Міністерство освіти і науки України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

ВІСНИК
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Івана Огієнка
Фізико-математичні науки

Випуск 16

Кам'янець-Подільський
2023

УДК 378(477ю43):51+53](082)
ББК 74.58+22

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14707- 3678 ПР від 12.12.2008 р.

Друкується згідно з ухвалою вченої ради Кам’янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (протокол № 13 від 30 листопада 2023 р.).

Вісник Кам’янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки. Випуск 16. Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2023. 96 с.

ЗМІСТ

УДК 004.771

Басістий М. Ю., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Понеділок В. В.**, кандидат технічних наук

ОГЛЯД ТА ПОРІВНЯННЯ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИВАТНИХ ВІРТУАЛЬНИХ МЕРЕЖ

Дана стаття присвячена огляду та порівнянню технологій приватних віртуальних мереж, і становить частину досліджень в рамках кваліфікаційної роботи. У статті розглядаються ключові аспекти використання приватних віртуальних мереж. Здійснюється огляд та порівняння різних підходів та технічних рішень, спрямованих на забезпечення безпеки та ефективності використання VPN.

Ключові слова: *VPN, OpenVPN, TCP, UDP, IKEv2, IPsec, L2TP, MPLS.*

Огляд та порівняння технологій приватних віртуальних мереж (VPN) є важливим аспектом при виборі оптимального рішення для забезпечення безпеки та конфіденційності передачі даних в мережі.

Метою статті є аналіз різних технологій приватних віртуальних мереж з метою визначення їх переваг, недоліків та відповідності конкретним вимогам і цілям користувачів VPN.

VPN – це узагальнена назва сімейства технологій, які дозволяють створювати віртуальні захищені мережі поверх інших мереж. VPN-тунель, який створюється між двома вузлами, дозволяє приєднаному пристрою чи користувачу бути повноцінним учасником віддаленої мережі і користуватись її сервісами – внутрішніми сайтами, базами, принтерами, політиками виходу в Інтернет. При цьому, розроблені технології VPN при підключенні до певного сервісу, мережі реалізують це через загальні мережі. Щоб даний зв’язок не був порушений, модифікований різним видом зловмисних дій, він обов’язково шифрується, що надає безпечність з’єднання. Технологія VPN дозволяє об’єднати декілька географічно віддалених мереж (або окремих клієнтів) в єдину мережу з використанням для зв’язку між ними непідконтрольних каналів.

VPN маскує користувача, місцерозташування та дії в інтернеті. Коли виконується процес встановлення з’єднання з інтернетом, інтернет-провайдер (ISP) використовує для цього свої сервери. Оскільки VPN встановлює з’єднання через приватний сервер, усі дані, що можуть передаватися з комп'ютера користувача, натомість надходять із мережі VPN.

Постачальники послуг VPN використовують шифрування для «пакування» даних, щоб надійно захистити їх, доки вони не досягнуть місця призначення [1].

VPN в основному буває 2 типів:

1) VPN віддаленого доступу: VPN віддаленого доступу дозволяє користувачеві підключатися до приватної мережі та віддалено отримувати доступ до всіх її послуг і ресурсів. З’єднання між користувачем і приватною мережею

відбувається через Інтернет та є безпечним і приватним. Віддалений доступ VPN корисний як для домашніх користувачів, так і для бізнес-користувачів;

2) VPN між сайтами: Site-to-Site VPN також називається Router-to-Router VPN і зазвичай використовується у великих компаніях. Компанії чи організації, які мають філії в різних місцях, використовують VPN типу «сайт-сайт», щоб підключити мережу одного офісу до мережі в іншому офісі.

Розглянемо декілька технологій (протоколів VPN), які реалізують таке віртуальне з’єднання [2].

OpenVPN – це протокол шифрування VPN із відкритим вихідним кодом, який часто використовують постачальники VPN для захисту з’єднань користувачів «точка-точка» або «сайт-сайт». Протокол OpenVPN корисний у спілкуванні клієнт-сервер, оскільки він допомагає встановлювати надійні з’єднання між клієнтом VPN і сервером VPN. Він використовує шифрування OpenSSL і передає онлайн-дані за допомогою протоколу дейтаграм користувача (UDP) або протоколу керування передачею (TCP). Простіше кажучи, OpenVPN використовує UDP або TCP для встановлення з’єднання між пристроями та серверами. Обидва протоколи досягають подібних речей, але різними способами:

- TCP пропонує більш безпечну та стабільну передачу даних завдяки функціям виправлення помилок;
- UDP не пропонує стабільну передачу даних і функції виправлення помилок, але він швидше.

Більшість провайдерів VPN за умовчанням пропонують OpenVPN через UDP. OpenVPN дозволяє легко налаштувати VPN, а також проксі-сервери, включаючи проксі HTTPS (протокол передачі гіпертексту). Він також працює через NAT (брандмауери трансляції мережевих адрес), які зазвичай встановлюються на інтернет-маршрутизаторах. Ця сумісність є важливою, щоб отримати з’єднання без помилок. Порівняно з іншими протоколами VPN, OpenVPN є відкритим вихідним кодом, що означає, що треті сторони завжди можуть перевірити та покращити, де це необхідно [1].

IKEv2 – Internet Key Exchange Version 2. Цей протокол VPN також називають IKEv2/IPsec, але оскільки IKEv2 ніколи не реалізується без рівня шифрування IPsec, його зазвичай скорочують до IKEv2. Він вважається більш легким і стабільним, ніж OpenVPN, але він доступний лише через UDP, який блокується деякими брандмауерами. IKEv2 є одним із найновіших протоколів, розроблених Microsoft та Cisco, і має значні переваги, зокрема швидкість. Він добре підходить для мобільних пристроїв на всіх платформах.

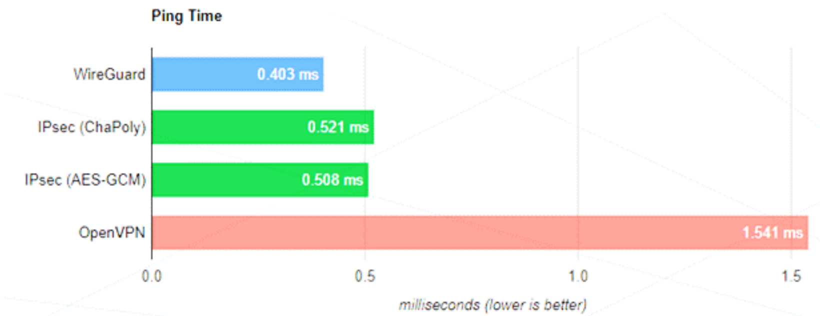
IKEv2 використовується за замовчуванням для нових підключень до VPN у Windows, macOS, iOS. Він швидше і безпечніше за більшість VPN-протоколів і може легко налаштовуватися на стороні клієнта в два кліки без використання сторонніх програм.

IKEv2 автентифікує як ваш пристрій, так і сервер VPN і узгоджує, який тип безпеки буде використовуватися між цими двома об’єктами, у процесі, відомому як асоціація безпеки. Він створює ті самі ключі шифрування, які використовуються для шифрування та дешифрування всіх даних, які проходять через тунель VPN. IKE працює з широко поширеними методами шифрування даних, такими як ISAKMP, SKEME або OAKLEY.

Всі сучасні операційні системи (крім Android) підтримують IPsec IKEv2 прямо з коробки. Не потрібно встановлювати жодні програми, драйвери віртуальних адаптерів TUN/TAP та інше. Все керування VPN проходить із системного меню і налаштування на клієнті можна спростити до трьох рядків:

- Домен – для IPsec домен обов'язковий, тому що для нього випускається SSL-сертифікат;
- Логін;
- Пароль.

Не потрібно більше передавати клієнту файли із сертифікатами та ключами, змушувати його імпортувати кореневі сертифікати до системного сховища. Достатньо логіна та пароля, при цьому з'єднання буде так само надійно захищене [3].



Цей скріншот показує різницю в затримці між IPsec та OpenVPN. При наявних значеннях на зображенні різниця в затримці всього 1 мілісекунда, це небагато, проте якщо надати серйозне навантаження, різниця буде суттєвою.

L2TPv3 – Протокол тунелювання рівня 2 версії 3 – це IETF стандарт, що відноситься до L2TP, який може використовуватися як альтернативний протокол багатопротокольної комутації за мітками (MPLS) для інкапсуляції з багатопротокольним комунікаційним трафік мереж IP. Як і L2TP, L2TPv3 надає послугу псевдопровідної мережі, але масштабується відповідно до вимог оператора зв'язку [4].

MPLS може надати провайдеру інженерію трафіку та маршрутизувати трафік на основі міток, а не заголовків/префіксів L3. Багатопротокольна комутація міток (MPLS) – це техніка маршрутизації в телекомунікаційних мережах, яка спрямовує дані від одного вузла до іншого на основі коротких міток шляху, а не довгих мережевих адрес, таким чином уникаючи складних пошуків у таблиці маршрутизації та прискорюючи потоки трафіку [5].

MPLS – це забезпечення кращої якості спілкування. Це простий спосіб відокремлення типів трафіку, щоб кращі та швидші рішення щодо маршрутизації були доступні для пакетів і програм, які вимагають вищих показників продуктивності через природу даних. Таким чином, програми, які потребують низької затримки (як-от голос і відео), можуть отримати найвищу сприйняту якість. Такий поділ і класифікація трафіку дозволяє маршрутизаторам MPLS на периферії та в центрі мережі отримувати доступ до заздалегідь визначеного шляху (шляху з комутацією міток або LSP) для маршрутизації трафіку виключно на основі критеріїв, визначених у FEC (Forward Error Correction – попередня корекція помилок). Це робить пошук таблиці та маршрутизацію надзвичайно ефективними та продуманими. Користувачі можуть додавати до кожного пакету інформацію, яка визначає спосіб його обробки. Наприклад, компанія, яка потребує підвищеної продуктивності своєї комунікаційної платформи, може використовувати цю технологію для відображення цих міток на шляху з низькою затримкою. Компанії можуть використовувати це, щоб запобігти певним типам комунікаційного трафіку (прикладом є YouTube) від перевантаження життєво важливої пропускної здатності [6].

Отже, підсумовуючи виділимо переваги та недоліки протоколів віртуальних мереж:

OpenVPN. Переваги:

- протокол OpenVPN пропонує чудові функції розблокування, оскільки він може легко обійти будь-який брандмауер, з яким він стикається;
- це дуже безпечний протокол завдяки використанню високоякісних шифрів і 256-бітних ключів шифрування;
- він підтримує широкий спектр пристроїв, включаючи iOS, MacOS, Android, Windows, FreeBSD, OpenBSD, NetBSD, Linux і маршрутизатори;
- забезпечує більш контрольоване з’єднання, оскільки використовує як TCP, так і UDP;
- підтримує Perfect Forward Secrecy.

Недоліки:

- для безперебійної роботи потрібні програми сторонніх розробників;
- труднощі під час ручного налаштування на деяких пристроях і платформах;
- надійне шифрування може призвести до постійного падіння швидкості з’єднання [2].

IKEv2. Переваги:

- простіший в налаштуванні;
- завдяки стандартизації забезпечується робота будь-де і на чому завгодно – список можна вести до нескінченності: Linux, Mikrotik (в останніх версіях RouterOS), OpenWRT, Android, iPhone. У Windows також є нативна підтримка, починаючи з Windows 7;
- висока швидкість: обробка трафіку повністю у kernel-space. User-space частина потрібна лише для встановлення параметрів з’єднання та контролю працездатності каналу;
- можливість використовувати кілька методів аутентифікації: використовуючи як PSK, так і сертифікати, причому у будь-яких поєднаннях;
- декілька режимів роботи: тунельний та транспортний;

- невимогливість до налаштувань проміжних вузлів: IKEv2 має вбудовані механізми для подолання NAT і нативну фрагментацію, що дозволяє встановити з'єднання на каналах.

Недоліки:

- необхідно витратити трохи часу на вивчення, щоб зрозуміти як це працює;
- особливість, яка може спантеличити новачка: IPSec, на відміну від звичних VPN рішень, не створює мережеві інтерфейси. Задаються лише політики обробки трафіку, решта вирішується засобами firewall [3].

L2TPv3. Переваги:

- чудовий рівень шифрування та безпеки;
- протокол двічі інкапсулює дані, що означає подвійну перевірку даних;
- протокол доступний не тільки на настільних, а й на мобільних операційних системах;
- L2TP досить легко налаштувати на всіх операційних системах, які він підтримує.

Недоліки:

- забезпечує низьку продуктивність через подвійну автентифікацію (інкапсуляцію);
- є деякі брандмауери, які можуть блокувати порти протоколу L2TP;
- протокол складно налаштувати на пристроях, які працюють на маршрутизаторах NAT [4].

Список використаних джерел:

1. OpenVPN. URL : https://uk.wikipedia.org/wiki/OpenVPN (дата звернення: 6.11.2023).
2. Як працює OpenVPN. URL : https://vpncentral.com/how-does-openvpn-work/ (дата звернення: 6.11.2023).
3. VPN-протоколи: IKEv2 URL : https://www.expressvpn.com/what-is-vpn/protocols/ikev2 (дата звернення: 7.11.2023).
4. L2TPv3 (тунельний протокол рівня 2, версія 3) URL : https://networklessons.com/cisco/ccie-routing-switching-written/l2tpv3-layer-2-tunnel-protocol-version-3 (дата звернення: 8.11.2023).
5. Manish Chauhan. VPN stands for Virtual Private Network (VPN)IPSEC L2TPV3. URL : https://www.linkedin.com/pulse/ipsec-l2tpv3-manish-chauhan.
6. What Is MPLS and How Does It Work for Your Business? URL : https://www.vonage.com/resources/articles/what-is-mpls-and-what-does-it-mean-for-your-communications-systems/(дата звернення: 9.11.2023).

The article reviews and compares various approaches and technical solutions aimed at ensuring the security and efficiency of using private virtual networks.

Keywords: *VPN, OpenVPN, TCP, UDP, IKEv2, IPsec, L2TP, MPLS.*

УДК 373.5.016:51
Бобик Д. В., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Сморжевський Ю. Л.,** кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ» В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 11 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

У статті розкрито методику вивчення елементів теорії ймовірностей і математичної статистики в курсі 11 класу на рівні стандарту.
Ключові слова: *рівень стандарту, теорія ймовірностей, математична статистика.*

Актуальність дослідження. Вивчення математики в сучасних умовах набуває особливої актуальності. Зумовлено це тим, що все більше спеціальностей потребують застосувань математичних знань, практичних навичок і умінь високого рівня. Розбудова національної школи України включає в себе удосконалення математичної освіти, основними напрямками якої є оновлення змісту і технології навчання математики.

Сучасна реформа математичної освіти в школі привела до появи в навчальних програмах відносно нових змістових ліній: «Елементи теорії множин. Комбінаторика», «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики». Це викликає необхідність розробки нових та ефективних методик вивчення цих тем.

Мета статті. Розкрити методику вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики» в курсі математики 11 класу на рівні стандарту.

Аналіз актуальних досліджень, постановка проблеми. Методику вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики» у своїх працях досліджували Селютіна В. Д., Бунімович Є. А., Федосєєв В. Н. та інші. Проблемою дослідження є пошук шляхів удосконалення методики вивчення ймовірнісно-статистичної лінії в курсі математики 11 класу на рівні стандарту.

Виклад основного матеріалу дослідження. Якщо до введення нового освітнього стандарту, початки теорії ймовірностей і математичної статистики розглядалися тільки в класах і школах з поглибленим вивченням математики, то в сучасний період вони стали базовими знаннями і уміннями для учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Разом з тим, зазначені теми найменше розроблені в методиці навчання математики, насичені досвідом учителів, незважаючи на тривалу історію їх упровадження в шкільному курсі математики.

Відповідно до програми [3] створено підручники, які цілком відповідають не тільки програмі, але й її духу, спрямованості, особливостям, які відрізняють навчання математики на цьому рівні. У різних підручниках спостерігаються відмінності у викладенні ймовірнісно-статистичної тематики. Матеріал про випадкові події і ймовірності повторює дещо з того, що вже вивчено в 6-му і 9-му класі.

Програма [3] для загальноосвітніх навчальних закладів передбачає вивчення таких понять: випадковий дослід і випадкова подія, відносна частота події, ймовірність події, елементи комбінаторики, комбінаторні правила суми та добутку (перестановки, розміщення, комбінації), вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення, графічне представлення інформації про вибірку.

Проаналізувавши останній розділ підручника [1] – «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики», можна зазначити, що оскільки процес формування ймовірнісно-статистичного мислення має розрив (відповідні теми вивчаються в 6, 9 і 11 класах), перший параграф цього розділу присвячено повторенню, систематизації, поглибленню і розширенню матеріалу, що вивчався в основній школі. Певну увагу тут приділено зв’язку між класичним і статистичним підходами до поняття ймовірності. У другому параграфі цього розділу викладаються елементи комбінаторики, які в основній школі майже не вивчалися (за винятком програмової вимоги до учнів 5 класу щодо вміння розв’язувати найпростіші комбінаторні задачі без вказівки методів). Зважаючи на обмаль навчального часу, можна обмежитися розв’язанням задач на підставі комбінаторних правил множення і додавання. У підручнику викладено також поняття перестановки, розміщення і комбінації, наведено формули для обчислення їх кількості, але цей матеріал, згідно з програмою, не є обов’язковим і може вивчатися за наявності потреб і можливостей. Останній параграф розділу присвячено вибірковому методу у статистиці. З одного боку, це є спробою уникнути дублювання з матеріалом, що вивчався у 9 класі, з іншого (і це головне) – дає змогу формувати в учнів початкові уявлення про задачі, які розв’язує математична статистика.

Починати навчання комбінаториці доцільно з вирішення простих комбінаторних задач методом безпосереднього перебору. Операція перебору розкриває ідею комбінування, служить основою для формування комбінаторних понять і хорошою підготовкою до висновку щодо комбінаторних формул і закономірностей.

Основними комбінаторними поняттями є комбінації, перестановки та розміщення. Але на першому етапі самі терміни можна не вводити, головне, щоб учень усвідомлював, набори якого типу потрібно скласти в даній задачі (чи важливий порядок і чи можливі повторення) [2].

Під час формування поняття про частоту події, на наш погляд, важливо не тільки навчити учнів її обчислювати, але й розкрити зв’язок цього поняття з поняттям ймовірності події, навчити розрізняти ці поняття.

Важливо, щоб учні навчилися не тільки обчислювати частоту події, а й розуміли її призначення. Якщо ми, наприклад, знаємо, що відносна частота влучення в мішень для деякого стрільця дорівнює 0,4, то це досить умілий стрілець. Якщо частота дощових днів у вересні дорівнює 0,1, то це означає, що дощів у цьому місяці було зовсім мало [2].

Бажано сформувати в учнів розуміння того, що частота є оцінюванням (наближеним значенням) ймовірності події за великої кількості дослідів і збереження умов їх проведення.

Як характеристика, міри центральної тенденції розглядаються поняття середнього значення, моди, медіани. На наш погляд, добре, не тільки навчити учнів обчислювати ці характеристики, але й розуміти їх зміст.

Під час вивчення статистики на уроках доцільно використовувати комп’ютер для подання великих масивів даних, упорядкування даних, обчислення середніх значень для великих масивів даних. З набуттям досвіду навчання статистики виявиться нагальним питання про проведення інтегрованих уроків з інформатики й математики для вивчення статистики.

Висновок. Таким чином була зроблена спроба проаналізувати можливість реалізації ймовірнісно-стохастичної лінії в курсі математики 11 класу. Була проаналізована навчально-методична література з цієї теми і на основі цього аналізу зроблені конкретні висновки, з короткими методичними рекомендаціями.

По даній темі зараз активно ведеться робота по всіх напрямках, тому що на даний момент залишилося ще не мало невирішених проблем пов'язаних з реалізацією цієї лінії в загальноосвітній школі.

Список використаних джерел:

1. Математика: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. Афанасьєва О.М. та інші. К. : Богдан, 2011. 241 с.
2. Бродський Я.С. Про вивчення елементів комбінаторики, ймовірності, статистики у школі. *Математика*, 2004. № 31.
3. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту). 10-11 класи. Математика. К., 2010. 111 с.

In article reveals the method of study of the theory of probability and statistics course in 11th grade level standard.

Keywords: *level of standart, probability theory, mathematical statistics.*

УДК 373.5

Ватманюк А. О., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Сморжевський Ю. Л.,** кандидат педагогічних наук, доцент

ПРО МЕТОДИКУ ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

У статті розглянуто методику вивчення паралельності прямих і площин у просторі в курсі математики 10 класу на рівні стандарту, яка відповідає діючим підручникам для 10 класу.

Ключові слова: *паралельні прямі, паралельні площини, паралельні пряма і площина.*

Постановка проблеми. Враховуючи наявність значної кількості публікацій, окремих досліджень, в яких у тій чи іншій мірі розглядалась проблема паралельності прямих і площин в просторі, необхідно зазначити, що існуючі дидактичні матеріали по даній темі, що є у використанні вчителя в даний час, не є достатньо насиченими відповідним матеріалом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В останні роки розробці нових методик вивчення математики приділяється значна увага. В цьому напрямку працюють Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, М.І. Бурда, Є.П. Нелін, О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко, О.В. Волянська, С.П. Негода.

Формулювання цілей статті. Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику вивчення теми «Паралельність прямих і площин у просторі» шкільного курсу математики 10-го класу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Наприкінці XX початку XXI століть заклади загальної середньої освіти вступили в принципово новий етап свого розвитку, характерними рисами якого є розбудова освіти на нових прогресивних концепціях, запровадження у навчально-виховний процес сучасних педагогічних та інформаційних технологій, науково-методичних досягнень. Розробка нових методик вивчення математики за новими діючими підручниками, сприятиме кращому засвоєнню учнями навчального матеріалу.

Для того щоб учні правильно та ефективно засвоїли знання з паралельності прямих і площин в просторі та для розвитку навичок застосування набутих знань при розв'язування вправ та задач, вчителю необхідно докласти максимум зусиль, враховуючи загальні положення педагогіки, дидактики, психології, а також методики навчання стереометрії. Та щоб знання учнів з стереометрії були справді дійовими, щоб вони змогли набути в школі міцних знань та практичних умінь, необхідно спланувати викладання стереометрії так, щоб не розривати окремі її розділи і добитись логічної послідовності та взаємозв'язку між ними. При вивченні кожного розділу стереометрії з'ясовувати учням практичне його значення. Відомості про прямі та площини є основоположними в курсі стереометрії, тому важливо забезпечити стійкі й усвідомлені знання цього матеріалу. В такому разі потрібно зважати на труднощі, які виникають у здобувачів освіти з переходом від планіметрії до тривимірного простору і пов'язані з недостатнім розвитком просторових уявлень і уяви, з наявністю аналогій і відмінностей в означеннях і теоремах, пов'язаних з паралельністю прямих на площині та прямих і площин – у просторі [1].

Вивчення теми треба спланувати так, щоб після завершення навчання учні вміли:

- встановлювати у просторі взаємне розміщення прямих і площин, зокрема паралельність прямих, паралельність прямої і площини, паралельність двох площин, мимобіжність прямих;
- будувати зображення фігур і на них виконувати нескладні побудови (елементів фігур, точок перетину прямої і площини, двох площин, перерізів куба, тетраедра та ін.);
- застосовувати відношення паралельності між прямими і площинами у просторі для опису об'єктів фізичного простору і відношень між ними [1].

У даній темі закладається фундамент побудови стереометрії. Тому важливо з самого початку акцентувати увагу на необхідності обґрунтування кожного кроку міркувань, прискіпливо аналізувати зміст понять, тверджень. Важливим є питання існування і єдиності об'єктів, про які йдеться. Існування чи неєдиність якогось об'єкта доводяться конструктивно. Єдиність чи неіснування доводяться, як правило, від супротивного. Ці загальні положення учні повинні засвоїти під час вивчення теми і застосовувати надалі [2].

Для досягнення мети планується розв'язати такі завдання:

– визначити основні теоретичні основи теми;

– з'ясувати, в якій мірі методична література, підручники з математики підготовлені до навчання по темі;

– розробити методику вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі»;

– експериментально перевірити розроблену методику.

