує інтерфейс командного рядка і сервіси для вирішення інших завдань, наприклад, розгортання коду і автоматичного складання. Включає також і власну інтегровану середу розробки (IDE) – Ionic Studio. Розробник може підключати додаткові модулі фреймворка Cordova, включати push-повідомлення, створювати значки додатків і навіть заставки до додатків.

ELECTRON, або ATOM SHELL – це фреймворк, розроблений GitHub. Він дозволяє вести розробку графічних додатків для операційних систем настільних комп'ютерів за допомогою веб-технологій. Фреймворк також включає Node.js, який дозволяє працювати з backend, і бібліотеку рендеринга з Chromium. Electron дозволяє створювати графічні додатки, використовуючи браузерні технології і розширюючи їх функціональність за допомогою системи доповнень. На відміну від веб-додатків, програми, розроблені на платформі Electron, являють собою виконувані файли без прив'язки до браузера. При цьому переносити розроблений додаток для різних платформ не треба.

FRAMEWORK 7 – це безкоштовний фреймворк з відкритим кодом для розробки мобільних і веб-додатків. Також може бути використаний як інструмент для прототипування мобільних додатків. Багатоплатформовий фреймворк дозволяє створювати веб-додатки для операційних систем iOS і Android.

Працюючи з Framework7, ви можете використовувати будь-які інструменти – створювати додатки на ньому так само просто, як і веб-сайти. Фреймворк поставляється з такими компонентами, як React, Vue.js і Svelte, забезпечуючи синтаксис, і структуровану базу даних. Також в нього вбудований набір готових до використання віджетів і елементів. Движок шаблонів Template7, підтримка стилів, в тому числі material design, великий список компонентів і різні свайпи – все це робить Framework7 відмінним кросплатформним рішенням на всі випадки життя.

Більшість IT компаній починають свій бізнес в Інтернеті зі створення сайту. Надалі ресурс адаптується для роботи з мобільними пристроями, і при позитивній динаміці відвідуваності приймається рішення про створення програми для Android і iOS.

Додаток для мобільних пристроїв більш функціонально, в порівнянні з сайтом, має зручний для користувача інтерфейс і можливість роботи навіть без підключення до Інтернету (з обмеженим функціоналом). На мобільному ринку сформувалося абсолютне домінування двох операційних систем. Це iOS і Android. Створюючи мобільні додатки для цих та інших ОС, основна увага приділяється таким питанням:

- ✓ висока швидкість розробки;

- ✓ надійність, стабільність у роботі;
- ✓ простота в підтримці і випуск оновлень;
- ✓ максимально ефективне використання можливостей платформи.

Залежно від цільової аудиторії і поставлених цілей розробка мобільних додатків для iOS і Android здійснюється з використанням нативних або кросплатформних технологій. У сучасних ІТ компаніях ви можете замовити створення, як нативного, так і кросплатформного додатків.

На даний момент мобільні технології та різні види мобільних ігор є найбільш перспективною областю нових технологій. Через це розробка мобільної гри є актуальним завданням.

За проведеним аналізом можна зробити висновки, що технології та принципи, які використовує Flutter, є більш перспективними, надійними, зручними та швидкими до використання при розробці кросплатформних мобільних додатків, ніж ті, що використовує його найближчий та найпопулярніший аналог – React Native.

Фреймворк Flutter випереджає React Native у розробці мобільний додатків за наступними параметрами:

- Продуктивність та швидкодія створеного програмного забезпечення.
- Простота проектування та розробки користувацького інтерфейсу (UI).
- Час, потрібний для розробки продукту.
- Надійність та краща підтримка від розробників та товариством розробників.

• Поточний тренд зацікавленості у технології стрімко зростає та вже випередив React Native.

• Фреймворк має можливість компіляції під десктопні операційні системи (Windows, macOS, Linux) та збірку під вебдодаток, який відтворюється у браузері.

В свою чергу, React Native продовжує випереджати Flutter за наступними параметрами:

- Поточна кількість розробників, які здатні розробляти програму цією технологією більша, ніж на Flutter.
- Використання більш поширеної мови програмування (JavaScript замість Dart).
- Деякі частини логіки можна перевикористовувати у веб-додатках, які написані за допомогою бібліотеки React.js.
- Все ще більше вакансій на ринку, ніж у Flutter.

Також Flutter є доброю альтернативною більш дорожчої та довшої нативної розробки під кожен платформу окремо, якщо розроблюваний мобільний додаток не використовує 3D графіку, та не взаємодіє на низькому рівні з hardware-частиною мобільних пристроїв. Тобто, якщо додаток більше зав'язаний на взаємодію з віддаленим сервером.

Список використаних джерел:

1. Shaun Lewis, Mike Dunn. Native Mobile Development: A Cross-Reference for iOS and Android. Chapter 1. 2019. P. 1-3.
2. Google Trends "Flutter vs React Native". URL: <https://trends.google.com/trends/explore?date=2017-01-01%202020-08-01&q=Flutter,React%20Native>.
3. Flutter. Документація. URL: <https://flutter.dev/docs/resources/architectural-overview>.

The work is devoted to the research of modern software development technologies for mobile platforms.

Keywords: *cross-platform technologies, platforms for developing mobile applications.*

УДК 371.13.036:53

Панчук О. П., кандидат педагогічних наук, доцент

РОЗВИТОК ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТЬОГО ФАХІВЦЯ В ХОДІ ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

У даній статті розглянуто основні передумови розвитку професійних компетентностей майбутнього фахівця у процесі фізичного експерименту.

Ключові слова: *фізика, лабораторний практикум, фізичний експеримент, компетентність.*

Актуальність проблеми. Освіта сьогодення вносить свої зміни до підготовки майбутнього покоління викладачів, у тому числі фізики, а стрімкий розвиток освіти, науки і техніки ставлять нові вимоги до виховання й підготовки майбутнього покоління, освіченого, висококваліфікованого, обізнаного у різних сферах наукової діяльності. Зважаючи на освітню доктрину мету і пріоритетні напрями розвитку освіти, ми бачимо, що основна мета державної політики щодо розвитку освіти полягає у створенні умов розвитку особистості й творчої самореалізації кожного громадянина України, вихованні покоління людей, здатних ефективно працювати і навчатися упродовж життя, оберігати й примножувати цінності національної культури та громадянського суспільства, розвивати і зміцнювати суверенну, незалежну, демократичну, соціальну та правову державу як невід'ємну складову європейської та світової спільноти [1].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Становлення і розвиток системи навчального фізичного експерименту у сучасній вищій педагогічній школі тісно пов'язане з іменами таких учених, як П. Атаманчук, С. Величко, Є. Коршак, Д. Костюкевич, О. Ляшенко, М. Мартинюк, М. Шут, А. Кух,

В. Мендерещкий, та ін. Питання професійної компетентності піднімалось рядом вчених, в тому числі українських, – це В.І. Луговий, А.І. Кузьмінський, А.В. Хуторський, М.І. Шкіль та інші. Саме вони розкривали реалізацію професійних компетентностей в освітніх системах.

Виклад основного матеріалу. Професійна науково-предметна підготовка майбутнього вчителя фізики у вищому навчальному закладі починається з курсу загальної фізики та методики навчання фізики, які є переважно експериментальними. Традиційно їх вивчення спирається на методичну систему, важливою складовою якої є демонстраційний експеримент, лабораторний практикум, індивідуальні експериментально-дослідні завдання. Ці форми навчально-пізнавальної діяльності відіграють важливу роль у системі професійної підготовки майбутніх учителів і мають на меті підвищення рівня пізнавального інтересу, формування й поглиблення теоретичних знань з основних питань курсу, ознайомлення з сучасними технічними засобами й методами дослідження фізичних явищ і процесів, розвиток професійно орієнтованих практичних умінь і навичок, творчих здібностей [2].

Важливе місце у формуванні професійної компетентності майбутнього вчителя займає професійно-педагогічна комунікація, яка є основною формою педагогічного процесу. Професійно-педагогічна комунікація – це система безпосередніх чи опосередкованих взаємодій педагога, що реалізуються за допомогою вербальних і невербальних засобів з метою взаємообміну інформацією, регулювання педагогічних відносин. Він забезпечує передавання через учителя учням людської культури, засвоєння знань, сприяє формуванню в них ціннісних орієнтацій. Педагогічне спілкування забезпечує обмін інформацією, співпереживання, пізнання особистості, самоутвердження [1].

Сьогодні існує цілий комплекс лабораторних робіт і демонстрацій, який складає основу експериментального методу навчання фізики в середній загальноосвітній і вищій педагогічній школі [3]. Проте проблема вдосконалення навчального фізичного експерименту є ще далеко не розв'язаною, і навряд чи це взагалі можливо за умов постійного розвитку сучасної науки і техніки, нових інформаційних технологій, коли сфера експериментальних досліджень постійно розширюється, охоплюючи дедалі складніші явища природи.

Навчальний фізичний експеримент сьогодні розвивається у зв'язку із загальним розвитком науки і техніки, розширенням й оновленням змісту курсу фізики, поліпшенням методики її викладання та модернізацією обладнання. Цей розвиток об'єктивно відображає зміни, яких зазнає сучасна фізика та методи її дослідження і визначається загальною тенденцією *наближення експериментальних методів навчання фізики до сучасних експериментальних методів дослідження, оволодіння майбутніми фахівцями методологією і методами наукового пізнання*. Творча діяльність викладача педагогічного вишу передбачає два основних взаємозалежних аспекти: розробка й удосконалення технічних засобів фізичного експерименту та створення сучасних підходів, прийомів і науково обґрунтованих методик вивчення навчального матеріалу.

Тільки органічне поєднання цих взаємозалежних і взаємозумовлених складових діяльності викладача разом із залученням до цієї роботи майбутніх учителів фізики сприятиме підвищенню рівня їх професійної підготовки. Зазначимо, що розробка, створення та удосконалення навчального фізичного експерименту у вищій школі повинні, насамперед, переслідувати педагогічні цілі навчання й виховання.

Навчальний фізичний експеримент, як відомо, – це відтворення за допомогою спеціального обладнання фізичного явища в умовах, що є найбільш зручними для його вивчення. Тому він слугує одночасно джерелом знань і критерієм їх істинності, методом навчання та видом наочності. При цьому його систему утворюють не лише сукупність навчальних приладів і обладнання, але й методи та методичні прийоми, що відповідають домінуючій концепції навчання й виховання [2].