В результаті проведення дослідження, проаналізувавши психолого-педагогічну і методичну літературу з питань, що конкретно стосуються теми дослідження та діючі шкільні підручники, виникла необхідність зробити методику вивчення паралельних прямих і площин в курсі математики 10 класу, на рівні стандарту, яка сприяє кращому засвоєнню матеріалу, підвищить інтерес до вивчення математики.

Експериментальну перевірку ми проводили під час проходження педагогічної практики на 1-му курсі. Учні контрольної групи працювали за шкільною програмою та підручниками, а учні експериментального класу працювали за розробленою нами методикою, яка не орієнтується на «середнього учня», а враховує різні рівні засвоєння учнями матеріалу. В кінці вивчення теми «Паралельність прямих і площин в просторі» учням як експериментальної групи, так і контрольного класу було запропоновано перевірочні контрольні роботи. З одержаних результатів випливає, що дана методика є ефективною, адже, в експериментальному класі зріс рівень досягнень учнів.

В експериментальному класі спостерігається ріст балів достатнього і високого рівня, причому кількість їх більша ніж в контрольному класі. Це говорить про те, що розроблена методика є ефективною.

Висновки. Використання даної методики в школі забезпечуватиме більш високий рівень засвоєння учнями навчального матеріалу, сприятиме розвитку в учнів стійкого інтересу до вивчення математики, виховуватиме потребу в самовдосконаленості, прагненні до самопізнання. Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методичної системи в навчальний процес.

Список використаних джерел:

1. Слєпкань З.І. Методика навчання математики : підруч. для студентів матем. спеціальностей пед. вузів. К. : Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с.

2. Бевз Г.П. Методика викладання математики : навч. посібник. К. : Вища шк., 1989. 367 с.

The article discusses the method of studying the parallelism of lines and planes in space in the 10th grade mathematics course at the standard level, which corresponds to the current textbooks for the 10th grade.

Keywords: *parallel lines, parallel planes, parallel line and plane.*

УДК 37.091.313:53
Велігин П. М., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Поведа Т. П.,** кандидат педагогічних наук, доцент

ПРОЄКТИ З ФІЗИКИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ НАУКОВО-ПОШУКОВИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ

У статті розкрито особливості роботи учнів з проєктами під час вивчення фізики у закладах освіти різного типу, як засобу розвитку їх здібностей до науково-пошукової діяльності.

Ключові слова: *проєкт з фізики, науково-пошукові здібності, методи проєктної діяльності.*

Кожна дитина обдарована і по-своєму неповторна. Хтось має здібності до мистецтва чи творчості, а хтось виявляє здібності до точних наук. І кожен вчитель повинен допомагати учневі знайти себе в житті, пробудити й розвити в учневі ті творчі здібності, які закладено від народження. Орієнтуючи процес навчання на розвиток особистості, формування її компетенцій, необхідно ширше використання активізуючих методик, інтерактивних технік у навчанні фізики, щоб у учнів виникав інтерес до науки і розвивалась здатність до пошукової діяльності, організації науково-дослідницької роботи.

Метою нашого дослідження є аналіз сучасного стану та перспектив розвитку проєктних технологій з фізики у сучасних освітніх закладах.

Саме використання проєктних технологій на уроках, на нашу думку, дає найкращий результат у розвитку науково-пошукових здібностей учнів. У пояснювальній записці до діючої Навчальної програми з фізики зазначено, що навчальні проекти – це ефективний засіб формування предметної та ключових компетентностей учнів в процесі навчання з фізики. Важливим для роботи педагога є виконання організаційної ролі, щоб учні відчували себе першовідкривачами знань. Успішне оволодіння учнями методами проєктної діяльності, їх участь у науково-дослідницькій діяльності вимагає великої майстерності вчителя. Очевидно, що актуальним в педагогічному процесі стає використання методів і прийомів, які формують у школярів навички самостійного здобування нових знань, вчать збору необхідної інформації, вмінню висувати гіпотези, робити висновки, сприяють підвищенню інтересу до вивчення будь-якого предмета і фізики Така діяльність допомагає учням перебороти себе, повірити в свої сили, розкрити здібності, про які вони і самі не підозрювали, готує учнів до професійного вибору. Необхідно скористатися їх фізичною, інтелектуальною та особистісною готовністю, щоб, принаймні, намагатися розвинути ще й логіку, їх дослідницькі та експериментальні здібності та зацікавити їх природничим циклом навчальних дисциплін, а особливо, вивченням фізики.

У контексті євроінтеграційних освітніх процесів особливої актуальності набуває питання щодо застосування методів навчання, спрямованих на формування компетентного школяра. Адже, «людина освічена – та, яка знає, де знайти те, чого вона не знає» (Георг Зіммель, німецький соціолог). Навчання стає категорією, яка супроводжує людину протягом усього життя. Метод проєктів дозволяє сформувати в учнів уміння планувати свою роботу, попередньо прораховуючи можливі результати, використовувати арсенал джерел інформації, самостійно збирати та накопичувати матеріал, аналізувати, співставляти факти, аргументувати свою думку, приймати рішення, розподіляти обов’язки, взаємодіяти один з одним, створювати «кінцевий продукт» – матеріальний носій проектної діяльності (доповідь, реферат, фільм, календар, журнал, сценарій тощо). За результатами проведеної під час виробничої педагогічної практики науково-дослідної роботи, можна констатувати, що учні з задоволенням займаються наступними видами проєктної діяльності:

– прикладні проєкти («Вирощування кристалів», «Створення навчальних моделей кристалів», «Сполучені посудини в нашому житті», «Створення саморобних терезів», «Котушка Тесла»);

– дослідницькі проєкти («Дослідження явища самоіндукції», «Вивчення явища заломлення світла», «Проблеми енергозбереження при освітленні приміщень», «Розумний будинок», «Утворення та утилізація відходів»);

– творчі проєкти (створення інтелект-карт, презентацій, буклетів, написання сенканів, творів, рефератів з різних тем згідно навчальної Програми з фізики та астрономії);

– пошукові проєкти та інформаційні проєкти («Науковці мого регіону», «Україна – космічна держава», «Нобелівські лауреати», «Чорні діри»);

Проблему розвитку мислення школярів не можна закривати засвоєнням розумових дій учнями, оскільки вміння учня теоретично розмірковувати про певну систему дій ще не забезпечує вміння виконати ці ж дії реально. Завершальним етапом у розвитку розумових операцій учнів є не становлення розумової дії, а реалізація цієї дії в практичній діяльності. Тому, навчання фізики передбачає залучення школярів до таких видів діяльності, які дозволяють використовувати набуті знання на практиці, зокрема, до виконання ними науково-дослідницької роботи. Наприклад гуртки з моделювання цифрових схем чи робототехніки розширюють кругозір учнів показують перспективи застосування знань та навичок у практичній діяльності, сприяють розвитку інтелектуальних здібностей, спонукають до самоосвіти, стимулюють до навчальної діяльності з фізики.

Сучасні вимоги суспільства до освіти примушують освітян змінювати цілі та завдання своєї діяльності. Поступово на зміну традиційній системі навчання прийшла особистісно-орієнтована, традиційні методи замінюються інноваційними, які передбачають зміщення акцентів у навчальній діяльності, її спрямування на інтелектуальний розвиток учнів за рахунок зменшення долі репродуктивної (відтворювальної) діяльності. Освітній процес сьогодні повинен бути орієнтований на особистість учня і враховувати його індивідуальні особливості та здібності. Вчителі виступають вже не в ролі розповідача, а стають для своїх учнів швидше помічником й інструктором, «… менеджерами з навчання, а учні – їх клієнтами, як сьогодні ми є клієнтами юристів або професійних консультантів» (Дейвід Керр). Маємо в житті та своїй професійній діяльності прагнути досягти простого дива: знаходити і розвивати талант, бо кожен учень обдарований по-своєму.

Список використаних джерел:

1. Антикуз О. В. Навчальні проекти з фізики. Х. : Основа, 2018. 128 с.

2. Національна доктрина розвитку освіти. [Електронний ресурс] / [Веб-сайт]. Режим доступу: http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/344/2013/page

3. Петросян О. Р. Метод проектів на уроках фізики. *Фізика в школах України*. Основа, 2010. №6. 36 с.

4. Пінчук О. П. Деякі аспекти підвищення якості самостійної пізнавальної діяльності учнів у процесі компетентністно орієнтованого навчання. *Теорія та методика вивчення природничо-математичних і технічних дисциплін* : *зб. наук.-метод. праць*. Рівне : Волинські обереги, 2009. С. 122-127.

5. Цодікова С.О. Сучасні технології навчання на уроках фізики. Х. : Ранок, 2016. 46 с.

The article reveals the peculiarities of students' work with projects during the study of physics in educational institutions of various types, as a means of developing their abilities for scientific and research activities.

Keywords: *physics project, research skills, methods of project activity.*

УДК 621.397

Возниця Д. Г., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Поведа Р. А.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ СИСТЕМИ ОПОВІЩЕННЯ НА БАЗІ WI-FI МЕРЕЖІ В ОРГАНІЗАЦІЯХ ТА УСТАНОВАХ

У дослідженні описано особливості використання бездротових комп'ютерних мереж та проекту KaRadio, що функціонує на мікроконтролері ESP32 для побудови сучасної системи оповіщення в організаціях та установах. Дана система може бути побудована з використанням уже наявної локальної комп'ютерної мережі, а саме з використанням технології WI-FI.

Ключові слова: *системи оповіщення, локальна комп'ютерна мережа, ESP32, KaRadio, технології WI-FI.*

У сучасних умовах збільшення загроз та викликів для населення України, системи оповіщення в організаціях та установах стають критично важливими для координації та мобілізації персоналу з метою захисту власного життя, а також майна та інтересів організації. Ключовими причинами важливості таких систем оповіщення є: 1) безпека персоналу (система оповіщення дозволяє швидко та ефективно попередити персонал про можливі загрози, наприклад, про наближення ворожих сил або небезпечних ситуацій, щоб вони могли вжити заходів для своєї безпеки); 2) мобілізація ресурсів та управління кризовими ситуаціями (швидке оповіщення дозволяє мобілізувати необхідні ресурси, активувати плани дій у випадку кризових ситуацій та координувати дії персоналу для забезпечення ефективного управління кризовою ситуацією; 3) збереження матеріальних цінностей (системи оповіщення також дозволяють захистити майно та інфраструктуру організації, надаючи можливість швидко реагувати на загрози і вживати заходів для їх захисту); 4) забезпечення нормальної діяльності організації в умовах небезпеки (ефективна система оповіщення допомагає зберігати функціонування організації в умовах війни чи надзвичайної ситуації, зменшуючи вплив негативних подій на робочі процеси); 5) забезпечення зв'язку та інформування персоналу (забезпечення зв'язку між різними рівнями персоналу та організаційними підрозділами, що дозволяє ефективно обмінюватися інформацією та інструкціями).

Правила оповіщення про тривоги в межах організацій можуть варіюватися залежно від конкретної організації, типу тривоги та її важливості. Однак, існують деякі загальні принципи, які часто використовуються для ефективного оповіщення в організаціях:

– чіткість та зрозумілість: повідомлення про тривогу повинно бути чітким та зрозумілим;

– система рівнів тривоги: організації можуть мати різні рівні тривоги в залежності від тяжкості ситуації. Наприклад, евакуація в разі пожежі може мати інші сигнали порівняно з повідомленням про загрозу безпеці;

– тестування системи: регулярне тестування систем оповіщення для переконання у їхній працездатності в надзвичайних ситуаціях;

– визначення відповідальних осіб: чітке визначення осіб, відповідальних за оповіщення та управління процедурами тривоги в межах організації;

– система повідомлень: використання різних засобів повідомлення (звук, світлові сигнали, текстові повідомлення, електронні листи тощо) для максимального охоплення співробітників організації;

– навчання персоналу: проведення тренувань та навчання для персоналу з правилами та процедурами в разі тривоги;

– автоматизовані системи: використання сучасних технологій та автоматизованих систем для швидкого та ефективного оповіщення.

На сьогодні існує кілька конструкцій організації мереж внутрішнього оповіщення, які дозволяють ефективно передавати повідомлення та тривоги всередині компанії:

– централізована система оповіщення, яка базується на централізованому пункті керування, де зосереджені всі функції оповіщення. Вона включає центр керування, звукові та візуальні сигнали, відеокамери, системи моніторингу та інші пристрої, що використовуються для надсилання та приймання повідомлень;

– децентралізована система оповіщення, в якій функції оповіщення розподілені між різними підрозділами чи відділами організації. Кожен підрозділ відповідає за власні засоби оповіщення, що дозволяє реагувати на тривоги та інциденти найближчими до них працівниками.

– інтегрована система оповіщення, яка поєднує як централізовані, так і децентралізовані методи. Вона використовує централізований контроль з можливістю передачі повідомлень на різні рівні організації, враховуючи специфіку та потреби кожного підрозділу;

– мобільні додатки та платформи для оповіщення, за яких можна створити зручний засіб для швидкого та ефективного сповіщення співробітників про події та інциденти;

– IP-протокольна система оповіщення, яка базується на використанні IP-мережі для передачі повідомлень.

IP-протокольна система використовує технології VoIP (Voice over Internet Protocol), текстові повідомлення, електронну пошту та інші цифрові канали комунікації. Вона цікава тим, що може бути побудована з використанням наявної (як правило такі мережі давно побудовані) локальної комп'ютерної мережі, а саме з використанням технології WI-FI.

Бездротові мережі оповіщення мають кілька переваг, що роблять їх привабливими для використання в організаціях та установах: гнучкість та мобільність: дозволяють розгортати системи швидко та зручно без необхідності монтажу проводів чи кабелів (це дозволяє легко розміщувати та переміщувати датчики, сенсори та інші пристрої для оповіщення залежно від потреб користувача); швидкість встановлення (можуть бути встановлені швидко, що дозволяє організаціям швидко реагувати на потреби безпеки та встановлювати системи оповіщення без значного затримання); легкість управління та розширення (дозволяють легко додавати нові пристрої та компоненти без необхідності прокладання додаткових проводів чи кабелів, що робить їх дуже гнучкими у відношенні до розширення та модернізації систем); ефективність в різних умовах (можуть бути корисними там, де провідне підключення може бути складним або неможливим, наприклад, в зоні катастрофи або там, де потрібно швидко встановити тимчасові системи).

Для одночасної трансляції повідомлення на кілька пристроїв пропонуємо скористатись відкритим проектом KaRadio на платформі Github. Проект KaRadio спочатку був створений для побудови інтернет-радіоприймача на базі платформи ESP8266 або ESP32.

Загалом, можна використовувати KaRadio для внутрішнього оповіщення, розробивши програмне забезпечення, що дозволяє відтворювати аудіо-повідомлення або сигнали через пристрої, які підтримуються ESP8266 або ESP32. Для цього можуть знадобитися такі кроки:

– модифікація програми: потрібно модифікувати програмне забезпечення KaRadio для додавання функціональності внутрішнього оповіщення. Це може включати можливість відтворення аудіо-повідомлень або сигналів, які активуються за певних умов;

– інтеграція з датчиками або системами спостереження: щоб активувати оповіщення, можна підключити ESP8266 або ESP32 до датчиків або систем спостереження (наприклад, димових датчиків, рухових сенсорів тощо), які будуть відслідковувати певні умови для відтворення звукових сигналів або повідомлень;

– керування через мережу: розробити інтерфейс управління для віддаленого керування системою оповіщення через мережу, щоб активувати сигнали з будь-якого місця в мережі;

– тестування та налагодження: Після розробки програми важливо провести тестування для переконатися у працездатності системи та налаштувати її для оптимальної роботи.

У нашому дослідженні пропонується використати платформу ESP32, як потужний мікроконтролер, який може бути використаний для створення бездротових систем оповіщення з автономністю, простотою, надійністю та за помірну вартість. Він може бути ефективним рішенням для цих цілей, враховуючи його можливості, а саме:

– автономність: ESP32 може працювати в автономному режимі завдяки можливості підключення до батарейного живлення, використанню сплячих режимів для збереження енергії та низької споживаної потужності. Це дозволяє йому працювати безперервно протягом тривалого часу;

– простота: ESP32 має дружнє середовище розробки та документацію, яка полегшує розробку програмного забезпечення. Багато розробників користуються Arduino IDE або MicroPython для роботи з ESP32, що робить розробку програм простішою;

– надійність: ESP32 є надійною платформою з бездротовими можливостями Wi-Fi та Bluetooth. Він має вбудовану підтримку мережевих протоколів та може бути налаштований для стабільної роботи в різних умовах;

– низька вартість: ESP32 є відносно недорогим мікроконтролером порівняно з його можливостями. Це робить його привабливим варіантом для використання у проектах з обмеженим бюджетом.

Використання ESP32 як модуля оповіщення для бездротових мереж з урахуванням його можливостей, низької вартості та широкого спектру застосувань для інформаційного оповіщення працівників у різних організаціях та установах є ефективним рішенням, вартим широкого впровадження.

Список використаних джерел:

1. Закон України «Про правовий режим надзвичайного стану» URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1550-14#n51 .
2. Проект Ka-Radio. URL: https://github.com/karawin/Ka-Radio

The study describes the specifics of using wireless computer networks and the KaRadio project, which functions on an ESP32 microcontroller for building a modern notification system in organizations and institutions. This system can be built using an already existing local computer network, namely using WI-FI technology.

Keywords: *alarm systems, local computer network, ESP32, KaRadio, WI-FI technologies.*

УДК 336.018.41:37.015.3:51
Геселева К. Г., кандидат фізико-математичних наук
Думанська Т. В., кандидат педагогічних наук

ЗНАЧЕННЯ ПРОЄКТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ

У статті розглянуто важливість застосування проєктної діяльності під час вивчення фінансової математики. Описані мета, етапи підготовки проєкту та типові проблемні ситуації, вирішення яких сприяє формуванню фінансової грамотності здобувачів вищої освіти.
Ключові слова: *фінансова математика, проєктна діяльність, здобувачі вищої освіти, фінансові інструменти, фінансова грамотність.*

Залучення здобувачів вищої освіти до проєктної діяльності має важливе значення як для освітнього процесу так і для самореалізації особистості майбутнього фахівця. Проєктна діяльність розглядається у контексті розвитку в студентів творчого мислення, формування фінансової грамотності, самовдосконалення, креативності та практичності, як важлива умова становлення високо досвідченого фахівця у сучасному суспільстві.

Головною складовою проєктної діяльності є проблема, а точніше – проблемна ситуація, що є типовою для повсякденного життя. Проєкт використовується як засіб досягнення поставленої мети та отримання позитивного результату змодельованої ситуації. Конкретну проблему можна вирішити, використовуючи різні варіанти проєктних рішень. Для цього здобувач вищої освіти має мати достатній рівень теоретичних і практичних навичок з тем, які розглядаються під час вивчення курсу «Фінансова математика». Важливими ознаками проєктної діяльності є спрямованість на розвиток умінь самостійно конструювати свої знання, орієнтуватися в інформаційному просторі, узагальнювати та інтегрувати знання, що отримані з різних джерел у процесі теоретичного і практичного навчання [1].

Необхідний рівень сформованості у здобувачів вищої освіти фінансової грамотності не можливо забезпечити без створення системи прикладних задач, які повинні мати життєво спрямований характер. Тільки за допомогою такої системи студент може вмотивовано досягти свого максимального рівня підготовки для подальшого успішного майбутнього та професійної діяльності.

Важливим питанням є створення проблемних ситуацій, які з'являються упродовж усього життя та вміння знайти оптимальний розв'язок для конкретної ситуації. Наприклад, кредит, депозит, іпотека тощо.

Дослідницька робота цього напрямку дозволить ефективно та якісно використовувати свої знання на практиці. Тому робота над проєктами є досить актуальною.

Розглянемо завдання індивідуального чи групового проєкту, яке полягає у підготовці аналітичного огляду пропозицій фінансових установ щодо залучення фінансових ресурсів або розміщення вільних грошових коштів на депозитних із зазначеним напрямом їх цільового використання (кредит на поточні потреби, іпотечні кредити, кредити на авто, депозит «на старт», депозит «зростаючий», депозит з можливістю поповнення тощо). Визначити критерії обрання найкращої пропозиції фінансової установи та обґрунтувати свій вибір. Результати проведеного аналізу можна подати у вигляді презентації.

Вміле розв'язування прикладних завдань з фінансової математики сприяє формуванню системи знань з методології та практичного здійснення фінансових розрахунків і операцій та використання моделей фінансової математики у повсякденному житті, можливість передати набуті навички під час формування фінансової грамотності учням.

Будь-який інвестиційний проєкт, фінансово-кредитна операція чи комерційна угода припускають наявність певних умов їхнього виконання. Обумовлюється обсяг грошових сум, платежів, час, термін виконання, відсоткові ставки і деякі інші додаткові величини. В межах однієї фінансової операції перераховані показники утворять деяку взаємопов'язану систему. При зміні хоча б одного параметру в цій системі зміниться кінцевий результат операції. Такі системи є об'єктом дослідження кількісного фінансового аналізу [2].

Наведемо приклад типових проблемних ситуацій, де потрібно застосувати широкий спектр теоретичних та практичних навичок, які здобувачі вищої освіти здобувають під час вивчення «Фінансової математики». Ці завдання допоможуть студентам розвивати навички в області фінансової математики та вдосконалювати їхні soft skills, такі як аналітичність, прийняття рішень та комунікацію.

1. Інвестиційний портфель.

Студентам можна запропонувати розглянути сценарій розподілу коштів між різними фінансовими інструментами та обґрунтувати свій вибір.

2. Кредитування.

Побудуйте ситуацію з отриманням кредиту на покупку житла чи автомобіля. Студенти повинні розрахувати суму платежів, визначити вплив різних процентних ставок та строків позики.

3. Оцінка ризиків.

Дайте студентам завдання проаналізувати ризики, пов'язані з інвестиціями у певну компанію, та розробити стратегію для зменшення можливих втрат.

4. Планування бюджету.

Студентам можна запропонувати створити особистий бюджет, враховуючи доходи, витрати та екстрені ситуації.

5. Страхування.

Розгляньте ситуацію, де особа має вибрати страховий план для свого здоров'я чи майна. Студентам слід розрахувати вартість та обрати оптимальний варіант.

6. Фінансовий план подорожі.

Студентам необхідно скласти фінансовий план подорожі, враховуючи витрати на переїзд або переліт, проживання та розваги.

Серед представлених типів завдань здобувачам вищої освіти доречно запропонувати вибрати один із типів і скласти власну (одну або кілька) реальних ситуацій, які є чи будуть актуальними саме для них.

Отже, розуміння та використання фінансового принципу «зміни вартості грошей в часі» дає можливість правильно оцінювати кінцеві результати будь-якої фінансової операції. Тому методи фінансових розрахунків повинні засвоїти не тільки фінансисти, але і кожна розумна людина. Знання фінансової математики можуть допомогти керувати своїми грошима за умов невисоких економічних ризиків, скласти свій план досягнення фінансової свободи, який не повинен мати нічого загального з наживою [3].

Проєктна діяльність здобувачів вищої освіти позитивно впливає на їх інтерес до дисципліни «Фінансова математика», формує практичне вміння грамотно розпоряджатися капіталом і прораховувати особистий максимально корисний результат.

Список використаних джерел:

1. Уйсімбаєва М. Проектна діяльність: теоретичні аспекти. *Витоки педагогічної майстерності.* Випуск 13. 2014. С. 258-263 [Режим доступу: http://dspace.pnpu.edu.ua/bitstream/123456789/2932/1/Uisimbaeva.pdf]
2. Фінансова математика. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи студентів спеціальності 051 «Економіка» освітня програма «Економічна кібернетика», «Економічна аналітика» / Укл.: Юрченко М.Є. Чернігів : ЧНТУ, 2018. 71 с.
3. Василевич Л.Ф., Семеняка С.О. Фінансова математика : навч. посіб. Київ. ун-т ім. Б. Грінченка. К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2020. 228 с.

The article discusses the importance of applying project activities in the study of financial mathematics. The purpose, stages of project preparation and typical problem situations are described.