Завдяки навчальному лабораторному практикуму з методики навчання фізики студенти оволодівають досвідом практичної діяльності людства в галузі здобуття фактів та їх попереднього узагальнення на рівні емпіричних уявлень, понять і законів. За таких умов експеримент виконує функцію методу навчального пізнання, через що у свідомості студента утворюються нові зв'язки й відношення, формується суб'єктивно нове особистісне знання, тобто відбувається своєрідна інструменталізація здобутих знань. Робота в лабораторії передбачає широке спілкування студентів і викладачів, співіснування індивідуальних і колективних форм роботи, вимагаючи від майбутнього педагога передусім ґрунтовного володіння навчальним матеріалом, творчої ініціативи й самостійності у прийнятті рішень. Досвід засвідчує, що саме через фізичний експеримент найефективніше здійснюється діяльнісний підхід до навчання фізики. Фахова експериментальна підготовка майбутнього вчителя фізики має передбачати виконання двоєдиного завдання: реалізація особистісно зорієнтованого підходу до навчання й здобуття студентом особистісного досвіду експериментальної діяльності та забезпечення його готовності до здійснення такого підходу в навчанні школярів. Лабораторний практикум з курсу повинен бути своєрідним полігоном для застосування різних методів і засобів активізації самостійної творчої роботи студентів, їх самовдосконалення, упровадження ідей демократизації, гуманізації освіти. Адже, як відомо, студенти переносять у школу той стиль навчання, який застосовувався до них у виші [3].

Оскільки фізика – наука експериментальна, то якість особистісних набутоків і практична підготовка майбутнього вчителя знаходяться в прямій залежності від якості забезпечення однієї із складових їх фахової підготовки – навчального фізичного експерименту. Перед цим видом діяльності ставиться завдання не лише сприяти поглибленому засвоєнню навчального матеріалу та розвитку здібностей використання вимірювальних приладів, але і формування професійної компетентності, що дозволяють вчителю самостійно і достатньо ефективно вирішувати педагогічні завдання. Саме експеримент стає основою

предметної діяльності майбутнього фахівця, критерієм істинності і міцності його знань [4].

Отже, фізичний експеримент, як форма організації навчання, реалізує основні пізнавальні задачі, адже студенти працюють з лабораторним обладнанням, що розвиває гнучкість і глибину мислення, навички, вміння застосовувати здобуті знання на практиці.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С., Панчук О.П. Дидактичні основи формування фізико-технічних компетенцій учнів : монографія. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. 252 с.
2. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики. Кам'янець-Подільський : К-ПДПП, інформаційно-видавничий відділ, 1999. 174 с.
3. Атаманчук П.С., Ляшенко О.І., Мендерецький В.В., Ніколаєв О.М. Методика і техніка навчального фізичного експерименту в старшій школі. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2011. 420 с.
4. Коршак Є.В. Навчальний фізичний експеримент в умовах диференційованого вивчення фізики і створення стандартів освіти. Стандарти фізичної освіти в Україні. Технологічні аспекти управління навчально-пізнавальною діяльністю учнів : науково-методичний збірник. Кам'янець-Подільський, 1997. С. 29-30.

This article considers the main prerequisites for the development of professional competencies of the future specialist in the process of physical experiment.

Keywords: *physics, laboratory workshop, physical experiment, competence.*

УДК 53(07)

Рудніченко І.А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Поведа Т.П.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ОРГАНІЗАЦІЯ ПОЗАКЛАСНОЇ РОБОТИ УЧНІВ З ФІЗИКИ НА ЗАСАДАХ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

У 2022 році пілотні класи НУШ розпочали своє навчання у середній школі. Нова українська школа – ключова реформа МОН. Головна мета – створити школу, в якій буде приємно навчатися і яка дасть учням не тільки знання, як зараз, а й уміння застосовувати їх у житті. У даній дипломній роботі досліджено питання організації позакласної роботи з фізики в новій українській школі. Вона повинна мати своє підґрунтя сьогодні через відсутність досвіду вирішення подібної проблеми. Нові вимоги до організації позакласних занять з фізики висвітлюють можливість поєднання фізики з іншими предметами.

Система позааудиторних занять з фізики для учнів на базі НУШ дозволить створити цілісне уявлення про природні процеси та прийоми учнів. Перевірка ефективності запропонованої системи дозволить звернутися до МОН за спецпрограмами.

Ключові слова: *Нова українська школа, організація позакласної роботи, фізика з іншими предметами, МОН, спеціальні програми.*

Відомо, що реформування освіти в НУШ – це про індивідуальну освітню траєкторію. Однак, якщо ми завантажимо дітей тією кількістю предметів, які є в новому типовому навчальному плані, то загубимо будь – яку індивідуальність та мотивацію. Найкраще розвантаженню навчального плану сприяє об’єднання різних предметів задля цілісного сприйняття світу. Розпочати таку співпрацю навчальних дисциплін найоптимальніше з позакласних факультативів, урізноманітнюючи навчальний процес, розширюючи дитячий кругозір, збагачуючи їх спостереженнями.

Аналізуючи літературу щодо методичних особливостей організації позаурочної роботи з фізики звертаємо увагу на роботи вітчизняних та зарубіжних науковців, таких як: Н. Бібік, Н. Бургун, С. Величко, С. Гончаренко, А. Давиденко, Ю. Лук’янов, В. Савченко, І. Туришев, Т. Цвірова, В. Шарко та ін. З проаналізованих даних виокремлюємо основну особливість позаурочної роботи – незарегламентованість. Найціннішим вважаємо вільний вибір вчителя у формах, змісті та методах роботи. Активна практична діяльність під час проведення позаурочної роботи дозволяє формувати в учнів вміння і навички, творче мислення на новому освітньому рівні. Так, як в 2022 році пілотні класи НУШ розпочали навчання в середній ланці. Тому, вивчення досвіду вчителів з даної проблеми є неможливим, відсутнім.

Саме відсутність досвіду на засадах нової української школи та широкий спектр можливостей вчителя в організації позакласної роботи зумовили вибір теми магістерської роботи: “Організація позакласної роботи учнів з фізики на засадах нової української школи.”

Об’єкт дослідження – процес навчання фізики учнів нової української школи.

Предмет дослідження – організація методичної системи проведення позакласних годин з фізики на засадах НУШ.

В основу дослідження була покладена гіпотеза:

Внесок знань з фізики на розумовий розвиток учнів та на засвоєння практичних умінь буде вагомим за рахунок використання цікавого теоретичного матеріалу, нестандартних завдань, використання STEM-технологій в позаурочний час.

Мета дослідження – розробити і науково обґрунтувати систему позакласних годин з фізики, можливо, в співпраці з іншими предметами та експериментально перевірити умови ефективного впливу їх на загальний розвиток учня НУШ, покращення результатів навчання.

Для реалізації мети і перевірки гіпотези дослідження необхідно було розв'язати такі завдання:

1. Вивчити стан досліджуваної проблеми в педагогічній теорії і практиці.
2. Сформулювати вимоги до організації системи позакласних годин з фізики, можливість об'єднання фізики з іншими навчальними предметами.
3. Розробити систему позакласних годин з фізики для учнів на засадах НУШ.
4. Перевірити ефективність запропонованої системи.

Задля розв'язання проблеми мотивації учнів та враховуючи індивідуальні особливості кожної дитини до вивчення фізики на сучасному етапі пропонуємо в класах НУШ впровадити спільно предметні факультативні заняття.

До прикладу, цікавими, на нашу думку, будуть заняття – об'єднання фізики з математикою, географією, навіть музикою чи англійською мовою. Факультатив “Фізика англійською”, на якому дослідження фізичних явищ та процесів проводитиметься англійською мовою в групах. Метою даного факультативу стане формування суто практичних вмінь, зміст яких вийде за межі навчальних програм. Оптимальна кількість учасників 5 – 6. Кожна група включатиме дітей різних рівнів знань двох предметів (фізики та англійської мови). Так, як основною ціллю факультативу вважаємо вивчення фізичних явищ, то на рівні володіння англійською мовою учнів зосереджуватись не будемо. Звернемо увагу на недоцільність проведення експериментів та роз'яснення дослідів рідною мовою, щоб учасники перебували в англійськомовному середовищі під час практичних занять факультативу. Саме це дозволить опосередковано оволодіти двома навчальними дисциплінами одночасно.

Стверджуємо, що організація позаурочної роботи базується на принципах:

- добровільності, тому що учні можуть обирати заняття за інтересами.
- розвитку ініціативи та самодіяльності учнів, винахідливості та технічної творчості. Учні мають отримувати завдання пошукового, практичного характеру.

- зв'язку з навчальною роботою. Позаурочна робота повинна бути логічним продовженням навчально-виховної роботи, яка здійснюється на уроках [4].

- використанні STEM технологій. Це поєднання фізики з іншими дисциплінами задля цілісного сприйняття навколишньої дійсності.

Як нами було зазначено раніше, факультативні заняття є однією з форм організації позакласної діяльності на засадах нової української школи. Відмітимо, що їх проводять за спеціальними програмами, що затверджені МОН України. Щодо інших форм організації позакласної роботи з фізики, вважаємо самостійне виконання учнями НУШ однакових за змістом завдань без контакту з однокласниками важливими також. Індивідуальна позаурочна форма роботи завжди матиме місце в навчально-виховному процесі. Це самостійні розв'язування задач, підготовка до захистів наукових рефератів чи наукових робіт, презентацій, виконання фізичних експериментів в домашніх умовах, виготовлення приладів, а також, підготовка до олімпіад. Робота з обдарованими

учнями – це безпосередньо про індивідуальну освітню траєкторію на засадах НУШ.