Keywords: *financial mathematics, project activity, students of higher education, financial instruments, financial literacy.*

УДК 517.5
Гудима У. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Гнатюк В. О., кандидат фізико-математичних наук

УМОВИ ІСНУВАННЯ ТА ЕКСТРЕМАЛЬНОСТІ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧІ ВІДШУКАННЯ ВІДСТАНІ МІЖ ОПУКЛИМ МНОГОГРАННИКОМ ТА ДОВІЛЬНОЮ ОПУКЛОЮ МНОЖИНОЮ

У роботі доведено деякі теореми існування екстремального елемента для задачі відшукання відстані між опуклим многогранником та довільною опуклою множиною лінійного нормованого простору, встановлено співвідношення двоїстості для цієї задачі та критерій екстремальності її допустимого елемента.

Ключові слова: *опукла множина, екстремальний елемент, теорема існування екстремального елемента, співвідношення двоїстості, критерій екстремальності елемента.*

Постановка задачі. Нехай X – лінійний над полем дійсних чисел нормований простір; X^* – простір, спряжений з X; $B^* = \{f \in X^* : \|f\| \le 1\}$; x_p, $p = \overline{1,r}$, – довільні елементи простору X; $A = co\{x_1, ..., x_r\}$ – опукла оболонка множини $\{x_1, ..., x_r\}$, тобто $A = \left\{ \sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p : \sum_{p=1}^{r} \alpha_p = 1, \alpha_p \ge 0, p = \overline{1,r} \right\}$ – опуклий многогранник простору X; B – опукла множина простору X.

Задачею відшукання відстані між опуклим многогранником A та опуклою множиною B простору X будемо називати задачу відшукання

$$E(A,B) = \inf_{\substack{x \in A,\\ y \in B}} \|x - y\| = \inf_{\substack{\sum_{p=1}^{r} \alpha_p = 1,\\ \alpha_p \ge 0,\, p = \overline{1,r};\\ y \in B}} \left\| \sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p - y \right\| \qquad (1)$$

(див., наприклад, [1]).

Зауважимо, що у випадку, коли B є скінченновимірним підпростором простору X, задача (1) розглядалась у праці [2].

Якщо існує елемент $(x^*, y^*) \in A \times B$ такий, що

$E(A,B) = \inf_{\substack{x \in A,\\ y \in B}} \|x - y\| = \|x^* - y^*\|$, то його будемо називати екстремальним елементом для величини (1).

Деякі умови існування екстремального елемента для величини (1)

Зрозуміло, що коли $A \bigcap B \neq \varnothing$, то екстремальним елементом для величини (1) буде будь-який елемент x^*, x^*, де $x^* \in A \bigcap B$, та $E\ A, B\ = 0$. Тому в подальших міркуваннях будемо вважати, що $A \bigcap B = \varnothing$.

Означення 1 (див., наприклад, [3, с.21]). Множина простору X називається локально компактною, якщо з будь-якої обмеженої послідовності точок цієї множини можна виділити збіжну підпослідовність.

Твердження 1. *Якщо B є замкненою локально компактною множиною простору X, то екстремальний елемент для величини (1) існує.*

Справедливість твердження випливає з наслідку 1 праці [4], оскільки многогранник A є компактом простору X (див., наприклад, [5, с. 28]).

Наслідок 1. *Якщо B є компактом простору X, то екстремальний елемент для величини (1) існує.*

Справедливість наслідку випливає з твердження 1, оскільки компакт простору X є його замкненою локально компактною множиною.

Наслідок 2. *Якщо B є опуклим многогранником простору X, то екстремальний елемент для величини (1) існує.*

Справедливість наслідку випливає з наслідку 1, оскільки опуклий многогранник є компактом простору X (див., наприклад, [5, с. 28]).

Наслідок 3. *Якщо B є скінченновимірним підпростором простору X, то екстремальний елемент для величини (1) існує.*

Справедливість наслідку випливає з твердження 1, оскільки скінченновимірний підпростір лінійного нормованого простору є замкненою та локально компактною множиною (див., наприклад, [3, с. 21]).

Твердження 2. *Якщо $B = \ y \in X : \|y - a\| \leq \tau\ $ – куля простору X з центром у точці a радіуса $\tau > 0$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.*

Доведення. Оскільки одноелементна множина a є компактом простору X, то згідно з наслідком 1 екстремальний елемент для величини $\inf\limits_{x \in A} \|x - a\|$ існує. Позначимо його через x^*. Отже, $x^* \in A$ і

$$\|x^* - a\| = \min_{x \in A} \|x - a\|. \quad (2)$$

Покладемо $y^* = a + \dfrac{\tau}{\|x^* - a\|}\ x^* - a\ $. Переконаємося, що в розглядуваному випадку елемент x^*, y^* є екстремальним елементом для величини (1). Для y^* маємо, що

$$\|y^* - a\| = \left\| a + \frac{\tau}{\|x^* - a\|}\ x^* - a\ - a \right\| = \left\| \frac{\tau}{\|x^* - a\|}\ x^* - a\ \right\| = \frac{\tau}{\|x^* - a\|} \|x^* - a\| = \tau .$$

Звідси робимо висновок, що $y^* \in B$. Отже, $x^*, y^*\ \in A \times B$.

Для тих $f \in B^*$, для яких $\|f\| = 1$, маємо, що

$$\sup_{y\in B} f(y) = \sup_{y\in\{y\in X:\|y-a\|\le\tau\}} \left(f(y-a) + f(a) \right) = \sup_{\|z\|\le\tau} f(z) + f(a) =$$

$$= \tau \sup_{\left\|\frac{z}{\tau}\right\|\le 1} f\left(\frac{z}{\tau}\right) + f(a) = \tau\|f\| + f(a) = \tau + f(a).$$

З урахуванням цих співвідношень, рівності (2) та згідно з теоремою 1 праці [6] отримаємо, що

$$E(A,B) = \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x-y\| = \max_{f\in B^*}\left(\min_{x\in A} f(x) - \sup_{y\in B} f(y) \right) = \max_{\|f\|=1}\left(\min_{x\in A} f(x) - f(a) - \tau \right) =$$

$$= \max_{\|f\|=1}\left(\min_{x\in A} f(x) - f(a) \right) - \tau = \min_{x\in A}\|x-a\| - \tau = \|x^*-a\| - \tau. \qquad (3)$$

Маємо далі, що

$$\|x^*-y^*\| = \left\| x^* - a - \frac{\tau}{\|x^*-a\|}(x^*-a) \right\| = \left\| \left(1 - \frac{\tau}{\|x^*-a\|}\right)(x^*-a) \right\| =$$

$$= \left(1 - \frac{\tau}{\|x^*-a\|}\right)\|x^*-a\| = \frac{\|x^*-a\|-\tau}{\|x^*-a\|}\|x^*-a\| = \|x^*-a\| - \tau. \qquad (4)$$

Зі співвідношень (3), (4) отримуємо рівність $E(A,B) = \inf\limits_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x-y\| = \|x^*-y^*\|$, де $(x^*, y^*) \in A\times B$. Це означає, що (x^*, y^*) є екстремальним елементом для величини (1).

Твердження доведено.

Співвідношення двоїстості для задачі відшукання величини (1)

Теорема 1. *Для задачі відшукання величини (1) має місце рівність*

$$E(A,B) = \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x-y\| = \max_{f\in B^*}\left(\min_{1\le p\le r} f(x_p) - \sup_{y\in B} f(y) \right). \qquad (5)$$

Доведення. Відповідно до теореми 1 [6]

$$E(A,B) = \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x-y\| = \max_{f\in B^*}\left(\min_{x\in A} f(x) - \sup_{y\in B} f(y) \right). \qquad (6)$$

Оскільки $A = \left\{ \sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p : \sum_{p=1}^{r} \alpha_p = 1, \alpha_p \ge 0,\ p = \overline{1,r} \right\}$, то для довільного $f \in X^*$

$$\min_{x\in A} f(x) = \min_{\substack{\sum_{p=1}^{r}\alpha_p = 1,\\ \alpha_p\ge 0,\ p=\overline{1,r}}} f\left(\sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p \right) = \min_{\substack{\sum_{p=1}^{r}\alpha_p = 1,\\ \alpha_p\ge 0,\ p=\overline{1,r}}} \sum_{p=1}^{r} \alpha_p f(x_p) \ge$$

$$\geq \min_{\substack{\sum_{p=1}^{r}\alpha_p=1,\\ \alpha_p\geq 0,\, p=\overline{1,r}}} \left(\sum_{p=1}^{r}\alpha_p\right)\min_{1\leq p\leq r} f(x_p) = \min_{1\leq p\leq r} f(x_p). \tag{7}$$

З іншого боку, якщо $p_0 \in \{1,...,r\}$ та $\min\limits_{1\leq p\leq r} f(x_p) = f(x_{p_0})$, то

$$\min_{1\leq p\leq r} f(x_p) = f(x_{p_0}) = f(0\cdot x_1+...+1\cdot x_{p_0}+...+0\cdot x_r) \geq \min_{\substack{\sum_{p=1}^{r}\alpha_p=1,\\ \alpha_p\geq 0,\, p=\overline{1,r}}} f\left(\sum_{p=1}^{r}\alpha_p x_p\right). \tag{8}$$

Зі співвідношень (7), (8) випливає, що

$$\min_{x\in A} f(x) = \min_{\substack{\sum_{p=1}^{r}\alpha_p=1,\\ \alpha_p\geq 0,\, p=\overline{1,r}}} f\left(\sum_{p=1}^{r}\alpha_p x_p\right) = \min_{1\leq p\leq r} f(x_p). \tag{9}$$

З урахуванням співвідношень (9) рівність (6) можна подати у вигляді (5). Твердження доведено.

Критерій екстремальності елемента для задачі відшукання величини (1)

Теорема 2 *(критерій екстремальності елемента для задачі відшукання величини (1)). Для того щоб елемент* $(x^*, y^*) \in A\times B$ *був екстремальним елементом для величини (1), необхідно і достатньо, щоб існував функціонал* $f^* \in X^*$ *з такими властивостями:*

1) $\|f^*\| = 1$,

2) $\|x^* - y^*\| = f(x^* - y^*)$,

3) $\sup\limits_{y\in B} f^*(y) = f^*(y^*)$,

4) $f^*(x^*) = \min\limits_{1\leq p\leq r} f^*(x_p)$.

Доведення. Необхідність. Нехай (x^*, y^*) – екстремальний елемент для величини (1), тобто $(x^*, y^*) \in A\times B$ і

$$E(A,B) = \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x-y\| = \|x^* - y^*\|,$$

та f^* – функціонал із B^*, який реалізує максимум у правій частині рівності (5).

Оскільки $x^* \in A$, то існують $\alpha_p^* \geq 0$, $p=\overline{1,r}$, такі, що

$$x^* = \sum_{p=1}^{r}\alpha_p^* x_p,\ \sum_{p=1}^{r}\alpha_p^* = 1, \alpha_p^* \geq 0, p=\overline{1,r}. \tag{10}$$

Оскільки $y^* \in B$, то

$$f^*(y^*) \le \sup_{y\in B} f^*(y)\,. \tag{11}$$

З урахуванням (5), (10), (11) отримуємо, що

$$\left\|x^* - y^*\right\| = \max_{f\in B^*} f\left(x^* - y^*\right) \ge f\left(x^*\right) - f\left(y^*\right) \ge f\left(x^*\right) - \sup_{y\in B} f^*(y) =$$

$$= f^*\left(\sum_{p=1}^{r} \alpha_p^* x_p\right) - \sup_{y\in B} f^*(y) = \sum_{p=1}^{r} \alpha_p^* \left(f^*\left(x_p\right) - \min_{1\le p\le r} f^*\left(x_p\right)\right) + \min_{1\le p\le r} f^*\left(x_p\right) -$$

$$- \sup_{y\in B} f^*(y) \ge \min_{1\le p\le r} f^*\left(x_p\right) - \sup_{y\in B} f^*(y) = \max_{f\in B^*}\left(\min_{1\le p\le r} f\left(x_p\right) - \sup_{y\in B} f\left(y\right)\right) =$$

$$= \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x - y\| = \left\|x^* - y^*\right\| = E\left(A, B\right)\,. \tag{12}$$

Оскільки перша і остання величини, які фігурують у співвідношенні (12), однакові, то всі ці величини рівні.

Звідси безпосередньо випливає справедливість співвідношень 2)-4). Оскільки $x^* \in A$, $y^* \in B$ та $A \bigcap B = \varnothing$, то $x^* \ne y^*$. Тоді $\left\|x^* - y^*\right\| > 0$. З урахуванням цього та рівності 2) одержимо, що

$$1 = f^*\left(\frac{x^* - y^*}{\left\|x^* - y^*\right\|}\right) \le \sup_{\|x\|\le 1} f^*\left(x\right) = \left\|f^*\right\| \le 1\,.$$

Тому $\left\|f^*\right\| = 1$. Рівність 1) встановлено.

Необхідність доведено.

Достатність. Нехай для $\left(x^*, y^*\right) \in A \times B$ існує функціонал $f^* \in X^*$, який задовольняє умови 1)-4) теореми. Тоді для будь-яких $x = \sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p \in A$, $y \in B$ будемо мати, що

$$\left\|x^* - y^*\right\| = f^*\left(x^* - y^*\right) = f^*\left(x^*\right) - f^*\left(y^*\right) = \min_{1\le p\le r} f^*\left(x_p\right) - \sup_{y\in B} f^*\left(y\right) \le$$

$$\le f^*\left(\sum_{p=1}^{r} \alpha_p x_p\right) - f^*(y) = f^*\left(x - y\right) \le \left\|f^*\right\| \|x - y\| = \|x - y\|\,.$$

Звідси випливає, що $E\left(A, B\right) = \inf_{\substack{x\in A,\\ y\in B}} \|x - y\| = \left\|x^* - y^*\right\|$, тобто $\left(x^*, y^*\right) \in A \times B$ є екстремальним елементом для величини (1).

Достатність доведено.

Теорему доведено.

Зауважимо, що при $r = 1$ задача (1) буде задачею найкращої апроксимації елемента x_1 простору X опуклою множиною B цього простору, тобто задачею відшукання величини

$$\inf_{y\in B}\|x_1 - y\| . \tag{13}$$

Наслідок 1*(див., наприклад, [3, с. 21]). Має місце співвідношення*

$$\inf_{y\in B}\|x_1 - y\| = \max_{f\in B^*}\left(f\left(x_1\right) - \sup_{y\in B} f\left(y\right) \right).$$

Наслідок 2 *(див., наприклад, [3, с. 21]). Для того щоб елемент $y^* \in B$ був екстремальним елементом для величини (13), необхідно і достатньо, щоб існував функціонал $f^* \in X^*$ з такими властивостями:*

1) $\|f^*\| = 1$,

2) 2) $\|x_1 - y^*\| = f\left(x_1 - y^*\right)$,

3) 3) $\sup_{y\in B} f^*\left(y\right) = f^*\left(y^*\right)$.

Справедливість наслідків 1, 2 випливає з теорем 1, 2 відповідно. Звідси можна зробити висновок, що отримані в роботі результати узагальнюють на випадок задачі відшукання величини (1) відповідні результати для задачі (13) наведені, зокрема, у праці [3].

Список використаних джерел:

1. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Київ : Вища школа, 1974. 456 с.

2. Гудима У. В., Гнатюк В.О. Чисельний метод одночасного розв’язування задачі відшукання відстані між опуклим многогранником і скінченновимірним підпростором лінійного нормованого простору та двоїстої до неї задачі. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. праць.* Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2021. Вип. 22. С. 38-54.

3. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. 320 с.

4. Гудима У. В., Гнатюк В.О. Умови існування екстремального елемента для задачі відшукання відстані між двома множинами, єдиності екстремального елемента еквівалентної їй задачі, властивості функції відстані. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. праць.* Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. Вип. 21. С. 84-99.

5. Половинкин Е.С. Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: Физматлит, 2004. 416 с.

6. Гудима У. В., Гнатюк В.О. Співвідношення двоїстості та критерії екстремальності елемента для задачі відшукання відстані між двома опуклими множинами лінійного нормованого простору. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. праць.* Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2018. Вип. 18. С. 65-77.

In the article, some theorems of the existence of an extremal element for the problem of finding the distance between a convex polyhedron and a convex set of a linear normed space are proved, the duality relation for this problem and the criterion of extremal of its admissible element are established.

Keywords: *the convex set, the extremal element, the theorem of the existence of an extremal element, the duality relation, the criterion of extremal element.*

УДК 37.016:53

Дзюбінський А. А., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Поведа Т. П.,** кандидат педагогічних наук, доцент

АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ УДОСКОНАЛЕННЯ ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ В ЗЗСО

У статті розкрито актуальні питання щодо удосконалення фізичного експерименту в сучасних закладах середньої освіти.

Ключові слова*: сучасний фізичний кабінет, удосконалення фізичного експерименту, спостереження, дослід, фізичне обладнання.*

Навчальний фізичний експеримент – одна з найважливіших ланок у системі одержання знань і вмінь, передбачених програмою з фізики у закладах загальної середньої освіти.

Термін *«експеримент»* походить від. лат. *experimentum* – спроба, дослід і вживається для позначення низки споріднених понять: дослід, цілеспрямоване спостереження, відтворення об'єкта дослідження, організація особливих умов його існування, перевірка передбачень. Отже, поняття «навчальний експеримент» означає відтворення за допомогою спеціальних приладів фізичного явища (рідше - використання його на практиці) на уроці в умовах, найбільш зручних для його вивчення. Тому він слугує одночасно джерелом знань, методом навчання і видом наочності [1].

Спостерігаючи, ми можемо припустити щось нове, але для того, щоб якісно вивчити будь-яке явище, нам потрібно спостерігати його кілька разів і в різних умовах. Або навпаки, нам необхідно повторити кілька разів одні й ті ж умови. Для цього проводять дослід, який і відрізняється від спостереження тим, що проводиться за запланованим алгоритмом, із певною метою і в цей час зазвичай проводять спеціальні вимірювання. Накопичивши за час спостережень певні дані про явища, ми намагаємося з'ясувати, як ці явища протікають і чому. В ході таких роздумів народжуються різні припущення, або гіпотези. Для перевірки гіпотези ставлять спеціальні досліди (експерименти): Спостереження→Гіпотеза→Експеримент→Висновок [5].

Ефективне викладання та вивчення фізики передбачає постійне чергування розповіді і демонстрації. Важливо поєднувати навчання в класі з практичними експериментами, щоб переконатися, що їхні учні досконало розуміють кожне поняття. Також вважається, що лабораторне навчання та експерименти, які там проводяться, сприяють глибокому розумінню суті фізичних явищ та процесів. Учні можуть довше зберігати знання, коли бачать, як на їхніх очах проводяться досліди.

Різноманітне обладнання фізичної лабораторії дозволяє учням безпосередньо взаємодіяти із зібраними даними. Вони отримують власний практичний досвід навчання при виконанні експериментів самостійно. Учні мають вміти використовувати моделі та розуміти різні наукові теорії та концепції. Вже доведено, що обладнання та приладдя для шкільних фізичних лабораторій полегшують викладання та навчання як для вчителів, так і для учнів. Існує чимало наукових теорій і концепцій, які важко пояснити безпосередньо лише у підручниках [4].

Найновіші матеріали та сучасне обладнання надає освітнім закладам можливість зробити наукові досягнення майбутнього покоління. Прогрес у різних галузях науки і техніки був би неможливий, якби школи не готували блискучих та відданих своїй справі вчених і дослідників. Навчальні лабораторії розвивають у дітей інтерес до наукових досліджень. Коли учні спостерігають за різними природними явищами та проводять експерименти, їхні навички міркування відточуються, і вони починають глибоко замислюватися над здавалось би нудними теоріями та концепціями. Таким чином освітні заклади відіграють важливу роль у вихованні майбутніх інженерів, вчених. Саме тому освітні заклади повинні мати найсучасніше обладнання для уроків фізики та шкільних лабораторій, щоб зробити науку цікавою для учнів, а її вивчення продуктивним, і заохотити їх до прагнення зробити власний внесок у галузі фізики у подальшому житті [2].

Новітнє та високоякісне обладнання є дуже бажаним елементом будь-якої класної кімнати, але для сучасного кабінету фізики воно стає справжнім фундаментом. Фізика відрізняється від будь-якого іншого предмета. Щоб зрозуміти її концепції, потрібно вийти за межі книг і традиційного навчання. Ефективне викладання та вивчення фізики передбачає спостереження, поводження з реальними фізичними об'єктами і матеріалами та оперування ними. Знання, які учні отримують на уроках, будуть неефективними, якщо вони при цьому не спостерігали за справжніми процесами і не розуміли зв'язок між дією та реакцією.

Що повинен включати в себе сучасний кабінет фізики? Почнемо з того, що в першу чергу для кабінету фізики потрібен Інтерактивний комплект, в який може входити: інтерактивна дошка, проектор (краще, якщо це буде короткофокусний проектор, що не дає тіні на зображення та не засліплює очі); 3D-принтер, який дозволяє додруковувати необхідні елементи для фізичних експериментів та дослідів фізичних явищ; цифрова навчальна лабораторія, що містить набір необхідних датчиків та програмне забезпечення. Всі ці елементи кабінету дозволять проводити, досліджувати та аналізувати різні фізичні експерименти в короткому та довготривалому періоді [3]. Технологічний прогрес у змозі забезпечить на сьогодні потреби сучасного кабінету фізики.

Даний підхід до організації і проведення навчального фізичного експерименту не лише розширює можливості експерименту як виду наочності і джерела знань, але й підвищує зацікавленість учнів до процесу пізнання, що забезпечує значне поліпшення ефективності навчання фізики, позитивно впливає на когнітивні процеси, дозволяє збільшити інформаційну наповнюваність навчального матеріалу і сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів до дослідницької роботи. Водночас формує підхід до лабораторних досліджень як до процесу моделювання, проведення аналітичного прогнозування та віртуального експерименту.

Список використаних джерел:

1. Система шкільного експерименту з фізики. URL: https://fizmet.org/nfe/P112.htm

2. Коробова І.В. Основи методичної діяльності учителя фізики : навч.- метод. посібник [для студ. спеціальності «Середня освіта. Фізика» денної, заочної та екстернатної форм навчання] / І. В. Коробова. Херсон : ФОП Грінь Д. С., 2016. 222 с. URL: http://ekhsuir.kspu.edu/bitstream/123456789/4563/1/65.pdf

3. Кабінет фізики. Що нового є для НУШ. URL: https://inter-systems.kiev.ua/novosti/bloh/309-kabinet-fiziki-shcho-novogo-e-dlya-nush.html

4. Рудник Л. Б. Методика використання прикладних властивостей фізики: експериментальні роботи. Методичний посібник для вчителів та учнів загальноосвітніх шкіл, гімназій, ліцеїв. Одеса. 2020. URL: https://vseosvita.ua/library/embed/010094y9-a5d9.doc.html

5. Спостереження, досліди, вимірювання, гіпотеза, експеримент: URL: https://miyklas.com.ua/p/fzika/7-klas/fizika-iak-prirodnicha-nauka-piznannia-prirodi-16472/naukovi-metodi-vivchennia-prirodi-tcina-podilki-vimiriuvalnikh-priladiv-16475/re-1723eb26-aac3-402e-98b4-ded4f2e9bec4

The article reveals the peculiarities of students' work with projects during the study of physics in educational institutions of various types, as a means of developing their abilities for scientific and research activities.

Keywords: *physics project, research skills, methods of project activity.*

УДК 374.091.33

Жолтовський О. О., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Федорчук В. А.,** доктор технічних наук, професор

МЕТОДИ І ЗАСОБИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ПІДТРИМКИ ПРОЦЕСУ ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНОЇ МОВИ

Статтю присвячено дослідженню методів і засобів підвищення ефективності процесу запам'ятовування іноземних слів та фраз. Розглянуто створення і використання спеціалізованого програмного засобу, який дає змогу користувачу формувати асоціативні зв’язки між словами, фразами, зображеннями та аудіо фрагментами, а також здійснювати збір, аналіз і структурування навчального матеріалу.

Ключові слова: *іноземні мови, вивчення іноземних мов, запам’ятовування слів та фраз, мобільні додатки, організація матеріалу для вивчення.*

Актуальність теми дослідження. Володіння багатьма іноземними мовами завжди було вимогою для багатьох людей, які при здобуванні знань користуються іншомовними джерелами або для співпраці з колегами в іноземних компаніях. Більше того, у сучасному світі потреба у вивченні іноземних мов, особливо англійської, стає все більш актуальною в умовах теперішньої глобалізації.