Що ж до організації групової позаурочної роботи з фізики? Окрім факультативних занять звертаємо увагу на фізичні гуртки, творчі групи (МАН), екскурсії, семінарські заняття, практикуми та ін. Якщо творчі групи комплектуються дітьми за інтересами в певній галузі фізики задля продуктивного пошукового розвитку в Малій Академії наук, то екскурсії створюють звичайну зацікавленість у вивченні предмета. Вони допомагають організувати пізнання навколишнього світу в неформальній обстановці. Семінарські заняття доцільно використовувати для старшокласників. Адже, підготовка доповідей, творчих робіт, розв'язування задач та диспути розкривають потенціал випускника якнайкраще, проблемні запитання та обмін думками формують майбутнього абітурієнта, пошуковця, який зможе самостійно виконувати дослідницькі роботи, застосовувати знання, уміння та навички на практикумах. Звичайно, вчителями – практиками організуються і конференції, зустрічі з відомими науковцями, конкурси, предметні тижні, ігри та змагання, що є формами масової позаурочної роботи. Дані заходи підвищують інтерес учнів та пришвидшують темпи вивчення визначених тем.

Отже, організація позаурочної роботи з фізики на засадах нової української школи має мати своє підґрунтя сьогодні через відсутність досвіду досліджуваної проблеми. Нова формація вимог щодо організації системи позакласних годин з фізики висвітлює можливість об'єднувати фізику з іншими навчальними предметами. Система позакласних годин з фізики на засадах НУШ створить в учнів цілісне уявлення про природні процеси та техніку, а перевірка ефективності запропонованої системи дозволить нам звертатись в МОН для затвердження авторських позакласних програм з фізики.

Список використаних джерел:

1. Внеурочная работа по физике. Под ред. О.Ф. Кабадрина. М. : Просвещение, 1983. 223 с.
2. Савченко В.Ф., Бойко М.П. та ін. Методика навчання фізики в середній школі (Загальні питання) : конспект лекцій. Чернівці : ЧДПУ, 2003. 100 с.
3. Основы методики преподавания физики в средней школе / ред. Ф. В. Перышкина и др. М. : Просвещение, 1984. 398 с.
4. Ткаченко О.К., Федьович М.В., Моргун Г.В. Позакласна робота з фізики. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 198 с.
5. Система внеклассной работы по физике в средней школе / ред. З.В. Сычевской. К. : Рад. школа, 1971. 240 с.

In 2022, NUS pilot classes began their studying in secondary school. The New Ukrainian School is a key reform of the Ministry of Education and Science. The main objective is to create a school that will be pleasant to go to and will provide the students not only with knowledge, as is the case now, but also with the ability to apply

it in real life. In this thesis, it was studied the organization of extracurricular activities of physics in the new Ukrainian school. It should have its basis today due to the lack of experience in such a problem. The new requirements for the organization of extracurricular physics classes highlight the possibility of combining physics with other subjects. The system of extracurricular physics classes for students on the basis of NUS will create a holistic view of students' natural processes and techniques. Checking the effectiveness of the proposed system will allow us to contact the Ministry of Education and Science for special programs.

Keywords: *New Ukrainian school, the organization of extracurricular activities, physics with other subjects, the Ministry of Education and Science, special programs.*

УДК 37.014.5/[377+378.14.015.62]:37.03:004

Смалько О. А., кандидат педагогічних наук, доцент

НОВІ МОЖЛИВОСТІ РОЗВИТКУ ЦИФРОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ЗАКЛАДІВ ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ ТА ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ

В статті аналізуються можливості для формування і розвитку цифрових компетентностей здобувачів освіти закладів професійно-технічної та фахової передвищої освіти, що є нагальною потребою сьогодення. На допомогу випускникам відповідних педагогічних спеціальностей невдовзі придуть випускники другого (магістерського) рівня вищої освіти, що успішно виконали освітньо-наукову програму за спеціальністю "Комп'ютерні науки".

Ключові слова: *цифрова компетентність, цифрові навички, цифрова грамотність, професійно-технічна освіта, фахова передвища освіта.*

Для прогресивного розвитку цифрового суспільства потрібно постійно покращувати цифрові компетентності його громадян. Практично кожний мешканець планети якщо не є активним користувачем сучасних цифрових благ, то принаймні є дотичним до окремих цифрових можливостей, що покращують його життя, спрощують роботу по виконанню професійних обов'язків або забезпечують ефективну інтеграцію в інформаційне суспільство. Тому без виключення всі люди можуть прагнути досягнути бажаного рівня цифрової грамотності, використовуючи для цього всі доступні можливості.

Здебільшого цифрова компетентність формується у людей шляхом самонавчання та/або через різні форми здобуття освіти. Навчаючись впродовж життя, людина за наявності бажання постійно збагачує і вдосконалює поряд з іншими й свої цифрові навички, досить часто їй у цьому допомагають кваліфіковані фахівці.

В школах, у професійно-технічних закладах, у коледжах, в університетах –

скрізь, де проводяться освітні реформи, інтегруються ефективні парадигми глобальної комп'ютерної освіти в українські реалії, потрібні спеціалісти, здатні фахово й доступно навчати молодь і дорослих цифровим технологіям. Стандартизація освіти сприяє унормуванню освітнього процесу, а також притоку у вітчизняні установи мотивованих учнів і висококваліфікованих працівників.

Нещодавно, 28 квітня 2022 року, було затверджено стандарт вищої освіти зі спеціальності 122 "Комп'ютерні науки" для другого (магістерського) рівня [7]. В ньому зазначається, що здобувачі освіти після виконання освітньо-наукової програми з цієї спеціальності повинні мати здатність планувати та виконувати наукові дослідження у сфері комп'ютерних наук, а також здатність провадити науково-педагогічну діяльність у закладах вищої освіти. Також у пояснювальній записці до стандарту прописано, що магістри-випускники спеціальності "Комп'ютерні науки" можуть працювати за певними професіями (згідно з Національним класифікатором професій ДК 003:2010), у числі яких наводяться наступні: наукові співробітники (обчислювальні системи), наукові співробітники (програмування), викладачі закладів професійної (професійно-технічної) освіти та викладачі закладів фахової передвищої освіти. Отож магістерський рівень вищої освіти фахівцям з комп'ютерних наук тепер відкриває широкі двері як у сферу профільних наукових досліджень (зокрема в закладах вищої освіти), так і в професійно-педагогічну сферу.

Дозвіл на провадження викладацької діяльності дипломованими спеціалістами з комп'ютерних наук очікувано дасть можливість в разі покращити рівень інформатичної підготовки нашої учнівської та студентської молоді. Адже рівень теоретичної обізнаності та професійної компетентності у сферах застосування комп'ютерингу ІТ-фахівців, що здобули магістерський рівень вищої освіти, є значно більшим, ніж у здобувачів педагогічних спеціальностей, освітньо-професійні програми яких переповнені навчальними дисциплінами, покликаними розвивати інші (безумовно також потрібні їм) знання та вміння.

Зважаючи на потреби часу, для всіх громадян України, в тому числі під час здобування ними освіти, державою окреслено пріоритетні напрями та основні завдання з питань розвитку у них цифрових навичок та цифрових компетентностей, підвищення рівня їхньої цифрової грамотності [3], спираючись на досвід країн Європейської спільноти та за її межами [8] задля розвитку національної цифрової економіки та конкурентоспроможності країни на міжнародному рівні. Цифрова компетентність визначена ключовою компетентністю для громадян в умовах нині триваючої четвертої промислової революції, яка вимагає від них розвиненої інформаційної грамотності та медіаграмотності, належних вмінь комунікувати та співпрацювати, навичок створення та використання цифрового контенту, безпечного поведіння в цифровому середовищі [4; с.5-6] для побутових і професійних потреб.

Систематично роботодавці України звертають увагу освітян на необхідність покращення якості професійної невищої освіти, їхні вимоги до працівників дуже часто пов'язуються з володінням технологіями, серед яких значну частку

займають комп'ютерні [1; с.15-16], тому сфера професійно-технічної та фахової передвищої освіти потребує підсилення ролі викладачів, що забезпечують підтримку навчання ІТ-дисциплін. І поява серед викладачів освітніх закладів випускників галузі знань "Інформаційні технології" цьому сприятиме. Але працівники закладів освіти крім теоретичної та практичної готовності викладати свої фахові дисципліни неодмінно повинні ще й добре знати методику їх викладання, вміти керувати власним професійним зростанням і постійно розвивати в себе всі складові професійної педагогічної діяльності, а саме компетентності у плануванні курсів і начальних занять, в організації уроків, у розумінні проблем учнівської та студентської молоді, в евалюації та оцінюванні її навчальних досягнень тощо [6; с. 6-25].

Що стосується випускників педагогічних спеціальностей, котрі зголошуються на викладання ІТ-дисциплін в закладах професійно-технічної і фахової передвищої освіти, то їм варто дотримуватись сформованих в Україні вимог на різних рівнях [5; с. 17-44], вимірах і відповідно до всіх дескрипторів компонентів цифрової компетентності [2; с. 16-41]. Для цього в доповнення до формальної освіти слід додавати неформальну та інформальну освіту, а також невпинно підвищувати свою кваліфікацію, у тому числі опановуючи навчальний матеріал корисних курсів, пропонованих на різних онлайн-платформах. Останнім часом таких курсів і програм стажування можна знайти дуже багато. Є серед них і безплатні. Все це (за належного ставлення педагогічних працівників до виконання своїх професійних обов'язків) сприятиме розвитку цифрових компетентностей здобувачів освіти, яких вони навчатимуть, і, як наслідок, в недалекій перспективі покращить якість людського капіталу нашої країни.

Список використаних джерел:

1. Ковтунець В.В., Лондар С.Л., Мельник С.В., Кастель-Бранко Е. Вимоги ринку праці України до освіченості працівників. URL: https://drive.google.com/file/d/16XFawOBXPQzTQCYvSQ_5-yihshCUrNnP.
2. Концептуально-референтна Рамка цифрової компетентності педагогічних й науково-педагогічних працівників. Проект. URL: https://osvita.diia.gov.ua/uploads/0/2629-frame_pedagogical.pdf.
3. Концепція розвитку цифрових компетентностей. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/167-2021-p>.
4. Опис рамки цифрової компетентності для громадян України. URL: https://osvita.diia.gov.ua/uploads/0/2316-for_citizens_2.pdf.
5. Опис цифрової компетентності педагогічного працівника. Проект. URL: <https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/27905/1/digital%20comp%20teacher%20Morze.pdf>.
6. Рамка безперервного професійного розвитку вчителів. URL: https://drive.google.com/file/d/1GP4n_Pk7VjaieaHAKgHoQMYoyjEcksou.