Постановка проблеми. Одним з найбільш помітних методів вивчення іноземних мов є метод карток, де слово або фраза пов’язується зі словом без перекладу на рідну мову, що дозволяє формувати прямі асоціації з об’єктом та його визначенням [4]. На сьогоднішній день цей метод використовується у функціоналі багатьох мобільних застосунках для вивчення іноземних мов.

Найбільш відомою програмою такого типу є Quizlet яка дозволяє пов’язувати слова, фрази із зображеннями, які можна знаходити засобами Google або завантажувати зі сховища. Усі слова й фрази можуть бути організовані у модулі, що дозволяє категоризувати зібраний матеріал та навіть проходити тести по заданому модулі [5]. Однак Quizlet не виокремлює найбільш часто вживану лексику, через що користувачу може бути складно визначити пріоритетний набір слів для вивчення. До того ж Quizlet фокусується більше на вивченні слів або фраз, ніж на їх збиранні, тобто користувачу доведеться перемикати екран смартфону на Quizlet для занесення фрази або слова до бази даних, що може його відволікати.

Тому для усунення цих недоліків пропонується розробити додаток, що дозволить збирати слова та фрази у зручний спосіб, організовувати їх відповідно до частоти зустрічей й до рівня знань користувача, що дозволить спочатку сфокусуватися на загально вживаній лексиці й плавно переходити до менш вживаної.

Мета. Метою дослідження є пошук методів і засобів підвищення ефективності процесу запам'ятовування іноземних слів та фраз на основі створення і використання спеціалізованого програмного засобу, який дасть змогу користувачу формувати асоціативні зв’язки між словами, фразами, зображеннями та аудіо фрагментами, а також здійснювати збір, аналіз і структурування навчального матеріалу.

Виклад основного матеріалу. У додатку всі дані представляються у вигляді графу, вузли якого діляться на шість видів, а саме: категорії, фрази, слова, аудіо, зображення, пояснення. Перші три види мають спеціальний лічильник, значення якого коливається в залежності від того, наскільки користувач ознайомлений з даними у цих вузлах. Наприклад, значення лічильника вузла слова залежить від того, наскільки часто користувач зустрічався з цим словом, повторював його, також від кількості фраз, де це слово присутнє та результатів тестів. В свою чергу, значення лічильника фраз визначається як середнє значення від усіх значень лічильників слів у ній. Категорії мають схожий алгоритм підрахунку значення лічильника, але за основу беруться значення лічильників усіх вузлів, що прикріплені до вузла цієї категорії. Лічильники дозволяють розподілити пріоритети для зібраного матеріалу, відповідно до частоти вживання слова та знань користувача, що в поєднанні з попереднім досвідом зустрічей цих матеріалів дасть змогу краще їх запам’ятовувати [1].

Оскільки більшу частину інформації іноземною мовою користувач отримує з Інтернет-ресурсів [2, с. 5], планується впровадити зручний інтерфейс, що дозволить користувачеві вносити слова або фрази прямо з тексту, категоризувати їх, прикріплювати зображення та зберігати їх у базі даних без необхідності перемикання екрану. При цьому додаток також може проаналізувати матеріал та виокремити найбільш часто вживану лексику з текстових матеріалів або автоматично занести невідомі слова до бази.

При додаванні слова користувач також може створювати для нього додаткові вузли, такі як зображення, аудіо або пояснення. Зображення можуть бути згенеровані за допомогою штучного інтелекту на основі слова, знайдені з використанням засобів Google або завантажені зі сховища. Аудіо також можуть бути завантаженні зі сховища або записані.

Вузол аудіо також може додаватися і без слова або фрази. У таких випадках можна скористатися сервісом розпізнавання аудіо, хоча для деяких мов він може не підтримуватися [3]. Це дозволить збирати фрази та слова навіть з аудіо та відео без субтитрів.

Вузол пояснення в свою чергу дозволяє користувачеві нотувати та описувати зібраний ним матеріал. Пояснення також використовуються у тесті, що дозволяє повторити зібраний матеріал. Сам тест орієнтований на запам’ятовування слів, їх контексту та формування асоціацій з фото та аудіо. Питання у тесті базуються на усіх даних, що зібрав користувач, відповідно тестування буде здійснюватися не реальних прикладах використання іноземної мови. Самі питання діляться на 10 видів: розпізнавання аудіо, визначення об’єкта на фото, знання контексту на основі зібраних фраз, вибір слова, відповідно до його визначення, питання на знання слів типу «так, ні». Відповіді на питання впливають на лічильники, що дозволяє оцінювати рівень знань користувача та змінювати пріоритет матеріалів для вивчення. Тест може конфігуруватися, відповідно до критеріїв, яким користувач надає перевагу, наприклад категорії слів або фразу, стану лічильників або іншим критеріям.

При додаванні слова користувач може обрати одну або кілька категорій, до яких віднести це слово. Якщо слово вже було внесене, то змінюється значення лічильника, що впливає на пріоритет вивчення цього слова. Додавання фрази виконується за схожою процедурою, але окрім самого вузла фрази додаються також вузли слів, з яких ця фраза складається, якщо у фразі присутні слова, що вже були занесені до бази даних, то значення їх лічильників збільшується. Іноді фраза також може розглядатися як самостійна лексична одиниця (фразеологізм), тобто із лічильником, подібним до того, що має слово, тому користувач може визначити, як саме трактувати фразу.

Висновок. Запропонований програмний продукт дозволить забезпечити кращий підхід до організації слів та фраз на іноземній мові, дозволяючи збирати, практикувати і запам'ятовувати слова й контекст, в якому вони вживаються.

Список використаних джерел:

1. Іванців Ю. Замітки Поліглота. Практичні поради з вивчення іноземної мови. Lulu Press, Incorporated, 2021. 312 с. URL: https://www.google.com.ua/books/edition/Замітки_Поліглота/gJPXzwEACAAJ?hl=uk (дата звернення: 24.10.2023).
2. Contextual Language Learning / ред.: Y.-J. Lan, S. Grant. Singapore. Springer Singapore, 2021. 202 с. URL: https://doi.org/10.1007/978-981-16-3416-1 (дата звернення: 23.10.2023).
3. Speech-to-Text supported languages. Google Cloud, 2023. URL: https://cloud.google.com/speech-to-text/docs/speech-to-text-supported-languages (дата останнього звернення 23.10.2023 р.)
4. Sushmita Roy. This Is How You Learn a New Language and Never Forget It. The science of language learning, 2022. URL: https://blog.fluent-forever.com/this-is-how-you-learn-a-new-language-and-never-forget-it (дата останнього звернення 23.10.2023 р.)
5. About Quizlet. Quizlet, 2023. URL: https://quizlet.com/ (дата останнього звернення 23.10.2023 р.)

The article is devoted to the study of methods and means of increasing the efficiency of the process of memorizing foreign words and phrases. The creation and use of a specialized software tool for the formation of associative links between words, phrases, images and audio fragments in the user are considered. It is also possible to collect, analyze and structure educational material.

Keywords: *foreign languages, foreign languages learning, memorizing words and phrases, mobile applications, organization of study material.*

УДК 371.3:51

Катричук В. В., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Теплінський Ю. В.,** доктор фізико-математичних наук, професор

ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена узагальненню навчального матеріалу про квадратні рівняння та нерівності у шкільному курсі математики, висвітленню деяких особливостей навчання розв'язуванню квадратних рівнянь здобувачів освіти.

Ключові слова: *квадратні рівняння, методи розв'язування, вчитель математики, здобувачі освіти.*

У зв'язку з постійним розвитком суспільства освіта зазнає помітних змін. З одного боку, під впливом реформування системи вищої освіти першочерговим завданням є належне забезпечення спеціальної підготовки студентів, формування і розвиток їх як майбутніх висококваліфікованих, професійно підготовлених, компетентних фахівців. З іншого боку, під впливом інформатизації у закладах освіти склалися передумови появи і розвитку нового напрямку в освіті – дистанційного навчання, що ґрунтується, здебільшого, на самостійні роботі студентів.

Метою дослідження є узагальнення сучасного навчального матеріалу шкільного курсу алгебри розділу «Квадратні рівняння та нерівності» та розробка пропозиції щодо впровадження різноманітних методів їхнього розв'язування для самостійного опрацювання та поглибленого вивчення теми на факультативних заняттях учнями та вчителями закладів загальної середньої освіти і професійно-технічних навчальних закладів, а також здобувачами вищої освіти фізико-математичного факультету.

Об'єктом дослідження є застосування квадратних рівнянь та нерівностей у вивчені курсу алгебри; прикладні задачі на знаходження коренів рівняння та нерівностей; розв`язування задач, що зводяться до квадратних рівнянь.

Предметом дослідження є підходи до викладання розділу «Квадратні рівняння та нерівності» в курсах алгебри в закладах освіти.

Для цієї теми характерна велика глибина викладу і багатство встановлюваних з її допомогою зв'язків у навчанні, логічна обґрунтованість викладу. Тому вона займає особливе місце у лінії рівнянь, адже вона розширює числову систему. Усі числові області, розглянуті в шкільній алгебрі і початках аналізу, за винятком області всіх дійсних чисел, виникають у зв'язку з розв'язуванням яких-небудь рівнянь.

Ефективність навчання і якість знань учнів підвищуватиметься завдяки супроводу навчальних занять належним дидактичним забезпеченням з теми «Квадратні рівняння та нерівності».

Нами використані такі методи дослідження:

- метод порівняння та узагальнення історичних методів алгебри рівнянь та нерівностей;
- метод практичного розв’язування характерних математичних завдань;
- метод побудови графічних наочних матеріалів.

Для вивчення даної теми були проаналізовані сучасні шкільні підручники різних авторів [1].

Найпростіші лінійні рівняння та задачі на складання рівнянь учні розв’язують ще у 1-6 класах. Основним способом розв’язування є використання залежностей між компонентами та результатами арифметичних дій. У 6-мо класі розглядається також перенесення членів рівняння з однієї частини в іншу. Починаючи з 7-го класу в курсі алгебри основної школи істотного розвитку набуває лінія розв’язування рівнянь та нерівностей, де проводиться певне узагальнення. Вже з 8-го класу розглядаються квадратні рівнянні, а у 9-му класі учні розглядають біквадратні рівняння та системи рівнянь другого степеня. Також розв’язуються задачі на складання квадратних рівнянь та нерівностей, які зводяться до квадратних.

Задачі з параметрами в курсі шкільної програми не вивчаються. І тому учню дуже важко зрозуміти умову задачі такого змісту. Такі задачі вимагають дослідження та знаходження всіх можливих значень параметра, при яких задача має розв’язок або розв’язку не існує.

Задачі на дослідження квадратного тричлена класифікують так:

- розв’язування квадратних рівнянь з коефіцієнтами, залежними від параметра;
- знаходження знаків дійсних коренів квадратного рівняння;
- розв’язування задач на дослідження розташування коренів квадратного рівняння відносно заданої точки чи проміжку;
- розв’язування квадратних рівнянь, в яких вказана залежність одного кореня від іншого.

Тему «Приклади рівнянь і систем, що зводяться до квадратних» можна тлумачити по-різному, адже є багато логарифмічних, тригонометричних та інших рівнянь, розв'язування яких зводиться до розв'язування квадратних рівнянь. Зрозуміло, що тут йдеться насамперед про дробово-раціональні рівняння, що зводяться до квадратних, а також системи двох рівнянь, з яких одне першого степеня, а інше – другого степеня. З дробовими рівняннями, що зводяться до рівнянь першого степеня, учні вже мали справу. Тому немає потреби повідомляти щось нове з теорії. Бажано тільки повторити, що, розв'язуючи такі рівняння, обидві його частини множимо на вираз, який містить невідоме. А від цього може утворитись рівняння, не рівносильне даному. Звичайно, в цьому випадку доводиться множити обидві частини рівняння на цілий алгебраїчний вираз, який має значення при всіх значеннях невідомого. Тому втрати коренів при цьому не буває. Але сторонні корені можуть появитися. Розв'язуючи такі рівняння, обов'язково треба робити перевірку. Тут перевірка є обов'язковою складовою частиною розв'язання.

На жаль, у шкільному збірнику немає жодної вправи, щоб обидва корені отриманого квадратного рівняння не задовольняли заданого дробового-раціонального рівняння. Тому вчителям варто скласти кілька таких вправ самостійно. Можна скласти одне рівняння з параметром, а потім, підставляючи замість цього параметра різні числа, дістати багато рівнянь вказаного виду.

Систем рівнянь, з яких кожне — другого степеня, семикласникам не варто пропонувати, оскільки такі системи зводяться до рівнянь третього і четвертого степенів, а їх учні 7 класу розв'язувати не вміють. Тому доречно запропонувати графічним способом розв'язати одну-дві таких системи.

З методичного погляду розв'язування задач на складання квадратних рівнянь майже не відрізняється від розв'язування задач на складання лінійних рівнянь. В обох випадках учневі доводиться виконувати те саме: уважно вивчити задачу, вибрати невідоме, виразити через це невідоме кілька величин, про які говориться в задачі, скласти рівняння, розв'язати його і т. ін. Тому всі ті методичні зауваження, які звичайно даються до розв'язування задач на складання лінійних рівнянь, залишаються в силі і для задач на складання квадратних рівнянь. Проте деякі особливості ці задачі все-таки мають. Звичайно задачі на складання квадратних рівнянь важчі (хоч і не завжди) від задач на складання лінійних рівнянь. Можна вказати й істотнішу відмінність. Усі задачі на складання лінійних рівнянь можна розв'язати арифметичними методами, всі вони – типові арифметичні задачі. А задачі, які зводяться до квадратних рівнянь, за небагатьма винятками, розв'язувати арифметичними методами не можна.

Під час розв'язування задач, що зводяться до квадратних рівнянь, більше уваги доводиться приділяти дослідженню розв'язку. Навіть якщо задача і не містить буквених даних, все одно доводиться робити деяке дослідження – з'ясовувати, який з двох коренів квадратного рівняння задовольняє умову задачі. При цьому часто треба виходити за межі математики, досліджувати, чи може трапитися та чи інша ситуація в житті, чи ні.

Розділ «Квадратні рівняння» займає неабияке місце в професійній підготовці майбутнього вчителя. Тому розроблений комплекс, який об'єднує властивості звичайного підручника, задачника і практикуму, створює хорошу базу для ефективного використання його в практичній діяльності.

Список використаних джерел:

1. Електронні версії підручників : веб-сайт. URL: https://lib.imzo.gov.ua/yelektronn-vers-pdruchnikv/ (дата звернення: 11.10.2023).

The article is devoted to the generalization of educational material about quadratic equations and inequalities in the school mathematics course, highlighting some features of learning how to solve quadratic equations for students of education.

Key words: *quadratic equations, solving methods, mathematics teacher, students.*

УДК 004.8;004.02
Козаков В. В., здобувач вищої освіти
Пилипюк Т. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент

ШТУЧНІ НЕЙРОННІ МЕРЕЖІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ

У статті досліджено підгрунтя популярності штучних нейронних мереж (ШНМ). Подано коротку історію появи і розвитку нейронних мереж. Проаналізовано області застосування ШНМ. Наведено приклади застосування штучних нейронних мереж в задачах прогнозування.

Ключові слова: *нейронна мережа, перцептрон, застосування, задачі прогнозування.*

На сьогоднішній день великої популярності в світі набула така галузь штучного інтелекту як нейронні мережі. Актуальність розробок в галузі нейронних мереж обумовлена перш за все тим, що застосування даної моделі широко використовуються в найрізноманітніших областях. За допомогою вирішення задач на основі нейронних мереж функціонування будь-якої системи стає ефективнішим.

Нейронні мережі це не щось нове, вперше згадка датована ще 1943 року. Нейрофізіологом Ворреном Мак-Каллок і логіком Волтер Піттсом вдалося формалізувати поняття нейронних мереж у фундаментальній статті про логічне обчислення ідей і нервової активності, а також змоделювали біологічну роботу органічного нейрона за допомогою електричних ланцюгів.

У 1949 році фізіолог Дональд Хебб написав книгу «Організація поведінки: нейропсихологічна теорія». У ній учений зазначив, що нервові шляхи посилюються при кожному наступному використанні, особливо між нейронами, схильними збуджуватися одночасно. Робота Хебба стала початком довгого шляху до кількісної оцінки складних процесів, що відбуваються в мозку.

У 1958 році натхненний публікацією Маккаллоха і Піттса нейрофізіолог Френк Розенблатт розробив перцептрон. Саме його можна назвати першою практичною реалізацією нейромережі. А вже у 1960 році Френк Розенблатт розробив обчислювальну машину «Марк I» на базі перцептрона. Це була система з простим взаємозв’язком вхід-вихід, здатна навчатися в найпростіших завданнях. Але за рік до цього у 1959 році дослідники Стендфордського університету Бернард Відроу і Тед Хофф розробили першу нейронну мережу MADALINE, успішно застосовану до реальної проблеми. Вона використовується досі і допомагає усувати перешкоди в телефонних лініях. Такі ранні дослідження в цій області породили широкий резонанс навколо того, щоб далі проводити дослідження в області нейронних мереж.

За увесь час дана область широко розвивалася. У 1961 році піонери штучного інтелекту Джером Візнер, Олівер Селфрідж і Клод Шеннон випустили телепередачу про те, що дана область є майбутнє світу. Але найбільший розголос стався вже 80-ті, коли у 1982 році, коли вчений Джон Гопфілд представив модель із двонаправленими зв'язками нейронів, відому як нейромережа Гопфілда. Вона стала першим алгоритмом з асоціативною пам'яттю. У 1987 році Інститут інженерів електротехніки та електроніки організував першу Міжнародну конференцію з нейронних мереж. Згодом дана галузь почала все активніше розвиватися. А вперше простий користувач міг дізнатися про штучні нейронні мережі завдяки Google. Саме цей сервіс пошуку вперше запровадив програму, яка була здатна запам'ятовувати, аналізувати та відтворювати інформацію.

А що стосується сфер де активно застосовують, то мабуть жодна аналітика не обходиться без застосування прогнозування за допомогою штучної нейронної мережі, що дає змогу прогнозувати майбутню поведінку того чи іншого предмета галузі. Нейромережі лежать в основі також безлічі додатків і сервісів. Наприклад, їх використовує Apple для розуміння і генерації мови голосовим помічником Siri, а Microsoft – для перекладу веб-сторінок у реальному часі в браузері Bing.

У 2022 році почали набирати популярності алгоритми, що дають змогу всім охочим створювати унікальні картини за уривком тексту. ШІ-генератори зображень на кшталт DALL-E 2, Midjourney і Stable Diffusion XL досі мають попит і застосовуватимуться ще довгий час [4].

У 2023 році спільнота почала активно розробляти і застосовувати чат-боти, що базуються на великих мовних моделях. Технологія дає змогу користувачам поставити запитання, ввести запит або підказку й отримати розгорнуту «майже людську» текстову відповідь [4].

Чат-боти на кшталт ChatGPT від OpenAI здатні розмовляти на різноманітні теми та розуміти контекст, визнавати помилки, жартувати та сперечатися.

Крім цього, нейромережі використовують у різних галузях, зокрема:

- комп'ютерний зір для безпілотних автомобілів, дронів і роботів-доставщиків;
- ідентифікація облич у системах відеоспостереження;
- розпізнавання і синтез мови, а також мови для сервісних ботів;
- рекомендаційні системи в електронній комерції, музичних і відео платформах, соціальних мережах;
- асистування лікарям у діагностуванні хвороб і складанні медичних нотаток клінічного обстеження пацієнтів;
- допомога фахівцям у пошуку нових лікарських сполук;
- можливість профілактичного обслуговування інфраструктури шляхом аналізу даних датчиків Інтернету речей і багато іншого.

Одним з перспективних методів використання (застосування) нейронних мереж є також методом прогнозування.

Є багато прикладів класичного прогнозування з допомогою ШНМ, до прикладу, прогнозування курсу валют/криптовалют. У роботі [2] розглянуто алгоритми навчання нейронної мережі для прогнозування, а також представлено один з алгоритмів – алгоритм Левенберга-Марквардта дослідження штучної нейронної мережі для прогнозування курсу криптовалют.

У роботі [3] розглянуто переваги нейромережевого прогнозування та представлено інший алгоритм прогнозування – прогнозування на основі часових рядів.

Можна назвати багато переваг нейронних мереж над іншими алгоритмами. Однією з основних є те, що при використанні нейронних мереж легко досліджувати залежність прогнозованої величини від незалежних змінних.

Наприклад [3], є припущення, що продажі на наступному тижні якимось чином залежать від наступних параметрів:

– продажів в останній тиждень;
– продажів у передостанній тиждень;
– часу прокручування рекламних роликів (TRP);
– кількості робочих днів;
– температури.

Крім того, продажі носять сезонний характер, мають тренд і якось залежать від активності конкурентів.

Хотілося б побудувати систему, яка б усе це природнім чином враховувала і будувала б короткострокові прогнози.

У такій постановці завдання застосування більшої частини класичних методів прогнозування буде просто неможливим.

Використовуючи ж навіть найпростішу нейромережеву архітектуру (перцептрон з одним схованим шаром) і базу даних (із продажами й усіма параметрами) легко одержати працюючу систему прогнозування. Причому враховувати, чи не враховувати зовнішні параметри системою буде визначатися включенням, або виключенням відповідного входу в нейронну мережу.

Експерт може скористатися яким-небудь алгоритмом визначення важливості й відразу визначити значимість вхідних змінних, щоб потім виключити з розгляду параметри, що мають незначний вплив.

Ще одна серйозна перевага нейронних мереж полягає в тому, що експерт не є заручником вибору математичної моделі поведінки часового ряду. Побудова нейромережевої моделі відбувається адаптивно під час навчання, без участі експерта. При цьому нейронній мережі пред'являються приклади з бази даних і вона сама підлаштовується під ці дані.

Недоліком нейронних мереж є їхня недетермінованість. Мається на увазі те, що після навчання є "чорний ящик", який якимось чином працює, але логіка прийняття розв'язків нейромережею зовсім схована від експерта. У принципі, існують алгоритми "витягу знань із нейронної мережі", які формалізують навчену нейронну мережу до списку логічних правил, тим самим створюючи на основі мережі експертну систему. На жаль, ці алгоритми не вбудовуються в нейромережеві пакети, до того ж набори правил, які генеруються такими алгоритмами досить об'ємні.

Проте, для людей, що вміють працювати з нейронними мережами й знають нюанси налаштування, навчання й застосування, у практичних завданнях непрозорість нейронних мереж не є настільки серйозним недоліком.

Щодо використання багатошарових персептронів, то найпростіший варіант застосування штучних нейронних мереж у завданнях бізнес-прогнозування – використання звичайного перцептрона з одним, двома, або трьома прихованими шарами. При цьому на входи нейронної мережі звичайно подається набір параметрів, на основі якого (на думку експерта) можна успішно прогнозувати. Виходом звичайно є прогноз мережі на майбутній момент часу.

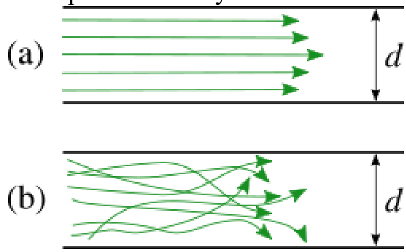


Рис. 1. Приклад графіка історії продажів [3]

Розглянемо приклад прогнозування продажів [3]. На рисунку 1 представлений графік, що відображає історію продажів деякого продукту по тижнях. У даних явно помітна виражена сезонність. Для простоти припустимо, що ніяких інших потрібних даних у нас немає. Тоді мережу логічно будувати в такий спосіб. Для прогнозування на майбутній тиждень треба подавати дані про продажі за останні тижні, а також дані про продажі в плині декількох тижнів підряд рік тому, щоб мережа бачила динаміку продажів один сезон назад, коли ця динаміка була схожа на справжню за рахунок сезонності.

При використанні багатошарових нейронних мереж у бізнес-прогнозуванні в загальному і прогнозуванні продажів зокрема корисно також пам'ятати про те, що потрібно акуратно робити нормування й що для вихідного нейрона краще використовувати лінійну передатну функцію. Узагальнюючі властивості від цього небагато погіршуються, але мережа буде набагато краще працювати з даними, що містять тренд.