7. Стандарт вищої освіти України другого (магістерського) рівня галузі знань 12 Інформаційні технології, спеціальність 122 Комп'ютерні науки. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/2022/04/28/122-Kompyuterni.nauky-mahistr.393-28.04.22.pdf>.

8. Vuorikari, R., Kluzer, S. and Punie, Y., DigComp 2.2: The Digital Competence Framework for Citizens – With new examples of knowledge, skills and attitudes, EUR 31006 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022. URL: <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC128415>.

The article analyzes the possibilities for the formation and development of digital competencies of applicants for education in vocational education and post-secondary non-tertiary education, which is an urgent need of the present. Graduates of the second (master's) level of higher education who have successfully completed the educational and scientific program in the specialty "Computer Science" will soon come to help graduates of the relevant pedagogical specialties.

Keywords: digital competence, digital skills, digital literacy, vocational education, post-secondary non-tertiary education.

УДК 053

Смірнов В. Р., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Кух А.М.**, доктор педагогічних наук, доцент

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ СУТНОСТІ ЧОРНИХ ДІР

В статті проаналізовано матеріал щодо відкриття астрономічних гравітаційних об'єктів під загальним терміном «чорна діра». Розкрито класифікацію чорних дір, дослідження червоного зміщення зір і скупчень галактик для виявлення таких об'єктів, квантову природу фізичних процесів в чорних дірах.

Ключові слова: чорна діра, гравітація, астрономія, астрофізика

Чорна діра – це об'єкт, гравітація якого настільки сильна, що жодна з частинок не може його покинути. Одностороння межа у просторі-часі навколо чорної діри, яку не здатне перетнути навіть світло, називається горизонтом подій. Вважається, що всередині чорної діри існує сингулярність – нескінченно стиснута область, у якій гравітаційне поле стає нескінченним, а неперервна геометрія простору-часу зникає. Жодний з відомих нам законів фізики у цій точці не буде діяти.

Чорні діри – розповсюджені об'єкти у астрофізиці та мають широкий спектр мас. Найменші з них – чорні діри зоряної маси, які утворюються внаслідок гравітаційного колапсу масивної зірки. Їхня маса лежить у діапазоні

від 5 до 10 сонячних мас. Надмасивні чорні діри з масами від одного мільйона сонячних існують у центрах майже усіх великих галактик.

Сьогодні виокремлюють три типи чорних дір – чорні діри зоряної маси, чорні діри середньої маси та надмасивні чорні діри. Коли зорі, приблизно у 10–30 разів важчі за наше Сонце, спалахують як наднові, їхні центральні частини – ядра, – навпаки, стискаються, внаслідок чого утворюються чорні діри зоряної маси. Такі об'єкти зазвичай є компонентами подвійних зоряних систем. Наше Сонце, врешті-решт, перетвориться на білого карлика, бо має не настільки велику масу, щоб закінчити своє життя як чорна діра. Чорні діри надвеликої маси (або ж надмасивні чорні діри), як від 1960-х років – часу відкриття квазарів – вважають сучасні астрономи, лежать у центрах більшості галактик Всесвіту, зокрема й нашої Галактики. Найзагадковішою для спостережень залишається проміжна група – чорні діри середньої маси (масою від 100 до 100 тисяч сонячних мас). Визначити їхнє приблизне розташування можна за спалахом рентгенівського випромінювання на доті спокійній ділянці зоряного неба, який свідчить про те, що чорна діра середньої маси поглинула зорю, котра «необачно» до неї наблизилася. Ще один доказ реальності таких чорних дір – реєстрація гравітаційних хвиль. Одне з нещодавніх великих наукових відкриттів полягало в реєстрації гравітаційних хвиль від злиття двох чорних дір, яке призвело до утворення чорної діри масою 142 маси Сонця.

Саме поняття «чорна діра» вперше ввів у 1967 році Джон Арчибалд Вілер, в публічній лекції «Наш Всесвіт: відоме і невідоме». Але теоретичні дослідження були ще задовго до нього.

Першим, хто припустив існування чорного невидимого об'єкту був англієць Джон Мічелл. Він, у 1784 році, розрахував, що для об'єкту з радіусом 500 радіусів сонця та густиною як у Сонця друга космічна швидкість буде дорівнювати швидкості світла. Для спостерігача такий об'єкт буде невидимим, тому що світло не зможе покинути його. Але його гіпотеза не була широко розголошена, а ніж гіпотеза Лапласа.

Наступний хто теоретично вивів існування невидимого об'єкту був Лаплас. У 1795 році, у своїй книзі «Виклад систем світу» він писав: «Зірка з густиною, рівною густині Землі і діаметром у 250 раз більшим за діаметр Сонця, не дає ні одному світловому променю досягнути нас через своє тяжіння; тому напевно, що найяскравіші небесні тіла у Всесвіті опиняються з цієї причини невидимими». Його розрахунки базувалися на формулі другої космічної швидкості, яка була вирахована з теорії тяжіння Ньютона. Але після виходу книжки Лапласа, у XVIII – XIX столітті більше нікого не цікавили невидимі зірки.

На початку XX століття, науковці зрозуміли, що усі винайдені теорії не інваріантні, тому вони поставили перед собою задачу перетворити їх. Для того щоб можна була переходити з однієї інерціальною системи до іншої.

Першим, хто взявся за це був Г. Лоренц. Він запропонував нову систему перетворень просторово-часових координат. Першими законами, яких

торкнулися зміни, були закони електродинаміки, а саме рівняння Максвелла, яке тепер могло бути інваріантним.

Потім, ідею Лоренца підхопив А. Пуанкаре, який припустив, що усі інші закони теж інваріантні до просторово – часових перетворень.

Усі знання накопичені Лоренцом і Пуанкаре, були відображені у спеціальній теорії відносності (СТВ) А. Ейнштейна. Але ньютонівська теорія тяжіння не була Лоренц – інваріантною, тому вона не могла бути застосована до тіл зі світловою швидкістю. Однак Ейнштейн вивів нову, релятивістську теорію тяжіння, яка отримала назву – загальна теорія відносності (ЗТВ). Саме на ній базуються сучасні теорії про чорні діри.

В Ейнштейна загальна теорія відносності, гравітаційне червоне зміщення – це явище, яке, коли фотон рухається вгору через гравітаційна свердловина він втратить енергію. Ці втрати енергії спричиняють зменшення частоти фотона, що рівнозначно спричиняє збільшення довжини хвилі фотона або «червоний зсув» під час руху через середовище. Як результат, якщо два годинники працюють з різними гравітаційними потенціалами, очікується, що годинник із вищим гравітаційним потенціалом буде «тикати» швидше, тобто він матиме вищу виміряну частоту, ніж годинник з меншим гравітаційним потенціалом.

Гравітаційне червоне зміщення є простим наслідком Ейнштейна принцип еквівалентності (що сила тяжіння та прискорення рівнозначні) і був виявлений Ейнштейном за вісім років до повної теорії відносності [8].

Спостереження гравітаційного червоного зміщення в Сонячній системі є одним із таких класичні тести загальної теорії відносності. Гравітаційні червоні зміщення є важливим ефектом в супутникових навігаційних системах, таких як GPS. Якби не враховувались ефекти загальної теорії відносності, такі системи взагалі не працювали б. Вимірювання гравітаційного червоного зсуву до високої точності за допомогою атомні годинники може слугувати тестом на симетричність Лоренца та направляючим пошуком темна матерія.

Кілька експериментаторів спочатку стверджували, що ідентифікували ефект за допомогою астрономічних вимірювань, і ефект вважався остаточно визначеним у спектральних лініях зірки Сіріус Б від W.S. Адамс у 1925 році [1]. Однак вимірювання Адамса критикували як занадто низькі [1][2] і ці спостереження зараз вважаються вимірами спектрів, непридатних для використання через розсіяне світло від первинного, Сіріус А [2]. Перше точне вимірювання гравітаційного червоного зсуву білого карлика було зроблено Поппером в 1954 році, вимірюючи гравітаційне червоне зміщення 21 км / с 40 Еридани В [2].

Червоний зсув Сіріуса виміряв Грінштейн та ін. в 1971 р., отримавши значення гравітаційного червоного зміщення 89 ± 19 км/с, з більш точними вимірами за допомогою космічного телескопа Хаббла, що показує $80,4 \pm 4,8$ км/с.

В даний час вважається, що ефект був остаточно підтверджений експериментами Фунт, Ребка і Снайдер між 1959 і 1965 рр. Експеримент Паунда – Ребки 1959 р. виміряв гравітаційне червоне зміщення в спектральних лініях за

допомогою наземного ^{57}Fe гамма джерело на вертикальній висоті 22,5 метра [3]. Ця робота була першим визначенням гравітаційного червоного зсуву, в якому використовувались вимірювання зміни довжини хвилі фотонів гамма-випромінювання, Ефект Мессбауера, який генерує випромінювання з дуже вузькою шириною лінії. Точність вимірювань гамма-випромінювання зазвичай становила 1%.

Покращений експеримент був проведений Паундом і Снайдером в 1965 році з точністю, кращою ніж рівень 1% [4].

Дуже точний експеримент із гравітаційним червоним зміщенням був проведений в 1976 році [5], де водень мазер годинник на ракеті був випущений на висоту 10 000 км, і його швидкість порівняно з однаковим годинником на землі. Він перевірив гравітаційне червоне зміщення до 0,007%.

Пізніші тести можна зробити за допомогою Системи глобального позиціонування (GPS), який повинен враховувати гравітаційне червоне зміщення в своїй системі хронометражу, і фізики проаналізували дані хронометражу з GPS для підтвердження інших тестів. Коли був запущений перший супутник, він показав прогнозований зсув у 38 мікросекунд на день. Такого рівня невідповідності достатньо, щоб суттєво погіршити функцію GPS протягом годин, якщо це не враховано. Чудовий опис ролі загальної теорії відносності в розробці GPS можна знайти в Ashby 2003 [6].

Джеймс В. Бролт, аспірант Роберт Діке в Принстонській університет, виміряв гравітаційне червоне зміщення Сонця за допомогою оптичних методів в 1962 році.