Список використаних джерел:

1. Пилипюк Т.М., Євтушенко Т.А. Штучні нейронні мережі та їх застосування в задачах прогнозування на основі часових рядів. Вісник Кам’янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2021. Вип. 14. С. 16-21
2. Пилипюк Т.М., Марисюк А.А. Застосування штучних нейронних мереж для прогнозування курсу криптовалют. Вісник Кам’янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Поділ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2021. Вип. 14. С. 29-34
3. Нейромережеві моделі бізнес-прогнозування. URL: https://wiki.tntu.edu.ua /Прогнозування_за_допомогою_нейронних_мереж

4. Що таке нейронні мережі та де їх використовують? URL: https://incrypted.com/ua/shcho-take-nejromerezhi/

The article examines the basis of the artificial neural networks popularity. A brief history of the neural networks emergence and development is presented. Artificial neural networks applications areas are analyzed. Examples of artificial neural networks applications in prediction problems are presented.

Keywords: *neural network, perceptron, application, prediction problems*

УДК 004.4:[517+378.14.015.62]

Косінов М. С., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Смалько О. А.,** кандидат педагогічних наук, доцент

ВАЖЛИВІСТЬ РОЗРОБКИ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ОПРАЦЮВАННЯ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ МОНІТОРИНГУ УСПІШНОСТІ СТУДЕНТІВ

У статті обґрунтовується потреба розробки інформаційно-аналітичної системи, використання якої у закладі вищої освіти значно збагатить арсенал засобів академічної та навчальної аналітики. Перелічуються функції, які доцільно реалізовувати в ній задля забезпечення належного моніторингу успішності студентів і оцінювання ефективності навчання. Описуються переваги розробки ефективних інструментів візуалізації навчальної аналітики, які покращать її сприймання.

Ключові слова: *якість вищої освіти, академічна аналітика, навчальна аналітика, освітнє оцінювання, оцінювання ефективності навчання, моніторинг освітніх досягнень, моніторинг успішності, інформаційна панель навчання, навчальний слід*

Будь-який прогрес, досягнутий нашим суспільством у різні віки, обумовлений прогресивною освітньою діяльністю. Будучи фундаментом суспільства, освіта сприяє ефективним реформам, допомагає прогресу в різноманітних галузях життя та прокладає шлях для інновацій. Важливість якісної освіти важко переоцінити у сучасному соціумі, що послуговується високими технологіями, надсилає зонди у глибокий космос для дослідження позаземних об'єктів, створює людиноподібних роботів і розвиває генеративний штучний інтелект.

У XXI столітті, технологічному, інформаційно насиченому, гуманістично спрямованому, як ніколи раніше відчувається потреба у якісній вищій освіті. Організація Об'єднаних Націй у 2012 році вперше включила справедливу якісну освіту до своїх цілей сталого розвитку [2], започаткувала міжнародну ініціативу сталого розвитку вищої освіти [5]. А Європейський Союз у свою чергу, розвиваючи свій сектор вищої освіти, реалізовує Європейську стратегію для університетів [3].

Україна, інтегруючись до Європейського освітнього простору, також прагне посилити контроль за забезпеченням якості вищої освіти, доступної для різних верств населення, визначивши важливі стратегічні та операційні цілі [9], реалізація яких потребує вибудовування в закладах вищої освіти (ЗВО) ефективних систем внутрішнього забезпечення якості освіти.

Оскільки освіта у наш час знаходиться під сильним впливом цифрових технологій і здебільшого навіть залежить від них, то природно забезпечувати внутрішній моніторинг результатів навчання здобувачів вищої освіти з використанням повноцінної інформаційно-аналітичної системи.

Метою даної статті є обґрунтування важливості розробки інформаційно-аналітичної системи для опрацювання та візуалізації результатів моніторингу успішності студентів, опис функцій подібних комп'ютерних систем, а також підходів до аналізу даних, які варто реалізовувати в них, щоб забезпечувати ефективну підтримку діагностики поточного стану навчального процесу у ЗВО.

Моніторинг освітніх досягнень студентів є значущим компонентом якісної освіти. Як правило, ретельний моніторинг успішності суб'єктів навчання є одним з основних факторів, що відрізняють ефективні навчальні заклади від неефективних. Він значною мірою сприяє визначенню якісного складу науково-педагогічних працівників і до того ж допомагає студентам усвідомлювати свої здобутки та прогрес у досягненні власних цілей.

Результати моніторингу надають значну частину інформації, необхідної для планування, організації і провадження освітньої діяльності. Грамотно використовуючи ці результати, можна вирішувати широкий спектр проблем, що виникають на шляху вдосконалення навчально-виховного процесу. З його допомогою можна виявляти слабкі місця у навчанні, неефективність застосовуваних викладачами методів та інші аспекти, що потребують уваги та покращення.

Відповідальне оцінювання ефективності навчання у ЗВО дає можливість отримати та проаналізувати статичну і динамічну інформацію про здобувачів освіти, змоделювати близьке до реального середовище навчання, і на цій основі прогнозувати та оптимізовувати освітній процес, різні середовища навчання, а також приймати стратегічні та інструментальні освітні рішення.

Вже понад два десятиліття наукова спільнота активно займається проблемами підвищення якості освіти. Звісно, вирішити їх лише за рахунок збирання даних не вийде. Для перетворення даних у корисну інформацію та формування оптимальних дії потрібен багатоетапний аналітичний процес. При цьому, залежно від типів, рівнів і масштабів освітніх завдань розрізняють навчальну аналітику, академічну аналітику та інтелектуальний аналіз освітніх даних [6; 7].

Навчальну аналітику можна уявили собі як збір «слідів», що залишають по собі суб'єкти освітнього процесу, і використовувати ці «сліди» конче потрібно для покращення навчання. З метою полегшення сприймання навчальної аналітики фахівці рекомендують створювати ефективні цільові візуалізації, які здавна добре зарекомендували себе у бізнес-аналітиці. Це так звані дашборди або інформаційні панелі [1].

Під час розробки інформаційно-аналітичної системи, передбаченої технічним завданням дипломного дослідження, створюватимуться інструменти відображення подібних інформаційних панелей навчання засобами фреймворку Angular з використанням бібліотеки Chart.js.

Призначені для різних категорій користувачів, передусім для викладачів і керівників ЗВО, такі інформаційні панелі навчання надаватимуть можливість формувати їхні компоненти візуалізації за запитом, вибирати потрібні статистичні методи та форми представлення інформації на них, виводити на друк, а також зручно інтегрувати «навчальні сліди» студентів до інших програмних застосунків, щоб наочно та дохідливо демонструвати певні результати навчальних процесів і використовувати їх для виявлення закономірностей. Дизайн дашбордів формуватиметься з урахуванням найкращих практик візуалізації графічно-цифрових даних [4; 8].

Значну частину часу по систематизації теоретичних основ, потрібних для виконання завдань дипломної роботи, було приділено вивченню технік освітнього оцінювання, методик обчислення різних показників успішності навчальної діяльності студентів, статистичних методів опрацювання та аналізу результатів навчання академічних груп. Досліджувалися критерії успішності здобувачів освіти, способи оцінювання студентів, що дають можливість найбільш точно оцінити якість їхнього навчання з певного предмету, показники, які допомагають отримувати якомога повніше розуміння результатів навчання в групах. Також вивчалися різні погляди на оцінювання ефективності програм навчання (освітньо-професійних програм спеціальностей, робочих програм навчальних дисциплін), можливі причини, що впливають на статистику успішності, показники та ознаки, які можуть свідчити про ймовірну академічну недоброчесність, загальні підходи до розробки стратегій поліпшення навчання в університетському середовищі тощо.

Так, у процесі проведеного дослідження, спираючись на відомі методики опрацювання результатів моніторингу освітніх досягнень студентів, було визначено які основні показники варто обчислювати у програмному застосунку і як саме вони корелюють з якістю навчання. Зокрема, визначення середнього балу успішності та медіани (показника центральної тенденції) у кожній академічній групі дозволяє отримати загальне уявлення про рівень навчальних досягнень студентів. Низький середній бал студентів групи за результатами екзамену з якоїсь начальної дисципліни може свідчити про деякі ймовірні проблеми: про низьку якість викладання (методика навчання дисципліни не ефективна або не відповідає потребам здобувачів освіти), неадекватність оцінювання (методика оцінювання не відображає справжній рівень знань та розуміння студентів), некоректне визначення цілей курсу (коли викладач і студенти мають різні уявлення про те, що має бути досягнуто в результаті навчання), низький інтерес студентів (якщо студенти не виявляють достатньої зацікавленості в матеріалі навчального курсу).

У контексті дослідження проблеми академічної недоброчесності у вищій школі важливо визначити які статистичні показники (зокрема отримані за результатами екзаменаційних сесій) можуть вказувати на її присутність в освітній діяльності. Так, скажімо, якщо велика частина групи отримує подібні оцінки (особливо якщо раніше спостерігалася велика різноманітність), і розкид оцінок є дуже малим (тобто спостерігається низький рівень дисперсії), або якщо студенти в групі мають надмірно високий бал успішності (різко зросла середня або медіанна оцінка групи, непропорційно до попередніх результатів або до середнього рівня успішності на курсі), то це може вказувати на можливу корупцію або недоброчесні практики під час оцінювання. Проте завжди, у такому разі чи в інших випадках з підозрілими даними, до підбивання остаточних висновків обов’язково слід проводити додаткові розслідування, перевірки, опитування тощо.

Порівняння середніх екзаменаційних балів з однієї навчальної дисципліни у різних студентських групах може вказувати на наявність відмінностей у результатах навчання. Якщо, наприклад, одна і та ж дисципліна у потоці викладається різними викладачами (за однією навчальною програмою, але в різних академічних студентів), то провівши додатковий порівняльний аналіз груп, можна дізнатися про відмінності в успішності між ними (за рівнем підготовки, за методами навчання). Статистично значущі відмінності у медіанах оцінок двох невеликих груп студентів можуть вказувати на те, що є статистично значущі різниці в успішності навчання між цими двома групами. Такі відмінності спричинюють різні висновки про якість викладання, як-от: про те, що викладачі мають різний вплив на успішність студентів, у своїй освітній діяльності вони використовують різні методи навчання та/або оцінювання, зміщують акценти на окремих аспектах курсу тощо. Втім, важливо не забувати про врахування конкретних обставин та умов, проводити подальший аналіз і здійснювати додаткові дослідження для визначення причин статистичних відмінностей і схвалення відповідних заходів для поліпшення навчання.

У великих групах (понад 30 студентів) потрібно додатково визначати стандартне відхилення, яке вказує на варіабельність оцінок (ступінь розмаху або різноманітності оцінок навколо середнього арифметичного значення) і використати t-критерій (Стьюдента або точніше Вільяма Ґоссета), який також дозволить зробити висновок про статистичні різниці в середніх значеннях.

Для визначення того, чи є статистично значущими різниці в середніх оцінках або успішності студентів у більш ніж двох групах (наприклад, коли порівнюються групи, в яких вивчаються різні курси, або досліджується освітня діяльність конкретних викладачів, або порівнюються факультети), слід проводити дисперсійний аналіз. Спочатку обчислюється внутрішньогрупова дисперсія, що представляє розподіл кожної групи (внутрішній розкид), потім розраховується міжгрупова дисперсія, що визначає різниці між середніми значеннями груп, нарешті проводиться порівняння внутрішньогрупової та міжгрупової дисперсій за допомогою відношення дисперсії між групами до дисперсії всередині груп (так званої F-статистики). Зазвичай, якщо F-статистика велика, це вказує на те, що міжгрупова дисперсія велика порівняно з внутрішньогруповою дисперсією, і є підстави вважати, що є статистично значущі різниці між групами. Якщо ж дисперсійний аналіз показує, що є статистично значущі різниці, то проводиться додатковий аналіз – так звані пост-хок тести. Вони допоможуть визначити, між якими конкретними групами ці різниці існують.

Залежно від конкретних обставин дослідження, таких як розмір вибірки та кількість порівнюваних груп, можуть застосуватись наступні пост-хок тести: тест Тьюка (проводить ретельний аналіз при порівнянні всіх можливих пар груп), тест Шидака (також порівнює всілякі пари груп, але він є більш консервативним у порівнянні з тестом Тьюка), тест Бонферроні (найконсервативніший серед пост-хок тестів, оскільки контролює загальний рівень помилок, розділяючи рівень значущості на кількість порівнянь), тест Холма (подібний до тесту Бонферроні, але більш потужний при великій кількості порівнянь).

Як видно з викладеного фрагмента дослідження, без комп'ютеризованої системи, орієнтованої на опрацювання та візуалізацію результатів моніторингу успішності студентів, не обійтись сучасному ЗВО, керівний, управлінський і викладацький склад якого дбає про підвищення якості надання освітніх послуг. Саме тому започатковано розробку такої системи, яка за потреби буде розвиватись і збагачуватись новими функціональними можливостями.

Список використаних джерел:

1. Duval E. Attention please! Learning analytics for visualization and recommendation. ACM International Conference on Learning Analytics and Knowledge, 2011. DOI: 10.1145/2090116.2090118. URL: https://is.gd/2YNhS4 (дата звернення: 25.11.2023).
2. Ensure inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all. URL: http://surl.li/nqehw (дата звернення: 25.11.2023).
3. European Commission. Communication from the Commission on a European strategy for universities. URL: https://is.gd/anf1PX (дата звернення: 25.11.2023).
4. Fry B. Visualizing data: exploring and explaining data with the processing environment. Sebastopol: O'Reilly Media, 2008. 382 p. URL: https://is.gd/Nd0n2u (дата звернення: 25.11.2023).
5. Higher Education Sustainability Initiative. URL: https://sdgs.un.org/HESI (дата звернення: 25.11.2023).
6. Knobbout J. Designing the learning analytics capability model. Doctoral thesis. Alblasserdam: Ridderprint, 2021. 252 p. URL: http://surl.li/npcqr (дата звернення: 25.11.2023).
7. Lang C., Siemens G., Wise A. F., Gašević D., Merceron A. Handbook of learning analytics (2nd. ed.). Vancouver: SoLAR, 2022., 244 p. DOI: 10.18608/hla22. URL: https://is.gd/HLHRG4 (дата звернення: 25.11.2023).
8. Meirelles I. Design for information: an introduction to the historis, theories, and best practices behind effective information visualizations (illustrated edition). Beverly: Rockport Publishers, 2013. 224 p.

9. Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2022–2032 роки. URL: http://surl.li/dgylw (дата звернення: 25.11.2023).

The subject of the article is to substantiate the need to develop an information and analytical system, the use of which in a higher educational institution will significantly enrich the arsenal of academic and learning analytics tools. A list of functions that should be implemented in it is provided in order for this system to ensure proper monitoring of student performance and assessment of learning effectiveness. The paper also describes the advantages of developing effective learning analytics visualization tools that will improve its perception.

Keywords: *higher education quality, academic analytics, learning analytics, educational assessment, learning assessment, monitoring educational achievement, monitoring success, learning dashboard, educational footprint*

УДК 37.016:51

Лавренчук Д. О., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Думанська Т. В.,** кандидат педагогічних наук

ОСОБЛИВОСТІ СІНГАПУРСЬКОЇ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена ознайомленню із сінгапурською методикою навчання математиці здобувачів освіти закладів загальної середньої освіти.

Ключові слова: *сінгапурська математика, математика, вчитель математики, здобувачі освіти.*

Актуальність теми полягає у навчанні учнів володіти навичками критичного мислення, вміти самостійно розв'язувати якісь проблеми й глибоко аналізувати отриману інформацію. Застосування прогресивних навчальних структур дозволяє по-новому переосмислити навчальний процес. Сьогоднішній учень має бути конкурентоспроможним, ми – вчителі – повинні його виховувати. Нам потрібно виховати людей, які готові змінюватися.

Сінгапурська математика – це особливий навчальний план, який допомагає школярам розвинути математичні здібності та навички, використовуючи прості приклади та застосовуючи їх до ситуацій у повсякденному житті.

Основна ідея сінгапурської математики у тому, що кожна дитина може досягти успіху під час навчання математиці. Для цього потрібно всіх першокласників зацікавити процесом навчання і зробити його доступним для кожного.

Математика в Сінгапурі – це не глобальні знання, це спосіб мислення. І тут немає обдарованих дітей – успіху досягає старанний. Усі діти можуть отримати високі результати!

Величезна увага приділяється використанню моделей, що дозволяє візуалізувати умову задачі, систематизувати дані і розв’язування задач поетапно. У цьому, на думку фахівців, і полягає секрет успіху сінгапурської системи.

В основі методу – чотири основних принципи:

1. Спробувати зрозуміти завдання
2. Розробити план рішення
3. Втілити план у життя
4. Оцінити, як вирішено завдання, які ще були шляхи вирішення.

Роль учителя – спрямовувати та ставити такі питання, які приведуть учнів до вирішення. Після отримання рішення завдання не відкладається. Натомість учні обговорюють із учителем, якими ще способами можна її розв'язати і які завдання можна вирішити таким же способом. Одним із головних недоліків евристичного підходу є його неквапливість: учням потрібно дати достатньо часу, щоб методом спроб та помилок знайти рішення.

Фокус на розумінні. Сінгапурська навчальна програма розглядає менше матеріалу. Школярі не просто вирішують рівняння, вони розуміють, як це працює і для чого може стати в нагоді.

Ментальна арифметика – один із основних принципів. У сінгапурських школах математики дітей заохочують вирішувати завдання в умі, розвиваючи уяву, концентрацію, розуміння чисел та дій «зсередини».

Максимум візуалізації. У нас теж вивчення математики починається з предметів – порахуй яблука, жолуді, цукерки. Після цього йдуть приклади, 2 + 2 = 4. Сінгапурська математика вводить проміжний етап: подивися, намалюй, запиши приклад. Учні, розібравшись із рахунком «на пальцях», використовуючи ґудзики чи кубики, переходять до образотворчого етапу – малюють картинки, перш ніж перейти до чисел.

Кожна наступна тема ґрунтується на попередній. Математика викладається як конструктор LEGO: склав ряд із цеглинок, ладь наступний. А якщо в нижньому ряду цеглини погано закріплені, все звалиться. Наша система рухається по спіралі, коли ті самі теми школярі розглядають кілька разів. Але це працює не завжди.

Плюси сінгапурської математики:

- учні розуміють зміст арифметичних дій, рівнянь, текстових завдань замість механічного запам'ятовування правил та алгоритмів;
- порівняно з нашою системою освіти, сінгапурці за рік проходять менше, але освоюють їх так добре, що можуть рухатися вперед без повторень пройденого;
- підручники та робочі зошити за сінгапурським методом просто і захоплююче знайомлять школярів з математикою завдяки чітким та лаконічним ілюстраціям;
- матеріал подається логічно, послідовно на основі раніше вивчених навичок, що збільшує швидкість навчання.

Найкращим прикладом застосування Сінгапурської математики в Україні є науково-педагогічний проєкт «Інтелект України».

Розглянемо задачу.

Задача. Для консервації закупили 12 кг цибулі, помідор – у 8 разів більше, ніж цибулі, моркви – у 4 рази менше, ніж помідор, а перцю – у 3 рази більше, ніж моркви. Скільки кілограмів овочів закупили?

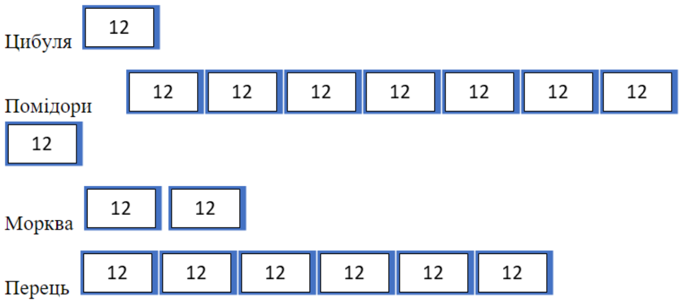
Спочатку розв'яжемо цю задачу як зазвичай.

Розв'язання

1) 12*8=96 (кг) – помідор;
2) 96:4=24 (кг) – моркви;
3) 24*3=72 (кг) – перцю;
4) 12+96+24+72=204 (кг) – овочів, що закупили.

Відповідь: закупили 204 кг овочів.

Як бачимо, цей спосіб не є швидким. Потрібно виконати чотири дії, щоб порахувати скільки овочів закупили. За допомогою схеми можна розв'язати цю задачу в одну дію.



Намалювавши ось таку схему, можна порахувати скільки квадратів матимемо кожного овоча і помножити цю кількість на 12.

Розв'язання

12*17=204 (кг) – овочів, що закупили.

Відповідь: закупили 204 кг овочів.

Сінгапурську математику ще називають «математикою помилок». На самому початку будь-якого уроку вчитель знайомить дітей не з правилом, а відразу з завданням. Учні намагаються розв'язати цю проблему інтуїтивно, на основі вже наявних знань або припущень. Завдання вчителя – навчити здобувачів освіти шукати розв'язання задачі серед безлічі можливих варіантів. А ще не боятися помилок і не соромитися їх, адже вони можуть призвести (і призводять!) до правильних відповідей і висновків. Робота з помилками (зауважте, не НАД помилками) закладає у свідомості учнів позитивний образ математики як науки пошуку відповіді.

Список використаних джерел:

1. Шаповалова С. *Особливості шкільного навчання в Сінгапурі* (Doctoral dissertation, Сумський державний університет). 2017.

2. Лутфуллін В., Матяш Л., Лутфулліє М. Перспективи запровадження досвіду освітніх реформ Сінгапуру в контексті розвитку математичної освіти в Україні. *EDITOR COORDINATOR*, 110. 2021.

3. Купа І.М. Сучасні підходи до навчання. «Сінгапурська методика». URL: https://urok.osvita.ua/materials/edu_technology/71296/ (дата звернення: 23.10.2023).
4. Дарина Васильєва. Як у Сінгапурі навчають математики. URL: https://nus.org.ua/view/yak-u-singapuri-navchayut-matematyky/ (дата звернення: 23.10.2023).

The article is devoted to familiarization with the Singaporean method of teaching mathematics to students of general secondary education institutions.

Keywords: *Singaporean mathematics, mathematics, mathematics teacher, learners.*

УДК 37.091.39:53

Міненко А. В., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Поведа Р. А.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ ПРОБЛЕМНОГО МЕТОДУ НАВЧАННЯ У ПОЄДНАННІ З ДЕМОНСТРАЦІЙНИМ ЕКСПЕРИМЕНТОМ З ФІЗИКИ

У статті розкрито особливості застосування проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційним експериментом з фізики в умовах сучасного закладу загальної середньої освіти.

Ключові слова*: проблемне навчання, демонстраційний експеримент з фізики, сучасні заклади загальної середньої освіти.*

Застосування проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційним експериментом із фізики є актуальною темою у сучасній освіті. Проблемний метод навчання (Problem-Based Learning, PBL) – це ефективна методологія навчання, яка сприяє розвитку критичного мислення, творчих та аналітичних навичок у учнів. Він полягає у вирішенні реальних проблем або сценаріїв, що дозволяє учням навчитися застосовувати свої знання та навички на практиці.

Проблемний метод навчання в фізиці полягає в тому, щоб ставити перед учнями пізнавальні та навчальні завдання з фізики і пропонувати їм розв'язати їх самостійно з використанням знань та навичок, які вони вже мають. При цьому, викладач не дає готових рішень, а лише допомагає учням розв'язувати задачі, спрямовуючи їх на правильний шлях та підкреслюючи важливі моменти Крім того, використання демонстраційних експериментів із фізики допомагає учням краще розуміти складні наукові концепції, дозволяючи їм побачити принципи у дії. Цей підхід до навчання допомагає зробити предмет цікавішим і незабутнім. Таким чином, проблема застосування проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційним експериментом з фізики є актуальною та важливою для розвитку інтересу учнів до фізики [4-8].

Демонстраційний експеримент, з іншого боку, дозволяє учням бачити фізичні явища, які вони вивчають, на власні очі. Це допомагає усвідомити фізичні закономірності та зрозуміти їх застосування у практиці. Поєднання цих двох методів може бути дуже ефективним для навчання фізики. Учні можуть бачити демонстраційний експеримент та отримати загальне розуміння явища, а потім використовувати проблемний метод навчання, щоб глибше зрозуміти фізичні закономірності та вивчити більш складні проблеми.

Наприклад, учні можуть спостерігати демонстраційний експеримент, що демонструє ефект Доплера, а потім вирішувати проблему, яка полягає в тому, яким чином частота звуку, що видається джерелом, змінюється при русі джерела та спостерігача [1]. Таке поєднання методів може створити захоплюючий та пізнавальний процес навчання, допоможе учням краще зрозуміти складні фізичні явища та навчитися застосовувати фізичні закони у реальному світі.

Одним з прикладів такого використання є експеримент з фізики, який демонструє принцип магнітного поля та його вплив на магнітні матеріали. Цей експеримент дуже простий у проведенні, вимагає наявності простого обладнання, але виступає проблемною ситуацією для учнів. Для його проведення використовуємо магніт та пластикову склянку з водою. Магніт потрібно покласти під дно чашки так, щоб його полярність була спрямована вгору. Після цього додаємо до води трохи мила, щоб утворити піну. Тепер ми беремо ще один магніт та приводимо його до верхньої частини чашки. Відразу можна побачити, як піна починає рухатися та обертатися. Цей ефект відбувається через магнітне поле, яке створює перший магніт. Під впливом цього поля вода та піна починають рухатися та обертатися, створюючи красиву та вражаючу картину. Цей демонстраційний експеримент відповідає принципу науки – навчання через практику. Він допомагає учням легше зрозуміти складні фізичні процеси та принципи. Також він допомагає стимулювати інтерес до фізики та науки в цілому.

Під час проведення науково-дослідної роботи з проблеми використання експерименту у проблемному навчанні фізики було проаналізовано роботи дослідників з таких питань:

– Вплив демонстраційних експериментів та проблемного навчання на засвоєння знань з фізики старшокласниками. Виявлено, що учні, які брали участь у заняттях з використанням проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційними експериментами, мали краще розуміння основних фізичних концепцій порівняно з тими, хто навчався тільки традиційним методом (Микола Лисенко, професор, доктор педагогічних наук, який проводив дослідження у галузі теорії та практики навчання фізики в умовах реалізації компетентнісного підходу).

– Дослідження впливу використання демонстраційних експериментів та проблемного навчання на розвиток креативного мислення учнів. Встановлено, що учні, які навчалися з використанням проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційними експериментами, мали більш розвинене креативне мислення, ніж ті, хто навчався традиційним методом. (Віталій Ляшенко, доктор педагогічних наук, який проводив дослідження у галузі педагогічних технологій та нових методик навчання).

– Дослідження впливу демонстраційних експериментів та проблемного навчання на мотивацію учнів до вивчення фізики. Результати дослідження показали, що учні, які навчалися з використанням проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційними експериментами, були більш зацікавлені в вивченні фізики та проявляли більшу мотивацію порівняно з тими, хто навчався традиційним методом. (Марина Приходько, доктор педагогічних наук, яка проводила дослідження в галузі розвитку творчих здібностей учнів за допомогою використання інтерактивних технологій навчання).

Ці дослідники та інші українські науковці продовжують вивчати тему використання демонстраційних експериментів та проблемного навчання на розвиток креативного мислення учнів та досліджувати нові підходи до навчання та розвитку творчих здібностей учнів [6].

Отже, можна сказати, що застосування проблемного методу навчання у поєднанні з демонстраційним експериментом з фізики є ефективним підходом у навчанні, який сприяє більш глибокому розумінню учнями фізичних явищ, дозволяє їм ефективніше засвоювати матеріал та розвивати критичне мислення.

Список використаних джерел:

1. Balaji, R., Venkatesan, D., & Jayakumar, R. (2017). Blended Learning with Physics Demonstrations: An Experimental Study. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*. 12(11). P. 11-18.
2. Teo, T., Chai, C. S., Hung, D., & Zhou, M. (2018). A blended learning model for enhancing learning of kinematics graphing concepts. *Interactive Learning Environments*. 26(5). P.581-593.
3. Brantmeier, C., & Aragon, S. R. (2015). Physics demonstrations and learning outcomes: A review of research in teaching and learning physics. *Journal of Science Education and Technology*. 24(5). P. 587-603.
4. Бєлясник Є. В. Способи створення проблемних ситуацій на уроці фізики. *Сучасні проблеми експериментальної, теоретичної фізики та методики навчання фізики.* Матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, молодих учених, науково-педагогічних працівників та фахівців. Суми : СумДПУ, 2020. С. 10-12.
5. Істоміна Т. Проблемний підхід до вивчення фізичних (теплових) явищ: педагогічний проект. Херсон : 2010. 34 с.
6. Комарова, І. І. Методика застосування проблемного навчання у фізиці. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології : науковий журнал.* 2015. № 7 (57). С. 173-180.
7. Шевченко О. В. Застосування демонстраційного експерименту в навчанні фізики. *Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної та технологічної освіти*. 2017. Т. 9. С. 141-147.
8. Проблемне навчання на уроках фізики. URL: https://soch.biographiya.com/problemne-navchannya-na-urokax-fiziki/

The article reveals the peculiarities of using the problem-based method of learning in combination with a demonstration experiment in physics in the conditions of a modern institution of general secondary education.
Keywords: *problem-based learning, demonstration experiment in physics, modern institutions of general secondary education.*

УДК 681.3.06
Мястковська М. О., кандидат педагогічних наук
Щирба В. С., кандидат фізико-математичних наук, доцент

СИНХРОНІЗАЦІЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ В МОДЕЛЯХ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ЗА ФУНКЦІЯМИ

Робота присвячена дослідженню шляхів проведення синхронізації шляхом блокування паралельних потоків. Розглядається ряд прикладних задач, які потребують такого блокування.
Ключові слова: *синхронізація потоків, паралельні обчислення.*

Сучасна багатозадачна операційна система дозволяє керувати багатьма процесами і потоками одночасно, причому як системними, так і прикладними. Хоча багатьох дивує, яким чином в комп'ютері з одним центральним процесором (ми ще й уточнюємо – одноядерним) може одночасно виконуватись багато програм.

Варто зрозуміти, що суть мультипрограмного режиму роботи полягає в тому, що всі потоки процесів отримують в своє розпорядження центральний процесор тільки на маленькі проміжки часу (кванти часу), а в інший час знаходяться в різних типах станів готовності та очікування. Процесор по черзі обслуговує всі потоки, що і створює ілюзію одночасної роботи. Ця ілюзія, наприклад, проявляється, якщо на комп'ютері проглядати фільм чи будь-який відеофайл із звуковим супроводом. Складається враження, що зображення і звук відображаються синхронно, одночасно, хоча процесор по черзі обслуговує два різних пристрої виведення інформації.

Паралельні потоки можуть бути незалежними або взаємодіючими. Незалежні потоки не впливають на результати роботи один одного, оскільки в них не перетинаються файли початкових даних та області оперативної пам'яті, де зберігаються проміжні та кінцеві результати роботи. Вони можуть тільки бути причиною затримки один одного, тому що використовують один процесор. Такі потоки, зазвичай, використовують при декомпозиції прикладної задачі за даними.

Інша справа при декомпозиції за функціями. Взаємодіючі потоки спільно використовують також і деякі загальні об'єкти (файли, області пам'яті); результати виконання одного потоку можуть залежати від ходу виконання іншого потоку. При виконанні взаємодіючих паралельних потоків можуть виникати «гонки» або взаємне блокування. «Гонки» з'являються, коли два чи більше потоків потребують доступу до одного фрагмента пам'яті, і тільки один із них може виконати цю операцію безпечно. Прикладом взаємного блокування може бути ситуація, коли з двох потоків кожний чекає звільнення ресурсу іншим потоком. Обидва чекають один одного, і жодний із них не може продовжити своє виконання, поки не буде виконано те, чого він очікує, в результаті потоки залишаються в стані довічного очікування.

Розглянемо для прикладу наступну задачу.

Задача 1. Змоделювати роботу продавця магазину з обслуговування чотирьох покупців одного і того ж товару, якщо кількість одиниць такого товару обмежена, об'єм покупки для кожного з покупців є випадковим значенням і можливі випадки, коли останні у черзі покупці не будуть обслуговані.

Відразу варто зауважити, що не все в поставленій задачі окреслено чітко. Наприклад, не відомо, що робити, якщо уже перший покупець не може отримати товар у повному об'ємі і чи може обслуговуватися наступний покупець, якщо попередній відмовиться від покупки у неповному об'ємі.

Зазвичай ми рекомендуємо необумовлені ситуації розглядати на власний розсуд. Наприклад, якщо не сказано, що модель футбольного поля повинна бути зеленого кольору, то я маю право зафарбувати його синім кольором.

У задачі 1 чітко проявляється вимога встановлення черги обслуговування чотирьох потоків і їх рівноправність. Тобто, який потік першим звернеться до центрального процесору, той відповідний покупець і стає першим у чергу. На час його обслуговування він блокує роботу інших потоків. Для цього чудово підходить метод lock. Робота інших потоків, повинна блокуватися і при недостатній кількості товару. Рекомендуємо ввести логічну індикаторну змінну, яка регулюватиме таку ситуацію.

Більш складною буде модель для наступної задачі.

Задача 2. Для реалізації 50 одиниць замовленої продукції підприємство може задіяти дві бригади пакувальників. Одна бригада, залежно від випадкових обставин, може підготувати від 10 до 60 одиниць товару, а інша – від 20 до 55 одиниць.

Змоделювати роботу бригад і, провівши 10 раз експерименти, з'ясувати у скількох випадках підприємство не зможе підготувати для видачі замовлену продукцію. Тут явно не проглядається потреба у створенні черги бригад, але ми бачимо ситуацію, коли одна бригада сама може підготувати продукцію і тоді задіювати іншу немає потреби. Цим самим і створюється черга до процесора та блокування роботи іншого потоку.

Наступна прикладна задача має значно більше моментів синхронізації роботи потоків.

Задача 3. Деяке підприємство кожні 0,1 секунди виготовляє від 1 до 9 одиниць деякої продукції і передає у складське приміщення. Якщо на складі виявиться більше 50 одиниць цієї продукції, то менеджер повідомляє про можливість її одержання представникам двох підприємств споживачів, перший з яких може відразу забрати 45, а інший 48 одиниць цієї продукції. Видавати продукцію одночасно двом підприємствам немає можливості. Видача не допускається, якщо на складі залишилось менше 50 одиниць продукції, або якщо підприємство-споживач, яке першим отримало продукцію, не повернуло тару. На розвантаження продукції і поверненню тари першому підприємству потрібно 1,1, а другому – 1,2 секунди.

Змоделювати і проаналізувати роботу підприємства з виготовлення та видачі продукції впродовж однієї хвилини.

Очевидно, для реалізації такої моделі необхідна допоміжна функція, до якої по черзі звертатимуться обидва потоки, яка блокуватиме наступний потік до моменту повернення тари і розблоковується попереднім потоком по закінченню відповідної паузи. Код такої функції може виглядати наступним чином:

```
public static void PrintFunc1()
  {
    lock (locker)
    {
      if (done)
      {
    // (обслуговування відповідного потоку, наприклад, шляхом
зменшення кількості товару на складі);
        done = false;
      }
    }
  }
```

Якщо повертається тара, то відповідний потік присвоює логічній зміні done значення true. Це узгоджується і з запасами товару на складі.

Важливо також врахувати потребу продовження роботи потоків у циклі, поки не закінчиться час відведений на експеримент.

Відразу варто звернути увагу на те, що при розгляді задач синхронізації виключається центральний процесор, оскільки для нього ця задача вирішується диспетчером задач операційної системи за наперед визначеними алгоритмами і користувач не може їх змінювати.

Ми розглянули лише ті ресурси, які спільно використовуються, до яких заборонено одночасний доступ кількох потоків. Такі ресурси, до яких в кожний момент часу може мати доступ тільки один потік, називають критичними.

Якщо кілька потоків хочуть користуватись критичним ресурсом в режимі розподілу часу, їм необхідно синхронізувати свої дії таким чином, щоб ресурс завжди знаходився в розпорядженні не більше ніж в одного потоку. Якщо один потік користується в цей момент часу критичним ресурсом, то всі інші потоки мають в цей час очікувати його звільнення. Блокування пам’яті, тобто тимчасове призупинення, належить до найпростіших способів синхронізації.

Список використаних джерел:

1. Семеренко В. П. Технології паралельних обчислень: навчальний посібник Вінниця : ВНТУ, 2018. 104 с.
2. Кузьма К.Т., Мельник О.В. Паралельні та розподілені обчислення :

навчальний посібник для вищих закладів освіти Миколаїв : ФОП Швець В.М., 2020. 172 с.

The work is devoted to the study of ways of synchronization by blocking parallel streams. A number of applied problems that require such blocking are considered.
Keywords: *thread synchronization, parallel computing.*

УДК 517.5
Ніцевич А. О., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Ковальська І. Б.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК ЗАСТОСУВАННЯ ПОНЯТТЯ ГРАНИЦІ ТА ПОХІДНОЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Сучасні фахівці мають добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для розвитку сучасної фізики, економіки, бізнесу. Фундаментом математики служить математичний аналіз, основою якого є взаємопов'язані за змістом розділи – диференціальне та інтегральне числення. Похідна – це одне з важливих понять в математиці. За допомогою цього поняття досліджують процеси і явища в природничих та економічних науках. У згаданих процесах та явищах стан тіл та їх властивості неперервно змінюються. Під час вивчення залежностей, які описують ці явища (процеси), в першу чергу постає питання про знаходження їх швидкості. Задача про визначення швидкості, з якою змінюється величина і приводить до поняття похідної.
Ключові слова: *границя функції, похідна функції, миттєва швидкість, середня швидкість, фізичні задачі.*

До поняття похідної приводять різноманітні задачі геометрії, механіки, хімії, економіки, біології та інших наук. Розглянемо деякі з них.

1. Задача про дотичну до кривої

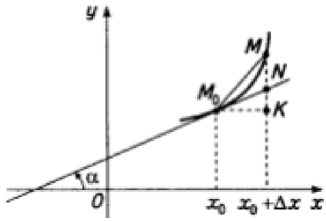
Нехай функція $y = f(x)$ диференційована в точці x_0, тобто існує похідна $f'(x_0)$. Рівняння січної MM_0, яка проходить через точки $M_0(x_0, f(x_0))$ і $M(x_0 + \Delta x,\ f(x_0 + \Delta x))$ графіка функції $y = f(x)$, має вигляд

$$Y = f(x_0) + \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}(X - x_0),$$

де X і Y – змінні координати точки січної. Кутовий коефіцієнт січної $\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$ прямує до $f'(x_0)$. Тому граничне положення січної визначається рівнянням

$$Y = f(x_0) + f'(x_0)(X - x_0).$$

Пряма, яка задається цим рівнянням, називається ***дотичною до графіка функції*** $y = f(x)$ ***у точці*** x_0. Кутовий коефіцієнт дотичної $f'(x_0) = tg\alpha$.



Остання формула розкриває геометричний зміст похідної: похідна $f'(x_0)$ функції $y = f(x)$ у точці x_0 дорівнює кутовому коефіцієнтові дотичної до графіка функції $y = f(x)$, проведеної в точці $(x_0, f(x_0))$.

Геометричне тлумачення похідної як кутового коефіцієнта дотичної до графіка функції поширюється й на випадок нескінченної похідної. В цьому разі дотична паралельна осі Oy.

2. Задача про миттєву швидкість

Розглянемо нерівномірний прямолінійний рух тіла, що розпочинається в момент часу $t = 0$. Вважатимемо, що шлях, подоланий тілом за час t, дорівнює $S = S(t)$. Функція $S(t)$ називається ***законом руху тіла***.

Шлях ΔS, який подолає тіло за інтервал часу $[t_0,\ t_0 + \Delta t]$, визначається так:

$$\Delta S = S(t_0 + \Delta t) - S(t_0).$$

Середньою швидкістю руху v_c за інтервал часу Δt називається відношення

$$vc = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t},$$

в якому легко впізнати диференціальне відношення.

Миттєвою швидкістю руху $v(t_0)$ у момент t_0 називається границя цього відношення, якщо $\Delta t \to 0$, тобто

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(\Delta t)}{\Delta t} = S'(t_0).$$

Отже, *похідна від шляху за часом дорівнює миттєвій швидкості прямолінійного руху тіла.*

3. Роль границі та похідної у фізичних задачах

Похідна – це математичне поняття, яке широко використовується при розв’язанні багатьох задач з математики, фізики та інших наук. Зокрема у фізиці похідна використовується для вивчення та дослідження різних процесів. Якщо перебіг того чи іншого процесу описується деякою функцією, то дослідження даного процесу зводиться до вивчення властивостей цієї функції та її похідної.

Наведемо приклад дослідження фізичного процесу – механічного руху. Уявимо собі, що гоночний автомобіль рухається прямолінійно і нерівномірно по прямій і перетинає фінішну лінію (рис. 1). Відразу після перетину фінішної лінії автомобіль не зупиняється відразу, а проїжджає ще деяку відстань. Оскільки рух автомобіля нерівномірний, то його швидкість у кожному положенні різна. Уявимо собі, що нам потрібно знайти швидкість автомобіля у момент перетину ним фінішної лінії, в точці A – миттєву швидкість в момент часу t $- \vec{v}_м(t)$.

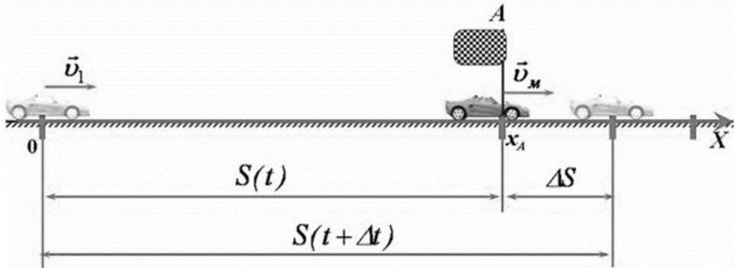


Рис. 1. Рух автомобіля

Знаючи час руху автомобіля t та шлях s(t), пройдений ним за цей час, ми можемо розрахувати *середню швидкість* автомобіля на деякій ділянці шляху, наприклад, на фінішній прямій (див рис. 1). Але момент часу – це лише мить, яким же чином нам знайти швидкість автомобіля, якщо в цю мить автомобіль знаходиться в конкретному положенні з координатою x_A, і не здійснює жодних переміщень?

В цьому випадку використовують такий прийом. Розглянемо переміщення автомобіля за час t та за час $t + \Delta t$, де Δt – дуже малий проміжок часу. Знайдемо шлях пройдений автомобілем за час $\Delta t - \Delta s$, як різницю шляхів: шляху, який проїхав автомобіль за час $t + \Delta t - s(t + \Delta t)$ та шляху, який проїхав автомобіль за час $t - s(t)$:

$$\Delta s(t) = s(t + \Delta t) - s(t)$$

Потім знайдемо середню швидкість автомобіля на ділянці шляху Δs:

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+\Delta t)}{\Delta t}. \quad (1)$$

Оскільки швидкість автомобіля не може змінюватись стрибкоподібно (швидкість змінюється стрибком лише у випадку вибуху чи удару), то при дуже малих значеннях Δt швидкість тіла на ділянці шляху Δs суттєво не зміниться. Тому можемо вважати, що середня швидкість на ділянці Δs наближено рівна миттєвій швидкості в точці A: $v_{ср} \to v_м$. Отже, середня швидкість залежить від часу Δt , чим менший проміжок часу Δt після моменту часу t ми візьмемо, тим точніше середня швидкість наближатиметься до миттєвої у момент часу t . Будемо зменшувати проміжок часу Δt таким чином, щоб $\Delta t \to 0$, в цьому випадку можна вважати, що середня швидкість дорівнюватиме миттєвій.

Тобто при різних Δt середня швидкість $v_{ср}$ набуватиме різних значень, але всі ці значення наближатимуться (будуть дуже близькими за величиною) до величини миттєвої швидкості в точці $A - v_м$. З точки зору математики цей висновок записується так:

$$v_м = \lim_{\Delta t \to 0} v_{ср}. \quad (2)$$

З урахуванням (1) формулу (2) можна переписати ще й так:

$$v_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (3)$$

Вираз (3) слід читати і розуміти так: миттєва швидкість тіла в момент часу t це межа (граничне значення), до якої прямує середня швидкість цього тіла на малому проміжку часу Δt, який минув відразу після моменту часу t.

У математиці, величини, які входять у вираз (3) називають так:

Δt - приріст часу;

Δs - приріст шляху (шлях пройдений тілом за приріст часу);

$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ - похідна від прирості шляху по часу.

Узагальнюючи поняття похідної можна сказати, що в механіці та інших розділах фізики фізичний зміст похідної такий: похідна описує швидкість зміни якоїсь фізичної величини. Наприклад, якщо фізична величина описується деякою функцією від часу $f(t)$, то похідною є величина чи математична залежність, яка характеризує зміну цієї величини з часом (швидкість зміни), тобто $f'(t)$ - швидкість зміни фізичної величини, а $f'(t_1)$ в момент часу t_1- миттєва швидкість зміни фізичної величини в момент часу t_1.

Наведемо приклади фізичних величин, які є похідними від інших величин:

1. Як видно з наведеного вище прикладу про рух автомобіля, похідною від шляху (або координати) по часу є швидкість, тобто

$$v = s'(t) = \frac{ds}{dt} \text{ або для координати: } v = x'(t) = \frac{dx}{dt}.$$

2. Сила електричного струму визначається за формулою $I = \frac{q}{t}$, тобто є швидкістю зміни електричного заряду, який проходить через поперечний переріз провідника. Тому похідною від величини електричного заряду по часу є значення сили електричного струму, тобто

$$I = q'(t) = \frac{dq}{dt}.$$

3. Кутова швидкість – це швидкість зміни величини кута повороту радіус-вектора тіла: $\omega = \frac{\varphi}{t}$. Тому похідною від величини кута повороту радіус вектора по часу є кутова швидкість:

$$\omega = \varphi'(t) = \frac{d\varphi}{dt}.$$

4. Потужність – це величина, яка характеризує швидкість виконання роботи $P = \frac{A}{t}$. Тому похідною від виконаної силою роботи по часу є потужність:

$$P = A'(t) = \frac{dA}{dt}.$$

Таким чином, щоб знайти швидкість зміни деякої фізичної величини слід знайти похідну рівняння, яке описує функціональну залежність цієї фізичної величини від часу, по часу.

Для наочності розглянемо кілька задач.

Задача 1. Знайдемо, наприклад, швидкість тіла, яке рухається таким чином, що рівняння шляху від часу для нього має вигляд $s(t) = 5t$.

Розв’язання:

За означенням швидкості, у зазначеному рівнянні коефіцієнт «5» і є швидкістю тіла, яка вимірюється в одиницях СІ. Доведемо це, знайшовши похідну від рівняння $s = f(t)$ по часу:

1) Надамо часу деякого приросту Δt, $\Delta t \to 0$, тоді $\Delta s = s(t+\Delta t) - s(t)$

2) Знайдемо відношення: $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}$

3) Знайдемо границю цього відношення, підставивши замість $s(t) = 5t$ та $s(t+\Delta t) = 5 \cdot (t+\Delta t)$:

$$v = s'(t) = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{5(t+\Delta t) - 5t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{5t + 5\Delta t - 5t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{5\Delta t}{t} =$$
$$= \lim_{\Delta t \to 0} 5 = 5.$$

Отже, швидкість тіла дорівнює 5 м/с.

Відповідь: 5 м/с

Задача 2. Припустимо, що електричний заряд, який проходить через поперечний переріз провідника, змінюється за законом . Знайдемо закон зміни сили струму у провіднику та силу струму в момент часу 2 с.

Розв'язання:

1) Надамо часу деякого приросту Δt, $\Delta t \to 0$, тоді $\Delta q = q(t+\Delta t) - q(t)$.

2) Знайдемо відношення: $\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t+\Delta t)-q(t)}{\Delta t}$.