У 2011 році група Радека Войтака з Інституту Нільса Бора з Університету Копенгагена зібрала дані з 8000 скупчень галактик і виявила, що світло, що надходить від центрів скупчення, як правило, зміщується в червоний колір порівняно з краями скупчення, що підтверджує втрати енергії через до сили тяжіння [7].

Квантова механіка чорних дір була розроблена в основному в 1920-х роках, і її основною метою було опис дуже маленьких часток матерії, таких як атоми. Розробка квантової механіки призвела до розмивання таких базових понять фізики, як точне положення індивідуальної частки: виявилось, наприклад, що стан електрона при його русі навколо атомного ядра не може бути точно визначено. Замість цього електронам були приписані так звані орбіти, на яких їх дійсні положення можуть бути визначені тільки в імовірнісному сенсі. Для наших цілей, однак, важливо не переходити до цієї – ймовірнісної – сторони справи занадто швидко. Візьмемо найпростіший приклад: атом водню. Він може знаходитися в певному квантовому стані. Найпростіше стан водневого атома, називається основним, – це стан з найменшою енергією, і ця енергія точно відома. В більш загальному сенсі, квантова механіка дозволяє нам (в принципі) знати стан будь квантової системи абсолютно точно.

Термодинаміка чорних дір – феноменологічний розділ фізики чорних дір, що виник на початку 1970-х внаслідок виявлення аналогій у математичному описі деяких властивостей чорних дір із законами термодинаміки.[9]

Чотири закони, які описували основні властивості чорних дір, були сформульовані і обґрунтовані у 1973 році у спільній статті Джеймса Бардіна, Брендона Картера та Стівена Гокінга «Чотири закони механіки чорних дір» (англ. The Four Laws of Black Hole Mechanics) [4; 5].

Нульовий закон стверджує, що поверхнева гравітація на горизонті подій чорної діри є сталою.

Перший закон встановлює зв'язок між зміною маси, площею горизонту подій, кутового моменту і заряду чорної діри при впливі на неї

$$dE = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega dJ + \Phi dQ,$$

Другий закон є теоремою Гокінга про площу горизонту подій і стверджує, що площа горизонту подій не може зменшуватись.

$dA \geq 0$ При зіткненні двох чорних дір, кінцева площа горизонту подій буде більшою, ніж сума площ початкових горизонтів:

$A_3 > A_1 + A_2$ Третій закон стверджує, що не існує способу, неважливо наскільки ідеалізованого, яким можливо було б зменшити поверхневу гравітацію на горизонті подій до нуля.

Ці чотири основні властивості чорних дір є аналогічними до законів термодинаміки, при цьому температурі відповідає поверхнева гравітація на горизонті подій, енергії – маса чорної діри, ентропії – площа горизонту подій [6, 7].

Маса найменших чорних дір становить від 5 до 15 сонячних. Коли у такі об'єкти потрапляє матеріал, вони створюють спалахи випромінювання. Аналізуючи їх, дослідники можуть отримати важливу інформацію про фізику акреції, тобто падіння речовини на компактний об'єкт, що є найефективнішим способом перетворення маси на енергію. Астрономи виділяють три стани акреції під час таких спалахів: спокійний, м'який та жорсткий. Ці стани залежать від двох основних фізичних компонентів: акреційного диску і корони (гарячої плазми навколо чорної діри). У спокійному стані та на початку спалаху чорні діри, як правило, виробляють відносно жорстке випромінювання, тобто таке, у якому домінують фотони з високою енергією. Потім, коли спалах наближається до своєї пікової яскравості, випромінювання стає м'яким. У ньому переважають фотони з акреційного диску із нижчою енергією. Нарешті, коли інтенсивність спалаху зменшується, випромінювання знову стає жорсткішим, у ньому домінують рентгенівські фотони з корони чорної діри. Після цього система повертається до стану спокою. Дослідників цікавить, чи проходять такий самий цикл акреції надмасивні чорні діри, маса яких перевищує кілька сотень тисяч сонячних.

Список використаних джерел:

1. Альберт Ейнштейн, "Відносність: спеціальна та загальна теорія".
2. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М. : ГИФМЛ, 1960. 392 с.
3. Жданов В.І. Вступ до теорії відносності. К. : ВПЦ "Київський університет", 2008. 290 с.
4. Загальна теорія відносності: випробування часом. К. : ГАО НАН України, 2005. 288 с.
5. Кауфман У. Дж. Космические рубежи теории относительности. М. : Мир, 1981. 352 с.
6. Лаплас П'єр-Симон (1796). Система світу (переклад англійською мовою 1809). Лондон: Річард Філліпс. С. 366-368.
7. Майкл Фінкел. Пожирач зірок. National Geographic. 2014. Т. 144, вип. № 3 (12). С. 34-45.
8. Новиков И. Д. Чёрные дыры и Вселенная. М. : Наука, 1985. 192 с.
9. Новиков И.Д., Фролов В.П. Физика чёрных дыр. М. : Наука, 1986. 328 с.

The article analyzes material related to the discovery of astronomical gravitational objects under the general term "black hole". The classification of black holes, the study of the redshift of stars and galaxy clusters to detect such objects, and the quantum nature of physical processes in black holes are revealed.

Keywords: black hole, gravity, astronomy, astrophysic.

УДК 373.5.016:51.

Степанюк С.П., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Сморжевський Ю.Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент

ПРО МЕТОДИКУ ВИВЧЕННЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН В ПРОСТОРІ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

Розроблено методику вивчення перпендикулярності прямих і площин в просторі в курсі математики 10 класу на рівні стандарту, яка встановлена діючим підручником з стереометрії і яка, як свідчать результати експерименту, є ефективною.

Ключові слова: взаємне розміщення прямих і площин в просторі, рівневе навчання, стереометрія.

На зламі століть вітчизняна освіта виходить на якісно новий етап свого розвитку, характерними рисами якого є розбудова освіти на нових прогресивних концепціях, запровадження у навчально-виховний процес сучасних педагогічних та інформаційних технологій, науково-методичних досягнень. Розвиток національної школи, ставлення критеріїв державних освітніх стандартів, оновлення змісту

навчальних курсів вимагають нових ефективних підходів до визначення та організації її структури.

Тема «Взаємне розміщення прямих і площин в просторі» в курсі стереометрії має важливе значення в загальному розвитку дитини. При вивченні цієї теми узагальнюються та систематизуються знання учнів про прямі та площини, поглиблюються історичні знання з математики, продовжують формуватись навички роботи над теоремою [4].

В учнів формується: здатність самостійно аналізувати ситуацію, швидко адаптуватись до нових умов, уміння використовувати набуті знання, графічні навички (правильно і гарно виконувати малюнок); розвивається: інтерес до геометрії, геометрична і просторова уява, здатність аналізувати і робити обґрунтовані висновки, культура усної і письмової математичної мови.

Загалом, вивчення теми «Взаємне розміщення прямих і площин в просторі» в курсі стереометрії робить суттєвий внесок у розвиток логічної культури учнів [5].

Питанням методики вивчення даної теми займалися відомі методисти, а саме: Аргунов Б.І., Атанасян Л.С., Бевз В.Г., Бевз Г.П., Бурда М.І., Бутузов В.Ф., Касьяненко М.О., Колягін Ю.М., Лоповок Л.М., Маркушевич А.І., Метельський М.В., Нагібін Ф.Ф., Саранцев Г.І., Слепкань З.І., Тесленко І.Ф. та ін. Однак, у зв'язку з переходом середніх загальноосвітніх навчальних закладів на нові підручники з геометрії для 10 класу ([1], [2], [3]), дана методика застаріла. Тому виникає необхідність розробити методику вивчення взаємного розміщення прямих і площин в просторі, яка б відповідала діючим підручникам.

Нами розроблена методика вивчення паралельності прямих, паралельності прямих і площин, паралельності площин, перпендикулярності прямих, перпендикулярності прямих і площин і перпендикулярності площин для звичайних середніх загальноосвітніх шкіл і шкіл та класів з поглибленим вивченням математики. Крім того, для вивчення згаданих тем ми розробили рівневі завдання, які дадуть можливість вчителям математики успішно здійснювати чотирьох рівневе навчання і об'єктивно користуватися 12-бальною шкалою оцінювання навчальних досягнень учнів.

Наведемо зразки таких рівневих завдань.

Перпендикулярність прямих і площин

I рівень

З точки M до площини проведено перпендикуляр і похилу, кут між якими 60° . Знайдіть довжину перпендикуляра, якщо довжина похилої 20 см.

II рівень

Площина α перпендикулярна до катета AC прямокутного трикутника ABC і ділить його у відношенні $m:n$. У якому відношенні площина α ділить гіпотенузу AB ?

III рівень

Через вершину кута B , який дорівнює 30° , прямокутного трикутника ABC з гіпотенузою $AB=4$ см проведено перпендикуляр BM завдовжки 3 см до площини трикутника. Знайдіть довжину відрізка AM і відстань від точки M до сторони AC трикутника.

IV рівень

Більша основа рівнобічної трапеції дорівнює 50 см, а її діагоналі перпендикулярні до бічних сторін. Точка віддалена від площини трапеції на відстань 60 см і рівновіддалена від її вершин. Знайдіть відстань від цієї точки до вершин трапеції.

Ефективність розробленої методики вивчення взаємного розміщення прямих і площин перевірялась експериментально.

Проаналізувавши результат експерименту, можемо зробити висновок, що розроблена методика:

- сприяє всебічному розвитку учня;
- відкриває перед вчителем широкі можливості використання колективної розумової діяльності;
- розширює можливості навчального процесу;
- сприяє кращому усвідомленню учнями геометричних понять;
- є одним із засобів економії і раціонального використання часу на уроці.

Список використаних джерел:

1. Білянina О.Я., Білянin Г.І., Швець В.О.. Геометрія 10 кл. : підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Київ : «Генеза», 2010. 142 с.
2. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А.. Геометрія 10 кл. : підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Київ : «Зодіак-ЕКО», 2010. 105 с.
3. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Геометрія 10 кл. : підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Київ : «Генеза», 2010. 117 с.
4. Бевз Г.П. Методика викладання математики : навч. посібник. Київ : «Вища школа», 1989. 367 с.
5. Смoржевський Л.О., Смoржевський Ю.Л. Стереометрія. Дидактичні матеріали та тематичні перевірочні роботи для рівневого навчання. Кам'янець-Подільський : «Абетка-НОВА», 2002. 68 с.

A methodology for studying the perpendicularity of lines and planes in space in the 10th grade mathematics course at the standard level has been developed, which is established by the textbook on stereometry and which, as testified by the results of the experiment, is effective.

Key words: *mutual location of lines and planes in space, equal learning, stereometry.*

УДК 004.62

Стефура Ю.О., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Пилипюк Т.М.**, кандидат фізико-математичних наук,
доцент

ПОБУДОВА АСИМЕТРИЧНОГО АЛГОРИТМУ ШИФРУВАННЯ ДАНИХ

У статті розкрито актуальність застосування методів шифрування інформації та принцип дії асиметричного шифрування даних. Визначено найбільш ефективні алгоритми асиметричного шифрування. Зроблено відповідні висновки.

Ключові слова: шифрування даних, асиметричний алгоритм, ключ шифрування, ключ дешифрування.

Вступ. Різноманітність та складність завдань інформаційної безпеки, які вирішуються у процесі розвитку інформаційних технологій, постійно зростають. Сучасні рішення багатьох завдань захисту неможливо уявити без використання криптографічних методів. Серед численних проблем забезпечення інформаційної безпеки, які вирішуються за допомогою криптографічних методів та засобів, завдання забезпечення цілісності та надійності передачі інформації на сьогоднішній день є однією з найактуальніших. Особливо актуальною вона є у фінансовій сфері, оскільки для функціонування електронної платіжної системи умовою є зберігання цілісності та вірогідності всіх документів. За останні три десятиліття метод асиметричного шифрування отримав широкий розвиток і займає майже те саме місце, що й блочне симетричне шифрування даних.

Початок асиметричного шифру було покладено в роботі «Нові напрямки в сучасній криптографії» Діффі та Геллмана, опублікованій в 1976 році. Ця робота не лише істотно змінила криптографію, але й призвела до появи розвитку нових напрямів у математиці. Вона поклала початок криптографії з відкритим ключем та теорії криптографічних протоколів.

Угода про ключ Діффі-Хеллмана забезпечила перше практичне вирішення проблеми розподілу ключів, дозволивши двом сторонам, які ніколи не зустрічалися задалегідь і не ділилися матеріалами для ключа, створити спільний секрет шляхом обміну повідомленнями по відкритому каналу [1, с. 515].

Сьогодні асиметричні алгоритми застосовуються для створення електронних підписів, для підтвердження авторства та цілісності даних, ідентифікації та автентифікації користувачів, захисту електронних документів.

Основна частина. Асиметричні алгоритми шифрування – алгоритми шифрування, які використовують різні ключі для шифрування та розшифрування даних. Головне досягнення асиметричного шифрування в тому, що воно дозволяє людям, що не мають існуючої домовленості про безпеку, обмінюватися секретними повідомленнями. Необхідність відправникові й

одержувачу погоджувати таємний ключ по спеціальному захищеному каналу цілком відпала. Процедура шифрування обрана так, що вона необоротна навіть по відомому ключу шифрування. Тобто, знаючи ключ шифрування й зашифрований текст, неможливо відновити вихідне повідомлення – прочитати його можна тільки за допомогою другого ключа – ключа дешифрування. А раз так, то ключ шифрування для відправлення листів якій-небудь особі можна взагалі не приховувати – знаючи його однаково неможливо прочитати зашифроване повідомлення. Тому, ключ шифрування називають в асиметричних системах «відкритим ключем», а ключ дешифрування, який одержувачеві повідомлень необхідно тримати в секреті – називається «закритим ключем». Алгоритми шифрування й дешифрування створюються так, щоб знаючи відкритий ключ, неможливо було обчислити закритий ключ.

Будь-яку інформацію, зашифровану за допомогою відкритого ключа можна розшифрувати лише застосовуючи той самий алгоритм, але з використанням відповідного приватного ключа. Також всю інформацію, зашифровану за допомогою приватного ключа, можна розшифрувати лише за допомогою відповідного відкритого ключа. Це означає, що немає необхідності хвилюватись за передачу ключа, відкритий ключ повинен бути публічним. Але асиметричне шифрування є значно повільнішим від симетричного. Також потребує значно більше обчислювальної потужності як для шифрування, так і для розшифрування інформації.

Алгоритми асиметричного шифрування, так само як і симетричного, застосовують для шифрування масивів даних, але їхня швидкість значно нижча. Основне призначення асиметричних алгоритмів – забезпечення ефективного функціонування сучасних криптосистем. Саме ці алгоритми покладено в основу задач автентифікації користувачів, контролю цілісності інформації, унеможливлення відмови від авторства чи факту одержання даних тощо.

Асиметричне шифрування вирішує основну проблему симетричного методу, при якому для кодування та відновлення даних використовується один і той самий ключ. Якщо передати цей ключ незахищеними каналами, він може перехопити дані й отримати доступ до зашифрованих. З іншого боку, асиметричні алгоритми набагато повільніші за симетричні, тому в багатьох криптосистемах застосовуються і ті, й інші.

Також асиметричні алгоритми застосовуються для створення електронних підписів для підтвердження авторства та (або) цілісності даних. При цьому підпис генерується за допомогою закритого ключа, а перевіряється за допомогою відкритого.

Схема передачі даних між двома суб'єктами (А і Б) з відкритим користуванням ключа виглядає так:

- суб'єкт А генерує пару ключів, відкритих і закритих (публічний і приватний);
- суб'єкт А передає відкритий ключ суб'єкту Б. Передача може здійснюватися незахищеними каналами;

- суб'єкт Б шифрує пакет даних за допомогою отриманого відкритого ключа і передає його А; передача може здійснюватися незахищеними каналами;
- суб'єкт А розшифровує отриману від Б інформацію за допомогою секретного, закритого ключа (рисунок 1).

У такій схемі перехоплення будь-яких даних, що передаються незахищеними каналами, не має сенсу, відновити вихідну інформацію можливо тільки за допомогою закритого ключа.



Рис 1. Принцип дії асиметричного шифрування

Серед найбільш ефективних алгоритмів асиметричного шифрування можна визначити такі [2, с. 57-73]:

- RSA (абревіатура від Rivest, Shamir та Adelman, сімейство творців алгоритму) – алгоритм, в основі якого лежить визначальна складність факторизації (розкладання на множники) великих чисел. Змінюється в захищених протоколах SSL та TLS, стандартах шифрування, наприклад у PGP та S/MIME, і так далі. Використовується і для шифрування даних, і для створення цифрових підписів.

- DSA (Digital Signature Algorithm, «алгоритм цифрового підпису») – алгоритм, заснований на складності розрахунку дискретних логарифмів. Використовується для створення цифрових підписів. Є частиною стандарту DSS (Digital Signature Standard, стандарт цифрової підписи).

- Схема Ель-Гамалія – алгоритм, заснований на складності обчислення дискретних логарифмів. Застосовується як для шифрування, так і для створення цифрових підписів.

- ECDSA (Elliptic Curve Digital Signature Algorithm) – алгоритм, що ґрунтується на складності розрахунку дискретного логарифму в групі точок еліптичної кривої. Застосовується для генерації цифрових підписів, зокрема для підтвердження транзакцій у криптовалюті Ripple.

Теоретично приватний ключ від асиметричного шифру можна вирахувати, знаючи публічний ключ і механізм, що лежить в основі алгоритму шифрування. Надійними вважаються шифри, для яких це недоцільно з практичної точки зору.

При цьому фактична надійність шифрування залежить в основному від тривалості ключа та складності рішення задачі, що лежить в основі алгоритму

шифрування, для існуючих технологій. Щоб продуктивність обчислювальних машин постійно зростала, довжину ключів необхідно час від часу збільшувати.

Висновки. Асиметричні алгоритми шифрування – алгоритми шифрування, які використовують різні ключі для шифрування та розшифрування даних. Головне досягнення асиметричного шифрування в тому, що воно дозволяє людям, що не мають існуючої домовленості про безпеку, обмінюватися секретними повідомленнями. Алгоритми асиметричного шифрування, так само як і симетричного, застосовують для шифрування масивів даних, але їхня швидкість значно нижча. Основне призначення асиметричних алгоритмів – забезпечення ефективного функціонування сучасних криптосистем.

Сучасне суспільство все більше стає інформаційно обумовленим, успіх будь-якого виду діяльності все сильніше залежить від володіння певними відомостями і відсутності їх у конкурентів. І чим сильніше проявляється зазначений ефект, тим більше потенційні збитки від зловживань в інформаційній сфері, і тим більше потреба в захисті інформації. Сучасні методи шифрування гарантують практично абсолютний захист даних.

Список використаних джерел:

1. Alfred J. Menezes; Paul C. van Oorschot; Scott A. Vanstone (August 2001). *Handbook of Applied Cryptography* (вид. Fifth printing). CRC Press.
2. Захарченко М.В., Онацький О.В., Йона Л.Г., Шинкарчук Т.М. Асиметричні методи шифрування в телекомунікаціях: навч. посіб. Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2011. 184 с.

The article reveals the relevance of information encryption methods and the principle of asymmetric data encryption. The most effective asymmetric encryption algorithms have been determined. Appropriate conclusions have been drawn.

Keywords: data encryption, asymmetric algorithm, encryption key, decryption key.

УДК 053

Фроімчук М.А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Кух А.М.**, доктор педагогічних наук, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙ. ФІГУРИ ХЛАДНІ

В статті розкрито вплив акустичних вібрацій на формування структури матерії. На прикладі дослідження фігур Хладні встановлено частотні і візуальні характеристики акустичних коливань на дисперсну структуру. В історичному ракурсі проаналізовано характер досліджень з акустики і їх практичне застосування.

Ключові слова: акустика, вібрації, коливання, структура, фігури Хладні

З найдавніших часів люди використовували звуки для спілкування. Спочатку, це були звуки, що означали загрозу, заклик, попередження. З плином часу людство придумало вимову. Також, давні люди почали використовувати інструменти для отримання звуків. Наприклад, барабан використовувався як сигнальний інструмент, а також для супроводу ритуальних танців та релігійних обрядів (його звук нагадував звук грому), свистки (попередники духових інструментів) використовувалися для приманювання птахів та звірів під час полювання. Але поступово людство почало використовувати музичні інструменти для створення музики. Інструменти розвивалися. У 20 столітті з'явилися електрогітари, синтезатори та інші музичні інструменти, що перетворюють електричні сигнали у звуки.