3) Знайдемо границю цього відношення, підставивши замість

$q(t) = 3t^3 + 2t$ та $s(t+\Delta t) = 3 \cdot (t+\Delta t)^3 + 2(t+\Delta t) = 3(t^3 + 3t^3\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3) + 2t + 2\Delta t = 3t^3 + 9t^2\Delta t + 9t\Delta t^2 + 3\Delta t^3 + 2t + 2\Delta t.$

$$I = q'(t) = \frac{dq}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(3t^3 + 9t^2\Delta t + 9t\Delta t^2 + 3\Delta t^3 + 2t + 2\Delta t) - (3t^2 + 2t)}{\Delta t} =$$
$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{9t^2\Delta t + 9t\Delta t^2 + 3\Delta t^3 + 2\Delta t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} 9t^2 + 9t\Delta t + 3\Delta t^2 + 2 =$$
$$\lim_{\Delta t \to 0} (9t^2 + 2) + 9t\Delta t + 3\Delta t^2 = 9t^2 + 2.$$

Оскільки $\Delta t \to 0$, то і $(9t\Delta t + 3\Delta t^2) \to 0$. Це означає, якщо величина заряду змінюється за законом $q(t) = 3t^3 + 2t$, то швидкість цього заряду (сила струму) змінюватиметься за законом $I(t) = q'(t) = \frac{dq}{dt} = 9t^2 + 2$.

Підставивши у дане рівняння час $t_1 = 2$ с знайдемо миттєве значення сили струму: $I(2) = 9t^2 + 2 = 38\ A$

Відповідь: 38 А

Висновок. У цій статті ми проаналізували роль понять границі та похідної у фізичних задачах. Дослідження показало, що математичний апарат границь та похідних є дуже ефективним у моделюванні та розв'язуванні реальних фізичних явищ. Розглядаючи конкретні сценарії, такі як рух тіла чи електродинаміка, ми отримали унікальний погляд на те, як глибше розуміння математичних концепцій може вдосконалити фізичний аналіз. Формування навичок використання границь та похідних є необхідним етапом у навчанні фізиці. Вивчення цих математичних інструментів сприяє не лише глибшому розумінню фізичних процесів, але і розвитку аналітичних та проблемно-розв'язуючих навичок студентів.

Список використаних джерел:

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу : підручник для студентів фіз.-мат. факультетів педагогічних інститутів. Ч. 1. Функції однієї змінної. К. : Вища школа, 1990. 383 с.

2. Розв'язування задач з фізики. Практикум / під заг. ред. Є.В.Коршака. К. : Вища школа, 1986. 132 с.

3. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум : навчальний посібник. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010.128с.

Modern specialists must be well versed in mathematical apparatus, which is of great importance for the development of modern physics, economics, and business. The foundation of mathematics is mathematical analysis, the basis of which are interrelated sections - differential and integral calculus. The derivative is one of the important concepts in mathematics. With the help of this concept, processes and phenomena in natural and economic sciences are investigated. In the mentioned processes and phenomena, the state of bodies and their properties are constantly changing. When studying the dependencies that describe these phenomena (processes), the question of finding their speed first arises. The problem of determining the rate at which a quantity changes leads to the concept of a derivative.

Keywords: *limit of a function, derivative of a function, instantaneous speed, average speed, physical problems*.

УДК 517.5

Ольховецька О. Д., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Ковальська І. Б.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

У статті розглядається використання формули Тейлора для розв'язання фізичних, а саме: задач про рух тіл, про теплопередачу та механіку рідин, задач з електродинаміки.

Ключові слова: *формула Тейлора, використання формули Тейлора, фізичні задачі, задачі про рух тіл, задачі про теплопередачу та механіку рідин, задачі з електродинаміки.*

Формула Тейлора для функцій вважається важливим інструментом в класичному аналізі, оскільки вона знаходить застосування у багатьох аспектах математичного та фізичного дослідження. Ця формула використовується для обчислення границь функцій, вивчення їхніх точок екстремуму, перегину, інтервалів опуклості та вгнутості, а також для аналізу збіжності рядів і інтегралів [1].

Використання формули Тейлора для розв'язання фізичних задач є важливою складовою аналізу та моделювання різних фізичних процесів. Формула Тейлора дозволяє апроксимувати функції навколо певної точки, виразивши їх у вигляді ряду, що дозволяє отримати наближені значення функції та її похідних в цій точці. Цей метод широко використовується в фізиці для аналізу і моделювання різноманітних фізичних явищ [2].

Тему ряду Тейлора в математиці викладають надто швидко та приділяють значну кількість часу тонкощам, які багато студентів не зрозуміють і навіть після вивчення залишаються з плутаними уявленнями. Це може призвести до того, що багато студентів не вміють розвивати функції у ряд Тейлора навіть в простих випадках, і вони відчувають себе неспроможними використовувати цей ряд у фізичних задачах [3].

Основні етапи використання формули Тейлора для розв'язання фізичних задач включають:

1. **Визначення точки апроксимації**. Спочатку виберіть точку, навколо якої ви хочете апроксимувати функцію, яка може бути важливою для вашої фізичної задачі.

2. **Виразіть функцію у вигляді ряду Тейлора**. Виразіть функцію, яку ви аналізуєте, у вигляді ряду Тейлора. Ряд Тейлора має наступний вигляд:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots$$

Де $f(a)$ - значення функції у точці

$f'(a)$ - перша похідна,

$f''(a)$ - друга похідна.

3. **Обчислення похідних**. Обчисліть потрібні похідні функції в точці a.

4. **Знаходження наближеного розв'язку**. Після виразу функції у вигляді ряду Тейлора і обчислення похідних, ви можете використовувати цей ряд для апроксимації значень функції в будь-якій іншій точці поблизу точки a. Зазвичай вам буде цікаво отримати наближене значення функції в певному віддаленому від точки a місці.

5. **Оцінка точності**. Важливо оцінити точність отриманої апроксимації. Для цього можна враховувати скільки членів ряду Тейлора включили у вираз. Зазвичай, чим більше членів включено, тим точніше апроксимація.

6. **Застосування до фізичної задачі**. Отримане наближене значення функції можна використовувати для розв'язання конкретної фізичної задачі або для побудови фізичної моделі.

Приклади використання формули Тейлора в фізичних задачах можуть включати апроксимацію руху тіл, аналіз електромагнітних полів, моделювання динаміки реакцій в хімічних системах та багато інших фізичних явищ. Важливо правильно вибирати точку апроксимації і враховувати точність апроксимації в залежності від конкретної задачі [4].

При аналізі руху тіла вздовж складної траєкторії, формула Тейлора може бути використана для апроксимації швидкості та прискорення тіла в конкретних моментах часу. Це допомагає визначити величини, такі як траєкторія руху, миттєвий радіус кривизни. Якщо $x(t)$ - позиція тіла від часу, то швидкість може бути апроксимована як:

$$v(t) \approx v_0 + at,$$

де v_0 - швидкість в часі $t = 0, a$ – прискорення [5].

У теорії електричних полів формула Тейлора може бути використана для апроксимації різних електричних величин (наприклад, напруги або струму) у вузьких діапазонах значень опору, що допомагає в аналізі і проектуванні кола. У колі зі струмом, що залежить від напруги, формула Тейлора може бути використана для апроксимації струму:

$$I(V) \approx I_0 + \frac{dl}{dV}(V - V_0),$$

де I_0 - струм при напрузі V_0, $\frac{dl}{dV}$ - похідна струму за відношенням до напруги [5].

У задачах теплопровідності формула Тейлора може використовуватися для апроксимації температурного розподілу у твердих тілах або провідності тепла через матеріали зі складними геометричними формами. Формула Тейлора може бути використана для апроксимації закону теплопровідності:

$$Q = -kA\frac{dT}{dx},$$

де Q - тепловий потік, k - коефіцієнт теплопровідності, A - площа поперечного перерізу, $-\frac{dT}{dx}$ градієнт температури [6].

Формула Тейлора також може бути застосована до дослідження динаміки газів, зокрема для апроксимації тиску, об'єму і температури газової суміші у різних умовах. Формула Тейлора може бути використана для апроксимації закону Гая-Люссака:

$$PV = nRT,$$

де P - тиск газу, V - об'єм газу, n - кількість молей, R - універсальна газова стала, T - температура. Апроксимуючи функції $P(V)$ *або* $V(P)$ навколо певних точок, можна отримати більш детальні моделі газових процесів [6].

Важливо відзначити, що точність апроксимації залежить від вибору точки апроксимації та кількості включених членів у ряд Тейлора. У фізичних дослідженнях важливо враховувати ці фактори для досягнення точних результатів. Загалом, формула Тейлора є корисним інструментом для фізиків і дослідників у багатьох галузях науки, який допомагає розуміти і моделювати складні фізичні явища.

Список використаних джерел:

1. Андрєєв А.М., Марченко О.А. Застосування математичних знань для розв’язування фізичних задач. *Фізика та астрономія в школі.* 2004. №5. С. 12-15.

2. Мінаєв Ю.П., Кенєва І.П., Андрєєв А.М. Проблема навчального посібника для математичної підтримки поглибленого курсу фізики. *Наукові записки*

Тернопільського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка. 2002. №6. С. 102-107.

3. Кенєва І.П., Мінаєв Ю.П., Тихонська Н.І. Фізико-математичні вправи на вступних іспитах до університету та олімпіадах для абітурієнтів : навчальний посібник / За заг. ред. Ю.П. Мінаєва. Запоріжжя: ЗДУ, 2005. С. 91-98.

4. Гельфгат І.М., Генденштейн Л.Е, Кирик Л.А. 1001 задача з фізики з відповідями, вказівками, розв'язаннями. Харків, 2001. С. 35-42.

5. Дюженкова О.Ю., Колесник Т.В. Математичний аналіз у прикладах і задачах . - К.: Вища школа. 2003. С. 47-50.

6. Городній М.Ф., Митник Ю.В., Кашпіровський О.І. Основи математичного аналізу. Київ : КМ Академія, 2004. С. 19-28.

The article considers the use of Taylor's formula for solving physical problems such as: about the bodies movement, about heat transfer and liquid mechanics, problems in electrodynamics.

Keywords: *Taylor's formula, Taylor's formula use, physical problems, problems about the bodies movement, problems about heat transfer and fluid mechanics, problems in electrodynamics.*

УДК 37.016:53

Рудько А. М., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Теплінський Ю. В.,** доктор фізико-математичних наук, професор

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ» В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСУ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ

У статті розглянуто методику вивчення функцій, многочленів, рівнянь і нерівностей в курсі математики 10 класу на профільному рівні, яка допоможе вчителям успішно здійснювати пояснення навчального матеріалу та контроль за його засвоєнням.

Ключові слова: *функція, графік функції, парні та непарні функції, обернена функція, рівносильні рівняння та нерівності, рівняння-наслідок.*

Математика, яка вивчається в школі, – це не наука, а предмет, основна мета якого – вивчення реальних ситуацій за допомогою математичних моделей. Тобто математика вивчає реальні ситуації, а первинна математична модель – функція, тому функції, як у явній, так і в наявній формі складають стрижень шкільного курсу математики [1].

Як відомо, шкільна програма з даного курсу передбачає вивчення багатьох тем, які повинні засвоїти учні за період всього навчання. Серед них особливо слід виокремити «Функції, многочлени, рівняння та нерівності». Саме функції, рівняння і нерівності є одними з важливих змістових ліній шкільного курсу математики і осмислення їх ролі у реалізації сучасних підходів до навчання є актуальним методичним завданням. Функціональна лінія акумулює в собі всі знання і прийоми діяльності з інших змістових ліній, має величезне значення для забезпечення математичної компетентності – здатності розв'язувати прикладні задачі, задачі з «життя», адже функції слугують математичними моделями різноманітних закономірностей і явищ природи.

Нова програма з математики спрямована на посилення функціональної змістової лінії, тому на вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» виділяється 12 годин навчання, яке в 10 класах здійснюється за новими підручниками. Тому методика вивчення даної теми має повністю відповідати вимогам нової програми. Також необхідним є системне дидактичне проектування теми, яке передбачає проектування цілей навчання, розробку змісту навчання, спрямованість методичних шляхів навчання математики для широкого використання функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей.

Змістове наповнення програми реалізує компетентний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах.

Але в зв'язку з переходом шкіл на нову програму та підручники з математики виникає потреба в розробці нової методики вивчення представленої теми, яка б повністю відповідала цій програмі і підручникам.

Об'єктом дослідження виступає процес навчання математики.

Предметом дослідження стає методика вивчення функцій, многочленів, рівнянь та нерівностей в курсі математики 10 класу на профільному рівні.

Мета дослідження, в свою чергу, полягає у тому, щоб розглянути суть процесу навчання та показати його застосування в школі при розгляді теми «Функції, многочлени, рівняння та нерівності», розкрити суть поняття «функція» та розробити методику вивчення функцій, рівнянь та нерівностей в 10 класі.

Для полегшеного усвідомлення і кращого засвоєння учнями знань з даної теми пропонується проводити вивчення нового матеріалу з використанням таких вказівок і зауважень. Наприклад:

- перед вивченням нових понять з теми «Функції» варто повторити з учнями уже набуті ними раніше знання з даної теми, а саме, що таке функція, область визначення і область значень функцій, способи задання функцій, поняття зростаючої і спадної функцій, та закріпити ці поняття на конкретних прикладах: «Знайдіть значення аргументу, при якому значення функції $f(x) = 10 - 2x$ дорівнює 2»; «Дана функція $y = x^2 - 2x$. Що є областю визначення, проміжком зростання і проміжком спадання функції?»;
- з метою кращого засвоєння учнями понять оборотної та оберненої функцій варто запропонувати такий приклад: «Доведіть, що функція $f(x) = 2x - 1$ є оборотною. Знайдіть обернену функцію»;
- той факт, що кожний корінь рівняння обов'язково належить його області

визначення та означення рівняння-наслідку варто проілюструвати за допомогою діаграми Ейлера;

➢ розв'язування нерівностей методом інтервалів спирається на властивості функцій, пов'язані зі зміною знаків функцій. Пояснити ці властивості варто, використовуючи графіки відомих нам функцій, наприклад $y = \frac{1}{x}$ і $y = 2x - 2$ [2].

Вивчаючи представлену тему, учні повторюють, систематизують, розширюють та поглиблюють знання про функції, рівняння і нерівності, набувають та розвивають навички читати та будувати графіки функцій, досліджувати функції елементарними методами, застосовувати функції до моделювання реальних процесів, також навчаються розв'язувати нерівності методом інтервалів.

Щодо практичного значення дослідження, то розроблена методика допоможе вчителям при вивченні даної теми, в підборі та складанні відповідних завдань до кожного уроку з даних тем, організації диференційованої роботи з учнями, підвищить ефективність та цілеспрямованість навчання.

Вивчення даного матеріалу повинно надати учням основні знання з цієї теми та допомогти оволодіти наступними вміннями:

➢ користуватися різними способами задання функцій;

➢ формулювати означення числової функції, зростаючої і спадної функцій, парної і непарної функцій;

➢ знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значеннях аргументу, за яких функція набуває даного значення;

➢ встановлювати за графіком функції її основні властивості;

➢ виконувати і пояснювати перетворення графіків функцій;

➢ досліджувати функції, задані аналітично, використовувати одержані результати для побудови графіків функцій;

➢ застосовувати властивості функцій до розв'язування рівнянь і нерівностей;

➢ знати та вміти пояснити зміст понять «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей», «рівняння-наслідки»; використовувати їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей.

Одержані результати дослідження дають можливість зробити наступні висновки:

➢ після застосування даної методики відбулося зростання в школярів інтересу до математики, збільшилась їхня активність на уроках, заповнилися прогалини в знаннях;

➢ запропоновані методи дозволяють вчителю продуктивніше здійснювати навчання учнів і поглибити їхні знання по темі «Функції, рівняння і нерівності»;

➢ методика дає змогу підвищити рівень засвоєння учнями матеріалу теми «Функції, рівняння і нерівності», покращує успішність учнів.

Виходячи з цього дослідження, вчителям математики рекомендовано використовувати розроблену методику з декількох причин:

- як свідчать результати дослідження, розроблена методика допоможе вчителям при вивченні теми «Функції, рівняння і нерівності» в підборі навчального матеріалу та відповідних завдань до кожного уроку з даної теми, підвищить ефективність навчання;
- розроблені завдання тематичних перевірочних робіт відповідають вимогам чотирьохрівневого навчання;
- дана методика дає можливість вчителю об'єктивно оцінити досягнення учнів, розвинути в учнів самооцінку.

Експериментальна перевірка свідчить про ефективність розробленої методики.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики. К. : Вища школа, 1989. 368 с.

2. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2018. 400 с.

The article discusses the method of studying functions, polynomials, equations and inequalities in the 10th grade mathematics course at the professional level, which will help teachers to successfully explain the educational material and control its assimilation

***Keywords**: function, function graph, even and odd functions, inverse function, equivalent equations and inequalities, resultant equation.*

УДК 517.521

Савчук М. Р., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Гудима У. В.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАДАЧА НАЙКРАЩОГО У РОЗУМІННІ ЗВАЖЕНОЇ ВІДСТАНІ НАБЛИЖЕННЯ ДЕЯКОГО АБСТРАКТНОГО ДИСКРЕТНОГО БАГАТОЗНАЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ ОПУКЛОЮ СКІНЧЕННОВИМІРНОЮ МНОЖИНОЮ НЕПЕРЕРВНИХ ОДНОЗНАЧНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

У роботі для задачі найкращого у розумінні зваженої відстані наближення деякого абстрактного дискретного багатозначного відображення опуклою скінченновимірною множиною неперервних однозначних відображень встановлено критерій екстремальності елемента.

***Ключові слова:** абстрактне багатозначне відображення, опукла множина, критерій екстремальності елемента.*

Позначимо через K — компакт, z — його елементи, Y — лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, $C(K,Y)$ — лінійний над полем дійсних чисел нормований простір однозначних відображень $p: K \to Y$ з нормою $\|p\| = \max_{z\in K}\|p(z)\|$, $(C(K,Y))^m$ — впорядкована множина m відображень простору $C(K,Y)$: $\{a_i\}_{i=1}^m \in (C(K,Y))^m$, $a_i \in C(K,Y)$, $i=\overline{1,m}$, $\delta_i \in C(K)$, $\delta_i(z) > 0$, $i=\overline{1,m}$, $z \in K$, $W \subset C(K,Y)$.

Задачею найкращої у розумінні зваженої відстані наближення абстрактного дискретного відображення $\{a_i\}_{i=1}^m$ множиною W простору $C(K,Y)$ будемо називати задачу відшукання величини

$$\alpha^*(W;\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m) = \inf_{p\in W}\max_{1\le i\le m}\max_{z\in K}\delta_i(z)\|p(z)-a_i(z)\| =$$

$$= \inf_{p\in W}\max_{z\in K}\max_{1\le i\le m}\delta_i(z)\|p(z)-a_i(z)\|. \tag{1}$$

Якщо існує елемент $p^* \in W$ такий, що має місце рівність

$$\alpha^*(W;\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m) = \max_{1\le i\le m}\max_{z\in K}\delta_i(z)\left\|p_i^*(z)-a_i(z)\right\|,$$

то його будемо називати екстремальним елементом для задачі відшукання величини (1).

Проблеми теорії наближення, що стосуються задачі найкращого зваженого рівномірного відновлення неточно заданої за допомогою абстрактних функцій функціональної залежності займають важливе місце у сучасній математиці. Однією із таких задач є задача відшукання величини (1).

Метою цієї роботи є встановити критерії екстремальності елемента для задачі відшукання (1) у випадку, коли W — опуклою скінченновимірною множиною простору $C(K,Y)$ розмірності n.

Надалі будемо припускати, що умова $p \in W$ є суттєвою, тобто

$$\inf_{p\in W}\max_{1\le i\le m}\max_{z\in K}\delta_i(z)\|p(z)-a_i(z)\| > \inf_{p\in C(K,Y)}\max_{1\le i\le m}\max_{z\in K}\delta_i(z)\|p(z)-a_i(z)\|.$$

Через Y^* будемо позначати спряжений простір до лінійного над полем дійсних чисел нормованого простору Y, S^* – замкнену одиничну кулю простору Y^*: $S^* = \{\varphi \in Y^* : \|\varphi\| \le 1\}$. Для $\{a_i\}_{i=1}^m \in (C(K,Y))^m$, $p^* \in W$ покладемо

$$a_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}(p^*) = \max_{1\le i\le m}\max_{z\in K}\delta_i(z)\left\|p^*(z)-a_i(z)\right\|;$$

$$I^*_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}(p^*) = \left\{i : i\in\{1,\dots,m\};\ \max_{z\in K}\delta_i(z)\left\|p^*(z)-a_i(z)\right\| = a_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}\left(p^*\right)\right\};$$

$$K_i^*(p^*) = \left\{ z : z \in K; \delta_i(z) \left\| p^*(z) - a_i(z) \right\| = a_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m} \left(p^* \right) \right\},\ i \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}(p^*);$$

$$S^*_i(p^*, z) = \left\{ \varphi : \varphi \in S^*; \varphi\left(p^*(z) - a_i(z) \right) = \left\| p^*(z) - a_i(z) \right\| \right\},\ i \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}(p^*),$$

$$z \in K_i^*(p^*).$$

Теорема 1. Нехай $p^* \in W$ *,* W *– опукла множина простору* $C(K,Y)$. Для того, щоб елемент p^* *був екстремальним елементом для величини (1), необхідно і достатньо, щоб для кожного* $p \in W$ *існували елементи* $i_p \in \{1,...,m\}, z_p \in K, \varphi_p \in S^*$ *для яких виконуються умови:*

$$\max_{1 \le i \le m} \max_{z \in K} \delta_i(z) \left\| p^*(z) - a_i(z) \right\| = \max_{z \in K} \delta_{i_p}(z) \left\| p^*(z) - a_{i_p}(z) \right\| =$$

$$= \delta_{i_p}(z_p) \left\| p^*(z_p) - a_{i_p}(z_p) \right\| = \delta_{i_p}(z_p) \varphi_p \left(p^*(z_p) - a_{i_p}(z_p) \right);$$

$$\varphi_p \left(p(z_p) - p^*(z_p) \right) \ge 0.$$

Будемо припускати, що W — опукла скінченновимірна множина простору $C(K,Y)$ розмірності n. Тоді існує лінійний підпростір V простору $C(K,Y)$, породжений лінійно незалежними відображеннями $p_j \in C(K,Y),\ j = \overline{1,n}$ такий, що $W \subset V + p_0$, де p_0 — довільний фіксований елемент W. Нехай $p^* \in W$, тоді $V + p_0 = V + p^*$. Позначимо через

$$\omega(p^*) = \bigcup_{i \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^m;\{\delta_i\}_{i=1}^m}(p^*)} \ \bigcup_{z \in K_i^*(p^*)} \ \bigcup_{f \in S_i^*(p^*, z)} (\delta_i(z) f(p_1(z)), ..., \delta_i(z) f(p_n(z))).$$

Твердження 1. *Нехай* K *— метричний компакт,* Y *— лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, тоді* $\omega(p^*)$ *є компактом простору* R^n.

Розглянемо оператор T, який у відповідність кожному вектору $p \in V + p^*$ ставить вектор $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_n) \in R^n$ такий, що $p = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j p_j + p^*$.

Твердження 2. *Множина* $T(W)$ *є опуклою множиною простору* R^n.

Теорема 2. *Нехай* K *— метричний компакт,* Y *— лінійний над полем дійсних чисел нормований сепарабельний простір,* W *— опукла скінченновимірна множина розмірності* n *простору* $C(K,Y)$. *Для того щоб елемент* $p^* \in W$ *був* *екстремальним елементом для величини (1) необхідно і достатньо, щоб існував вектор* $b^* \in co\omega(p^*)$ *для якого*

$$\inf_{\lambda \in T(W)} \left\langle b^*; \lambda \right\rangle \geq 0,$$

де $co\omega(p^*)$ *— опукла оболонка множини* $\omega(p^*)$.

Доведення. Необхідність. Нехай p^* є екстремальним елементом для задачі відшукання величини (1). Розглянемо функцію

$$\psi(b;\lambda) = \left\langle b;\lambda \right\rangle,\ b,\lambda \in R'',$$

де $\langle b;\lambda \rangle$ — скалярний добуток векторів b та λ простору R''.