Перші спостереження щодо дослідження звуку були проведені у VI ст. до н. е. Видатний філософ Піфагор віднайшов зв'язок між довжиною струни або труби та висотою тону, що видає звук. А у IV ст. до н.е. Аристотель перший здогадався, як поширюються звукові хвилі у повітрі. Він сказав що тіло, що звучить, викликає стиснення та розрідження повітря і пояснив відлуння відображенням звуку від перешкод. Леонардо да Вінчі у XV столітті сформулював припущення незалежності звукових хвиль від різних джерел.

«У 1660 році в дослідах Роберта Бойля було доведено, що повітря є провідником звуку» [5]. У 1700 – 1707 рр. були надруковані мемуари Жозефа Савера по акустиці, опубліковані Паризькою Академією наук. У них Савер дослідив явище конструку органів: коли дві труби органу одночасно звучали, то звук не розділявся а трохи різнився по висоті, та можна було почути періодичні посилення звуку. Савер назвав це періодичним збігом коливань двох звуків. Коли дві труби видавали звук з частотами 36 і 45 коливань за секунду, то четверте коливання першої труби звучало одночасно з п'ятим коливанням другої труби, саме тому звук посилювався. Після багатьох досліджень з іншими інструментами Савер намагався знайти межі сприйняття людського слуху, та встановив 25 коливань на секунду для низьких звуків, і 12800 для високих.

Ньютон, ґрунтуючись на експериментальних роботах Саверу, дав перший розрахунок довжини хвилі звуку яка дорівнює подвоєнню довжини труби.

«У 1880 році французькі вчені брати П'єр та Поль Кюрі зробили відкриття, яке виявилось дуже важливим для акустики. Вони виявили, що якщо кристал кварцу стиснути з двох сторін, то на гранях кристала з'являються електричні заряди. Ця властивість - п'єзоелектричний ефект. І навпаки, Якщо до граней кристала прикласти змінну електричну напругу, то він почне вагатися, стискаючись і розтискаючись» [5].

Також люди завжди прагнули навчитися передавати звукові повідомлення на відстань. Телефон, запатентований у США у 1876 році «Олександром Беллом, називався «говорить телеграф». Трубка Белла служила по черзі і передачі, і прийому людської розмови. У телефоні А. Белла був дзвінок, пізніше він був винайдений колегою А. Белла – Т. Ватсон (1878 рік). Дальність дії цієї лінії не перевищувала 500 метрів».

У 1878 році Томас Едісон запропонував використовувати в телефонних мікрофонах вугільний порошок, тобто винайшов вугільний мікрофон, який практично без змін широко використовувався до початку 1990-х років, а в деяких місцях працює досі.

У наш час, окрім дровотих телефонів, для передачі мови на відстань використовується стільниковий зв'язок, радіостанції, Інтернет.

З 19 століття почав розвиватися звукозапис. У 1857 році де Мартінвіль винайшов фоноавтограф. Пристрій складався з акустичного конуса та вібруючої мембрани, з'єднаної з голкою. «Голка стикалася з поверхнею циліндра, що обертається, покритого сажею. Звукові коливання, проходячи через конус, змушували мембрану вібрувати, передаючи коливання голці, яка прокреслювала у шарі сажі форму звукових коливань» Однак призначення цього пристрою було суто експериментальним – воно не могло відтворювати зроблений запис.

В 1877 Томас Едісон винайшов фонограф, який вже міг відтворювати свій запис. Звук записується на восковому валику у вигляді доріжки, глибина якої пропорційна гучності звуку. При відтворення голка, що рухається канавкою, передає коливання на пружну мембрану, що випромінює звук.

"Грамофон" був винайдений в 1888 Емілем Берлінером. Замість воскового валика використовувалася грамплатівка.

У 1927 році німецький інженер Фріц Пфлеймер після ряду експериментів з різними матеріалами зробив напилення порошком оксиду заліза на тонкий папір за допомогою клею і продемонстрував свій пристрій магнітного запису з паперовою стрічкою публіці. Магнітофонна запис застосовувався аж до кінця 20 століття і був витіснений цифровим записом звуку.

Однак основоположником експериментальної акустики вважається Хладні Ернест Флоренс Фрідріх (30.11.1756-3.07.1827) – німецький фізик. Досліджуючи коливаннями пластин, виявив, що затиснена пластина видавала звуки різної висоти, зважаючи на те, де по ній ударили або проводили смичком. Він вирішив застосувати дрібний пісок для вивчення звукових коливань пластин. Успіх виявився блискучим. На круглій пластині, виходили гарні зіркоподібні фігури. Перші мемуари, що містить опис різноманітних "Хладнієвих фігур", з'явився в Лейпцигу в 1787 р. Результати численних та різнобічних акустичних досліджень, які розміщувалися попередньо в різних наукових німецьких журналах, зібрані Хладні у його класичному "Керівництві акустики".

Хладні вперше відкрив та дослідив повздовжні коливання різних металевих предметів, які могли створювати звук: дзвони, камертони, стержні, струни, пластини. Також описав акустичні фігури (фігури Хладні), які вимальовувались на металевій пластині посипаній піском, коли та піддавалась частотним коливанням. Був першим хто почав вимірювати швидкість поширення звуку в середовищі різних газів. Також Хладні визначив швидкість поширення звуку і в твердих тілах, та вивів пропорційні відношення до швидкості в повітрі. Пояснив чому люди чують відлуння, визначивши в своїх експериментах верхній поріг гучності звуку, який дорівнює 22 000 Гц. Ще він винайшов декілька музичних

інструментів. 1802 року вийшла праця Хладні «Акустика», де він дав систематичний виклад акустики.

Згідно з принципом Арнольда Ернест Хладні – не першовідкривач, вперше появу візерунків спостерігав Роберт Гук. Проте в історію малюнок, що утворюється через стоячу хвилю на пластині носить ім'я Хладні.

Метод відображення фігур Хладні зазвичай використовують при проектуванні і виготовленні музичних інструментів таких як скрипки, гітари та віолончелі, в дефектоскопії та для дослідження виробів у цілому.

«У зв'язку з чим цікаві роботи Хладні Ернста Флоренс Фрідріха, який вивчав вплив звукових хвиль на всіх можливих видах тіл, що звучать. Увагу вчених (і надалі суспільства) привернули роботи з дослідження фігур, що утворюються з піску під впливом звукових хвиль на пластинках, що вагаються.

Мені вдалося знайти засіб, за допомогою якого всілякі види звуків подібних тіл, без домішків інших, можна не лише чути, а й бачити; і тому я сподіваюся повідомленням про ці мої спостереження дати хоч кілька правильних вказівок для більш точного дослідження цього мало розробленого відділу механіки».

У ході експерименту, невелику кількість піску насипали на тонку металеві пластини. Потім Хладні проводив смичком по краю пластини, що створювало певні вібрації/коливання, тобто відбувалося поширення звукової хвилі. Спочатку хаотично лежачий пісок починав самостійно переміщатися по пластині, тим самим утворюючи від простих фігур до найхитріших геометричних візерунків. Вигляд фігур суттєво змінювався залежно від форми та місця кріплення пластини, а також від швидкості, сили та місця дотику смичком та/або пальцем (для затримки коливань та утворення вузла). Так, наприклад, при низьких вібраціях на квадратних платівках спостерігаються найпростіші фігури (хрест, квадрат, коло та і т.д.). У той час як на круглих пластинках – різні зіркоподібні фігури, геометричні візерунки, що утворюються під впливом звуку на піску, були названі фігурами Хладні.

22.10.2021 ми відтворили дослідження Хладні Ернста Флоренса Фрідріха, в лабораторії фізики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Подаючи сигнали різної частоти на низькочастотний динамік спостерігали коливання мембрани. Ці коливання передавались на металеву пластину, від чого та починала входити в резонанс. За насипаним на неї піском, можна було спостерігати фігури Хладні.

Обладнання яке використав для проведення цього досліду: генератор сигналів ГЗ-33: 100 грам просіяного, сухого, дрібнозернистого піску; пластиковий стакан; низькочастотний динамік; металева пластина квадратної форми (товщиною 1 міліметр). Установка представлена на рис. 1.

Вся установка для дослідження фігур Хладні виглядала наступним чином. На лабораторному столі встановлювався генератор сигналів та динамік мембраною догори. Під'єднувався вихід з генератора сигналів до динаміка. Після чого встановлювався пластиковий стакан до динаміка тому, що діаметр верхньої частини стакана ідеально підходив під діаметр мембрани. Саме це

забезпечувало передачу коливань динаміка до дна стакану. Приклеївши металеву пластину рівно по центру до дна стакану, вібрації динаміка передавались на цю ж пластину.

Незначні деформації пластини змінювались точки резонсу на пластині і по фігурам можна було визначити де пластина деформована більше. Також в маленьких вм'ятинах на пластині постійно накопичувалося небагато піску який також можна було побачити на цілісній картині фігур.

Оскільки динамік був низькочастотним (басовим), через це ми починали пошук частот для фігур Хладні з нуля герц, повільно рухаючись до максимуму, який міг видати динамік. Перша фігура, яку побачив була вже на 240 Гц, потім були і інші фігури на таких частотах: 330 Гц; 450 Гц; 540 Гц ; 580 Гц; 680 Гц; 740 Гц; 880 Гц; 920 Гц; 1160 Гц; та 1500 Гц.



Рис. 1. Фізична установка для спостереження фігур Хладні

Список використаних джерел:

1. Звуковий ряд як засіб виразності телеекрана. Поява звукозапису, становлення і розвиток відповідної системи, її функціональні особливості. Історія становлення звуку на телебаченні. Зображально-звуковий образ і вимоги до нього, загальний опис, аналіз головних функцій на телебаченні. URL: http://4ua.co.ua/culture/qa2bc79b4d53a89521206c37_0.html (дата звернення: 02.11.2022).

2. Звукові хвилі. Поширення звуку. Досліди. Майстер - клас «Музичний експеримент в дитячому садку. URL: <https://uofa.ru/uk/zvukovyye-volny-rasprostraneniye-zvuka-opyty-master-klass/> (дата звернення: 02.11.2022).

3. І. Березовська, К. Мінакова Інклюзивне навчання при порушенні слуху: практики викладання природничих наук: навч. посіб. Львів: Простір – М, 2021. 183 с.

4. Практичне застосування фігур Хладні. Досліди, експерименти, теорія, практика, розв'язання задач URL: <https://bogemasamara.ru/uk/prakticheskoe-primeneniye-figur-hladni-opyty-eksperimenty-teoriya/> (дата звернення: 02.11.2022).

5. Ультразвук і його застосування. Теоретичні основи акустики. Народження, характеристика, специфічні особливості, вимірювання і коефіцієнт поглинання звуку. Дифракція світла на ультразвуку в анізотропному середовищі. Схеми і характеристики ультразвукової апаратури. Застосування ультразвуку. URL: http://4ua.co.ua/physics/ra3ac68b5d53a89521206d27_0.html (дата звернення: 02.11.2022).

6. Хто створив гучномовець. Історія розвитку колонок. Історія розвитку акустичних систем. URL: <https://expertsmirnov.ru/uk/gadzhety/kto-sozdal-gromkogovoritel-istoriya-razvitiya-kolonok-istoriya.html> (дата звернення: 02.11.2022).

7. Цікаві факти про смартфони. Найцікавіші факти про телефони (історія, факти та багато цікавого) Цікаві факти про телефон для дітей URL: <https://lolapp.ru/uk/care/interesnye-fakty-o-smartfonah-samye-interesnye-fakty-o-telefonah/> (дата звернення: 02.11.2022).

The article reveals the influence of acoustic vibrations on the formation of the structure of matter. The frequency and visual characteristics of acoustic vibrations on a dispersed structure were established using the example of the study of Khladna figures. The nature of research on acoustics and their practical application are analyzed from a historical perspective

Keywords: acoustics, vibrations, oscillations, structure, figures.

УДК 004.424

Чорний Я.В., здобувач вищої освіти

Щирба В.С., кандидат фізико-математичних наук, доцент

КОМУНІКАЦІЯ ТА МОНІТОРИНГ ПІД ЧАС РОЗРОБКИ ВЕБ-ПРОЕКТІВ

Робота присвячена дослідженню сучасних професійних технологій розробки веб-сайтів підприємств і компаній в умовах висококонкурентного ринку.

Ключові слова: веб-сайт, професіоналізм команди розробників.

Сьогодні веб-розробка є однією з найважливіших вимог для успішного функціонування всіх підприємств і компаній, якщо вони бажають ефективно проводити свою діяльність в умовах висококонкурентного ринку. Надзвичайно важливо мати надійну присутність в Інтернеті через високофункціональні та оптимізовані веб-сайти, які забезпечують легкий доступ і покращений досвід для кінцевих користувачів.

Не дивлячись на те, що перші веб-сайти з'явилися лише три десятиліття тому, у зв'язку зі стрімким переходом до цифрових платформ за останні два десятиліття наявність багатофункціональних веб-сайтів і веб-додатків має вирішальне значення для стимулювання цифрового зростання.

Отже, організаціям потрібен ефективний, високопрофесійний підхід до управління розробкою веб-проектів. Це включає знання мов програмування, фреймворків та бібліотек, створення ефективної команди та вивчення хороших методів управління проектами, що має вирішальне значення для будь-якої організації, оскільки використання веб-сайтів низької якості може створити неприємні ситуації або зламати будь-яку організацію.

Для реалізації успішного веб-проекту потрібне якісне його управління. За всі ці етапи розробки проекту відповідає проектний менеджер. Серед його обов'язків можна зазначити наступний перелік:

- комунікація всередині команди та окремо із замовником;
- планування зустрічей для всіх членів команди, а також із замовником;
- формування самої команди для розробки веб-проекту;
- чіткий розподіл обов'язків, їх моніторинг та контроль;
- створення покрокової документації;
- узгодження всіх ключових етапів із замовником, таких як підготовка до дизайну, прототипування, сам дизайн та сама розробка;
- критика, огляд та додаткове тестування продукту;
- передача проекту замовнику та подальше навчання його команди роботи з веб-проектом.

Варто зазначити, що ефективна реалізація всіх перерахованих обов'язків можливе за умови сукупності підходів та моделей поведінки, орієнтованих на використання ітеративної розробки, часових рамок, динамічне формулювання вимог і забезпечення реалізації ПЗ в результаті взаємодії всередині високо самоорганізованої робочої групи із фахівців різних профілів.

Розробка веб-проекту не починається та не закінчується написанням коду. Фаза підготовки впливає на всі наступні етапи, визначаючи, наскільки продуктивним буде процес розробки. Глибоке та поглиблене виявлення таких аспектів, як вік, стать та інтереси кінцевого користувача, може стати ключем до успіху. Період після запуску досить значний.

Веб-проект повинен бути досить гнучким, щоб мати можливість змінювати свій сайт відповідно до відгуків користувачів або духу часу, пам'ятаючи про те, що не буває незначного етапу розробки веб-проекту.

Веб-розробка має вирішальне значення для бізнесу. Отже, життєво важливо мати повне розуміння процесу веб-розробки та технологічного стеку, необхідного для створення потужних і динамічних веб-сайтів.

Звичайно, ключове значення має рівень кадровий склад команди розробників, її професіоналізм. В цілому, для ефективної веб-розробки не є важливим, яку саме методику обирає ця команда, більш важливим є метод комунікації. Для цього існує безліч інструментів та аплікацій, проте Slack є однією із популярних.

Slack – це програма обміну миттєвими повідомленнями, що розроблений для професійних та організаційних комунікацій [5]. Користувачі можуть спілкуватися за допомогою голосових дзвінків, відеодзвінків, текстових повідомлень, медіа та файлів у приватних чатах або в рамках спільнот, що називаються робочими просторами.

Slack став де-факто стандартом ділового спілкування та співпраці. Команди використовують Slack, щоб спілкуватися одна з одною, ділитися файлами, коментувати ланцюжки та виконувати безліч інших завдань.

Аплікація пропонує багато функцій у стилі IRC, включаючи постійні кімнати чату (канали), організовані за темами, приватні групи та прямі повідомлення.

Розглянемо основні функції програми, що необхідні для ефективної комунікації під час розробки веб-проекту:

Команди

Команди Slack дозволяють спільнотам, групам або командам приєднуватися до «робочого простору» за допомогою певної URL-адреси або запрошення, надісланого адміністратором або власником команди.

Обмін повідомленнями

Загальнодоступні канали дозволяють членам команди спілкуватися без використання електронної пошти або групових SMS (текстових повідомлень).

Спілкування

У березні 2022 року Slack анонсував Huddles, «легкий аудіоспосіб для початку живих розмов».

Інтеграції

Slack інтегрується з багатьма сторонніми службами та підтримує інтеграції, створені спільнотою, зокрема Google Drive, Trello, Dropbox, Box, Heroku, IBM Bluemix, Crashlytics, GitHub, Runscope, Zendesk і Zapier та інші.

API

Slack надає інтерфейс прикладного програмування (API) для користувачів, щоб створювати програми та автоматизувати процеси, такі як надсилання автоматичних сповіщень на основі людського введення, надсилання сповіщень про певні умови та автоматичне створення внутрішніх запитів підтримки.

Slackbot

Slack дозволяє користувачам додавати та налаштовувати чат-ботів, які можуть надсилати сповіщення чи нагадування, надавати власні відповіді на певні фрази тощо.

Однак, існує ще понад сотню інших різних аплікацій та програмних забезпечень для спільної роботи.

Варто визначити, топ-4 інструменти Jira, які можна використовувати для управління проектів:

BigPicture

Має унікальну комбінацію діаграми Ганта, модуля ресурсів та модуля ризиків та знаходяться в одному інструменті для використання як стратегічного підходу, так і мікроуправління.

Структура

Схожий інструмент до попереднього з точки зору «балансу» між модулями, але ближчий до кінця шкали «деталізація». Має багаторівневу ієрархію проблем, структуру розподілу робіт або WBS, команди, багатопроектне середовище, підвищення швидкості.

Розширені дорожні карти

Зроблений для контролю та моніторингу проектів за допомогою довгострокового планування та стратегічного підходу до проектів.

Темп табелів обліку робочого часу

Інструмент управління проектами з упередженим використанням ресурсів та зосередженням на відстеження станів задач.

Іншим інструментом для моніторингу та управління розробкою веб-проектів, може бути Redmine. Це вільний серверний вебзастосунок для управління проектами та відстежування помилок. До системи входить календар-планувальник та діаграми Ганта для візуального представлення ходу робіт за проектом та строків виконання. Redmine написано на Ruby і є застосунком розробленим з використанням відомого веб-фреймворку Ruby on Rails, що означає легкість в розгортанні системи та її адаптації під конкретні вимоги. Для кожного проекту можна вести свої вікі та форуми [6].

Отже, незважаючи на те, що JIRA є програмою із закритим джерелом, вона має більш широкі можливості для роботи з API та більш багатим

інфраструктурою плагінів, які забезпечують більше ресурсів для створення інструментів відповідно до вимог проектів.

Список використаних джерел:

1. Когон К., Блейкмор С., Вуд Д. Керування проектами для «неофіційних» проект-менеджерів. 2018. 240 с.
2. Хігні Д. Основи управління проектами. 2021. 272 с.
3. Мартін Р. Чистий Agile. Назад до основ. Фабула, 2021. 224 с.
4. Sunden J., Hammarberg M. Kanban in Action. 2014. 361 p.
5. Slack URL: <https://slack.com/>.
6. Redmine URL: <https://www.redmine.org/>.

The work is devoted to the study of modern professional technologies for the development of websites of enterprises and companies in the conditions of a highly competitive market.

Keywords: *website, professionalism of the development team.*

Здано в набір 29.12.2022. Підписано до друку 30.12.2022.
Формат 60x84/16. Гарнітура Times. Умов. друк. арк. 7,2
Обл. вид. арк. 7,6. Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32301, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. Огієнка, 61; тел. (03849) 3-06-01
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія КВ № 14707-3678 ПР від 12.12.2008 р.