Функція $\psi(b;\lambda)$ є опуклою по λ при фіксованому $b \in R''$, вгнутою по b для кожного фіксованого $\lambda \in R''$ та неперервною по b при фіксованому λ. Оскільки множинна $\omega(p^*)$ є компактом, то $co\omega(p^*)$ є опуклим компактом; $T(W)$ — опукла множина простору R'', то на підставі теореми Фань-Цзі одержимо:

$$\inf_{\lambda \in T(W)} \max_{b \in co\omega(p^*)} \left\langle b;\lambda \right\rangle = \max_{b \in co\omega(p^*)} \inf_{\lambda \in T(W)} \left\langle b;\lambda \right\rangle.$$

Нехай $b^* \in co\omega(p^*)$ такий елемент, що

$$\max_{b \in co\omega(p^*)} \inf_{\lambda \in T(W)} \left\langle b;\lambda \right\rangle = \inf_{\lambda \in T(W)} \left\langle b^*;\lambda \right\rangle.$$

Оскільки p^* є екстремальним елементом для задачі відшукання величини (1), то згідно з теоремою 1 для довільного $p \in W$ існують елементи $i_p \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^n;\{\delta_i\}_{i=1}^n}(p^*), z_p \in K^*_{i_p}(p^*), f_p \in S^*_{i_p}(p^*, z_p)$ такі, що

$$f_p(p(z_p) - p^*(z_p)) \geq 0,$$

$$\delta_{i_p}(z_p) f_p(p(z_p) - p^*(z_p)) \geq 0.$$

Оскільки $p \in W \subset V + p^*$, то $p = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j p_j + p^*$, тоді

$$\delta_{i_p}(z_p) f_p\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_j p_j(z_p) + p^*(z_p) - p^*(z_p) \right) \geq 0,$$

$$\delta_{i_p}(z_p) f_p\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_j p_j(z_p) \right) \geq 0.$$

Звідси випливає, що $\sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j \delta_i (z_p) f_p \left(p_j (z_p) \right) \geq 0$.

Оскільки $i_p \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^n ; \{\delta_i\}_{i=1}^n} (p^*), z_p \in K^*_{i_p} (p^*), f_p \in S^*_{i_p} (p^*, z_p)$, то вектор

$$\left(\delta_{i_p} (z_p) f_p (p_1(z_p)), ..., \delta_{i_p} (z_p) f_p (p_n(z_p)) \right) \in co\omega(p^*),$$

тоді $\inf\limits_{\lambda \in T(W)} \max\limits_{b \in co\omega(p^*)} \left\langle b; \lambda \right\rangle \geq 0$,а, отже $\inf\limits_{\lambda \in T(W)} \left\langle b^*; \lambda \right\rangle \geq 0$.

Необхідність доведено.

Достатність. Припустимо, що існує вектор $b^* \in co\omega(p^*)$ такий, що $\inf\limits_{\lambda \in T(W)} \left\langle b^*; \lambda \right\rangle \geq 0.$ Оскільки $b^* \in co\omega(p^*)$, то b^* є опуклою комбінацією елементів $\omega(p^*)$. Згідно з теоремою Каратеодорі існують елементи $b_k \in \omega(p^*)$, $1 \leq k \leq r \leq n+1$ такі, що $b^* = \sum\limits_{k=1}^{r} \beta_k b_k$, де $\beta_k \geq 0, k = \overline{1,r}, \sum\limits_{k=1}^{r} \beta_k = 1.$

Оскільки $b_k \in \omega(p^*)$, то існують $i_k \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^n ; \{\delta_i\}_{i=1}^n} (p^*),\ z_k \in K^*_{i_k} (p^*),$ $f_k \in S^*_{i_k} (p^*, z_k)$ такі, що $b_k = \left(\delta_{i_k} (z_k) f_k (p_1(z_k)), ..., \delta_{i_k} (z_k) f_k (p_k(z_k)) \right),\ k = \overline{1,r}.$

Тоді $\inf\limits_{\lambda \in T(W)} \left\langle b^*; \lambda \right\rangle = \inf\limits_{\lambda \in T(W)} \left\langle \sum\limits_{k=1}^{r} \beta_k b_k; \lambda \right\rangle \geq 0.$

Нехай $p \in W$ і $T(p) = \lambda^p = \left(\lambda_1^p, ..., \lambda_n^p \right)$. Тоді $p = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j^p p_j + p^*$.

Звідси одержимо

$$\left\langle b^*; \lambda^p \right\rangle = \left\langle \sum_{k=1}^{r} \beta_k b_k; \lambda^p \right\rangle \geq 0,$$

$$\sum_{k=1}^{r} \beta_k \left\langle b_k; \lambda^p \right\rangle \geq 0.$$

З останньої нерівності випливає, що існує індекс $k_p \in \{1, ..., r\}$ такий, що $\left\langle b_{k_p}, \lambda^p \right\rangle \geq 0.$ Тоді $\sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j^p \delta_{i_{k_p}} (z_{i_{k_p}}) f_{k_p} \left(p_j (z_{k_p}) \right) \geq 0$, а, отже

$$f_{k_p}\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^p p_j(z_{k_p}) + p^*(z_{k_p}) - p^*(z_{k_p})\right) = f_{k_p}\left(p(z_{k_p}) - p^*(z_{k_p})\right) \ge 0.$$

Отже, для довільного $p \in W$ існують $i_{k_p} \in I^*_{\{a_i\}_{i=1}^n;\{\delta_i\}_{i=1}^n}(p^*)$, $z_{k_p} \in K^*_{i_{k_p}}(p^*)$, $f_{k_p} \in S^*_{i_{k_p}}(p^*, z_{k_p})$ для яких $f_{k_p}\left(p(z_{k_p}) - p^*(z_{k_p})\right) \ge 0.$

Згідно з теоремою 1 p^* є екстремальним елементом для величини (1).

Достатність доведено.

Теорему доведено.

The criterion of element extremity for the problem of the best approximation in the sense of weighted distance of some abstract discrete multitaskingmap by a convex finite-dimensional set of continuous one-valued maps is established in the work.

Keywords: *the abstract multitasking map, theconvex set, thecriterion of extremity element.*

УДК 37.016:53]:004

Смірнов В. Р., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Поведа Т. П.,** кандидат педагогічних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ У НАВЧАННІ ФІЗИКИ

У статті представлено можливості використання сучасних програмних засобів для підвищення результативності навчання учнів з фізики.

Ключові слова: *програмні засоби навчання, сучасний урок фізики, віртуальні лабораторії, інтерактивні симуляції з фізики.*

У сучасних умовах, коли технології постійно розвиваються, використання комп'ютерних програм, симуляцій та віртуальних лабораторій стає все більш актуальним у навчанні фізики. Але в той же час, використання таких засобів може викликати ряд питань, пов'язаних з їх ефективним використанням на уроках фізики. Таким чином, постановка проблеми даної статі полягає в аналізі використання програмних засобів у навчанні фізики та їх впливу на якість навчання учнів.

Метою нашого дослідження є аналіз проблеми використання сучасних програмних засобів на уроках фізики та їх вплив на якість навчання і розуміння учнями матеріалу. Проаналізувати програмні засоби, що можуть бути використані для покращення навчання фізики, включаючи комп'ютерні симуляції, віртуальні лабораторії, анімації та інтерактивні додатки. Дослідження має на меті відобразити переваги використання цих інструментів для покращення навчання фізики, а також розглянути можливі недоліки та виклики, що можуть виникнути під час їх використання.

На сьогоднішньому етапі розвитку освіти сучасні програмні засоби стають невід'ємною складовою процесу навчання. Фізика, як наука, не є виключенням. Використання сучасних програмних засобів на уроках фізики дозволяє зробити навчання цікавішим і ефективнішим.

Одним з найбільш популярних програмних засобів для вивчення фізики є віртуальні лабораторії [1]. Ці програмні засоби дозволяють учням експериментувати з різними фізичними явищами в віртуальному середовищі. Вони дозволяють проводити експерименти, які можуть бути складні або небезпечні в реальному житті. Такі віртуальні лабораторії дозволяють учням поглиблювати свої знання і вміння, проводячи віртуальні експерименти та демонструвати різні фізичні явища. Їх використання допоможе учням краще зрозуміти матеріал та збільшити їх зацікавленість до предмету. Важливо зазначити, що хоча використання сучасних програмних засобів може бути дуже корисним на уроках фізики, воно не повинно замінювати прямого контакту вчителя та учнів. Вчителі повинні продовжувати працювати з учнями, надавати індивідуальну допомогу та відповіді на запитання, а також сприяти активній взаємодії між учнями.

Використання *симуляторів* дозволяє учням безпечно експериментувати з різними фізичними явищами, які можуть бути складними або небезпечними для проведення в реальному житті. Наприклад, використання інтерактивних симуляцій може допомогти учням розуміти, як працюють фізичні процеси, і вивчати їх в інтерактивному режимі. Використання програм для візуалізації даних може допомогти учням збирати та аналізувати дані, що було б складним або неможливим вручну [2].

Використання *відеоуроків* дозволяє учням вивчати матеріал в своєму власному темпі та повторювати складні концепції стільки разів, скільки потрібно. Крім того, використання *інтерактивних дошок* дозволяє вчителям демонструвати різні фізичні явища та обговорювати їх з учнями в режимі реального часу.

Використання сучасних програмних засобів на уроках фізики сприяє розвитку комп'ютерної грамотності та навичок роботи з різними програмами та технологіями. Це є важливим аспектом в сучасному світі, де інформаційні технології займають все більш важливе місце.

Засоби віртуальної реальності, такі як Oculus Rift або HTC Vive, можуть допомогти створити імерсивне середовище для дослідження фізичних явищ, де учні можуть досліджувати та взаємодіяти з різними об'єктами та явищами. Наприклад, вони можуть побачити, як змінюється рух тіла при зміні параметрів, або як простір і час сприймаються відносно інших об'єктів. Такі засоби можуть зробити навчання фізики більш захоплюючим та зрозумілим [5].

Крім того, програмні засоби можуть допомогти учням вирішувати складні задачі та виконувати експерименти, що можуть бути важкими або неможливими для виконання в реальному житті. Наприклад, програми для моделювання фізичних явищ можуть допомогти учням розуміти складні концепції, такі як електромагнітна індукція або розповсюдження світла. Такі засоби можуть допомогти учням зрозуміти, як фізичні закони взаємодіють з реальним світом.

Загалом, використання сучасних програмних засобів на уроках фізики має багато переваг, таких як збільшення зацікавленості учнів до предмету, розвиток комп'ютерної грамотності та навичок роботи з програмами та технологіями, покращення здатності учнів до критичного мислення та розвиток їх творчих здібностей. Використання сучасних програмних засобів робить навчання більш інтерактивним та забезпечує учням можливість більш ефективного самостійного вивчення та дослідження фізичних явищ.

Крім того, використання програмних засобів може допомогти вчителям більш ефективно структурувати та організовувати свої уроки, що може позитивно позначитися на результативності навчання. Однак, важливо пам'ятати, що програмні засоби не повинні замінювати прямий контакт між викладачем та учнями, а повинні слугувати доповненням до традиційних методів навчання. Використання програмних засобів може допомогти вчителям більш ефективно структурувати та організовувати свої уроки, що позитивно позначиться на результативності навчання. Однак, важливо пам'ятати, що програмні засоби не повинні замінювати прямий контакт між викладачем та учнями, а повинні слугувати доповненням до традиційних методів навчання [3].

Важливо зазначити, що програмні засоби не можуть повністю замінити традиційні методи навчання фізики, такі як досліди в лабораторії або розв'язування задач на уроці. Вони повинні використовуватися як допоміжний інструмент для навчання та розширення можливостей учнів.

Використання сучасних програмних засобів на уроках фізики сприяє підвищенню якості навчання та розвитку учнів, проте воно повинно бути збалансоване з традиційними методами навчання та добре продумуватись вчителем. Використання програмних засобів може також допомогти підвищити зацікавленість учнів до науки та забезпечити розвиток важливих навичок для їх самостійності.

Список використаних джерел:

1. Потапов А. Ф. Використання комп'ютерних програм для проведення лабораторних робіт з фізики. *Теоретичні та практичні аспекти сучасної фізики* : матеріали науково-практичної конференції викладачів, аспірантів, студентів (10-11 квітня 2014 р.). Миколаїв : МДУ імені Петра Могили, 2014. С. 152-154.

2. Іваненко О. О. Використання інтерактивних програм в навчальному процесі з фізики. *Східноєвропейський журнал передових технологій*. 2017. № 4/11 (88). С. 33-39.

3. Нестеренко А. А. Використання сучасних програмних засобів на уроках фізики. *Науковий вісник Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського*. 2018. № 1(19). С. 73-77.

4. Тимощук, А. В. Використання комп'ютерної техніки та програмного

забезпечення у процесі навчання фізики. *Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти.* 2019. Т. 1, Вип. 38. С. 135-143.

5. Voskoglou M. Gr., & Tsangaratos P. (2021). Enhancing physics education with computational tools and simulations. *European Journal of Physics,* 42(4), 045702.

6. Roehrig G. H., & Kruse R. A. (2018). Computational physics: A promising method to enhance student learning in physics. *Physical Review Physics Education Research*,14(2), 020112.

The article presents the possibilities of using modern software tools to improve the effectiveness of students' education in physics.

Keywords: *educational software, modern physics lesson, virtual laboratories, interactive physics simulations.*

УДК 517.521

Смірнова А. Р., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Гудима У. В.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

УМОВИ ІСНУВАННЯ ДОПУСТИМОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ЗАДАЧІ МІНІМІЗАЦІЇ ОПУКЛОЇ КУСКОВО-АФІННОЇ ФУНКЦІЇ ПРИ ЛІНІЙНИХ ОБМЕЖЕННЯХ ТА ДОДАТКОВОМУ ОБМЕЖЕННЮ, ЩО ЗАДАЄТЬСЯ ОПУКЛОЮ СЛАБКО* КОМПАКТНОЮ МНОЖИНОЮ

У роботі для задачі мінімізації опуклої кусково-афінної функції при лінійних обмеженнях та додатковому обмеженню, що задається опуклою слабко компактною множиною встановлено умови існування допустимого розв'язку.*

Ключові слова: *опукла функція, допустимий розв'язок, кусково-афінна функція, опукла множина.*

Постановка задачі. Нехай Y - лінійний над полем дійсних чисел нормований простір, Y^* - простір спряжений з Y; c_k, $k=\overline{1,m}$; y_j, $j=\overline{1,n}$; x_i, $i=\overline{1,l}$; - фіксовані елементи простору Y; $\varphi \in Y^*$; $d_k \in R$, $k=\overline{1,m}$; $p_i \in R$, $i=\overline{1,l}$; $t_j \in R$, $j=\overline{1,n}$; A – опукла слабко* компактна множина простору Y^*.

Задачею мінімізації опуклої кусково-афінної функції при лінійних обмеженнях та додатковому обмеженню, що задається опуклою слабко* компактною множиною будемо називати задачу відшукання величини:

$$\inf \max_{1\le k\le m}(\varphi(c_k)+d_k), \tag{1}$$

за умов

$$\varphi(y_j)\ge t_j,\ j=\overline{1,n}, \tag{2}$$

$$\varphi(x_i) = p_i,\ i=\overline{1,l}, \tag{3}$$

$$\varphi \in A. \tag{4}$$

Позначимо через М – множину допустимих розв'язків задачі (1)-(4), тобто

$$M = \left\{ \varphi \in A : \varphi\left(y_j \right) \geq t_j,\ j=\overline{1,n}; \varphi\left(x_i \right) = p_i, i=\overline{1,l} \right\}.$$

Метою цієї роботи є встановити умови існування допустимого розв'язку для задачі (1)-(4).

Теорема 1. *Нехай* Y *–лінійний над полем дійсних чисел нормований простір,* Y^* *- простір, спряжений з* Y *,* A *– опукла слабко* компактна множина простору* Y^* *, тоді функціонал*

$$f_A(z) = \max_{\varphi\in A} \varphi(z),\ z \in Y,$$

є сублінійним функціоналом, заданим на Y *.*

Теорема 2. *Для того, щоб множина допустимих розв'язків задачі (1)-(4) була непорожньою множиною необхідно і достатньо, щоб для будь-яких чисел* $\xi_j \in R,\ \ \xi_j \geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i \in R,\ \ i=\overline{1,l}$ *, виконувалась нерівність*

$$f_A(\sum_{j=1}^{n} \xi_j y_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i x_i) \geq \sum_{j=1}^{n} \xi_j t_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i p_i. \tag{5}$$

де $f_A(z) = \max_{\varphi\in A} \varphi(z),\ z \in A.$

Доведення. Необхідність. Припустимо, що $M \neq \varnothing$. Доведемо, що має місце нерівність (5).

Оскільки $M \neq \varnothing$, то існує $\varphi \in Y^*$ такий, що задовольняє умовам (2)-(4). Тоді для будь-яких $\xi_j \in R,\ \ \xi_j \geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i \in R,\ \ i=\overline{1,l}$, мають місце співвідношення:

$$\xi_j \varphi(y_j) \geq \xi_j t_j,\ \ j=\overline{1,n};$$

$$\psi_i \varphi(x_i) = \psi_i p_i,\ \ i=\overline{1,l}.$$

Звідси

$$\varphi(\sum_{j=1}^{n} \xi_j y_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i x_i) \geq \sum_{j=1}^{n} \xi_j t_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i p_i. \tag{6}$$

Оскільки $\varphi \in A,$ де A - слабко* компактна множина простору Y^*, то для довільного $\varphi \in A,\ \ z \in Y$

$$\varphi(z) \leq \max_{\varphi\in A} \varphi(z) = f_A(z). \tag{7}$$

З (6), (7) одержимо

$$\sum_{j=1}^{n} \xi_j t_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i p_i \leq \varphi(\sum_{j=1}^{n} \xi_j y_j + \sum_{i=1}^{l} \psi_i x_i) \leq$$

$$\leq \max_{\varphi\in A}\varphi(\sum_{j=1}^{n}\xi_j y_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i x_i)=$$

$$=f_A(\sum_{j=1}^{n}\xi_j y_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i x_i).$$

Отже, у випадку, коли $M\neq\varnothing$ нерівність (5) має місце.

Необхідність доведено.

Достатність. Припустимо, що для довільних $\xi_j\in R,\ \ \xi_j\geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i\in R,$ $i=\overline{1,l}$, виконується нерівність (5).

Доведемо, що в цьому випадку множина допустимих розв'язків для задачі (1)-(4) є непорожньою множиною.

Для довільних $\xi_j\in R,\ \ \xi_j\geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i\in R,\ \ i=\overline{1,l}$,

$$f_A(\sum_{j=1}^{n}\xi_j y_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i x_i)\geq\sum_{j=1}^{n}\xi_j t_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i p_i\ ,$$

$$\max_{\varphi\in A}\varphi(\sum_{j=1}^{n}\xi_j y_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i x_i)\geq\sum_{j=1}^{n}\xi_j t_j+\sum_{i=1}^{l}\psi_i p_i\ ,$$

$$\max_{\varphi\in A}(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i))\geq 0. \tag{8}$$

Оскільки (8) має місце для довільних $\xi_j\in R,\ \ \xi_j\geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i\in R,\ \ i=\overline{1,l},$ то з нерівності (8) випливає

$$\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\,j=\overline{1,n};\\ \psi_i\in R,i=\overline{1,n}}}\max_{\varphi\in A}(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i))\geq 0.$$

Розглянемо функцію $\gamma((\xi,\psi),\varphi)=\gamma((\xi_1,...,\xi_n;\psi_1,...,\psi_l),\varphi)$:

$$\gamma((\xi,\psi),\varphi)=\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i)\ ,$$

та множину $B=\left\{\left(\xi,\psi\right)=\left(\xi_1,...,\xi_n;\psi_1,...,\psi_l\right)\in R^{n+l}:\xi_j\geq 0,\,j=\overline{1,n}\right\}$.

Оскільки A є опуклою слабко* компактною множиною, B – опуклою множиною, $\gamma((\xi,\psi),\varphi)$ – опуклою по $(\xi,\psi)\in R^{n+l}$ при фіксованому $\varphi\in Y^*$, випуклою по $\varphi\in Y^*$, при фіксованому $(\xi,\psi)\in R^{n+l}$ та неперервною зверху у розумінні слабкої* топології, то згідно з теоремою Фань Цзі будемо мати, що

$$\inf_{(\xi,\psi)\in B}\max_{\varphi\in A}\gamma((\xi,\psi),\varphi)=\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\,j=\overline{1,n};\\ \psi_i\in R,i=\overline{1,n}}}\max_{\varphi\in A}(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i))=$$

$$=\max_{\varphi\in A}\inf_{(\xi,\psi)\in B}\gamma((\xi,\psi),\varphi)=\max_{\varphi\in A}\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\,j=\overline{1,n};\\ \psi_i\in R,i=\overline{1,n}}}(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i))\,.$$

З нерівності (8) випливає, що

$$\inf_{(\xi,\psi)\in B}\max_{\varphi\in A}\gamma((\xi,\psi),\varphi)\geq 0,$$

тоді

$$\max_{\varphi\in A}\inf_{(\xi,\psi)B}\gamma((\xi,\psi),\varphi)\geq 0,$$

$$\max_{\varphi\in B}\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\, j=\overline{1,n};\\ \beta_i\in R, i=\overline{1,m}}}\left(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i)\right)\geq 0.$$

Нехай $\tilde{\varphi}\in A$ такий, що

$$\max_{\varphi\in B}\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\, j=\overline{1,n};\\ \beta_i\in R, i=\overline{1,m}}}\left(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\varphi(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\varphi(x_i)-p_i)\right)=$$

$$=\inf_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\, j=\overline{1,n};\\ \beta_i\in R, i=\overline{1,m}}}\left(\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\tilde{\varphi}(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\tilde{\varphi}(x_i)-p_i)\right).$$

Тоді $\inf\limits_{\substack{\xi_j\in R,\xi_j\geq 0,\, j=\overline{1,n};\\ \beta_i\in R, i=\overline{1,m}}}\left(\sum\limits_{j=1}^{n}\xi_j(\tilde{\varphi}(y_j)-t_j)+\sum\limits_{i=1}^{l}\psi_i(\tilde{\varphi}(x_i)-p_i)\right)\geq 0.$

Звідси випливає, що для будь-яких $\xi_j\in R,\ \ \xi_j\geq 0,\ \ j=\overline{1,n};\ \ \psi_i\in R,\ \ i=\overline{1,l}$,

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\tilde{\varphi}(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\tilde{\varphi}(x_i)-p_i)\geq 0. \qquad (9)$$

З (9) випливає, що $\tilde{\varphi}(x_i)=p_i, i=\overline{1,l}.$

З урахуванням цього та нерівності (9) одержимо

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_j\cdot(\tilde{\varphi}(y_j)-t_j)+\sum_{i=1}^{l}\psi_i(\tilde{\varphi}(x_i)-p_i)=$$

$$=\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\tilde{\varphi}(y_j)-t_j)\geq 0, \qquad (10)$$

для довільних $\xi_j\in R,\ \ \xi_j\geq 0,\ \ j=\overline{1,n}$.

З (10) випливає, що для довільного $j\in\{1,...,n\}$ $\tilde{\varphi}(y_j)\geq t_j$.

Отже, функціонал $\tilde{\varphi}\in X^*$ такий, що

$$\tilde{\varphi}(x_i)=p_i, i=\overline{1,l},$$

$$\tilde{\varphi}(y_j)\geq t_j,\ j=\overline{1,n},$$

$$\tilde{\varphi}\in A.$$

Тому $\tilde{\varphi}$ задовольняє умови (2)-(4) задачі (1)-(4), а, отже $\tilde{\varphi}\in M$.

Отже, множина допустимих розв’язків для задачі (1)-(4) не є порожньою множиною.

Достатність доведено.

Теорему доведено.

In the paper, conditions for the existence of an admissible solution for the problem of minimizing a convex piecewise-affine function subject to linear constraints and an additional constraint defined by a convex weakly compact set are established.*

Keywords: *the convex function, the admissible solution, the piecewise-affine function, the convex set.*

УДК 004.9

Станіславів О. С., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Смалько О. А.,** кандидат педагогічних наук, доцент

ЦИФРОВЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛАНДШАФТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДІВ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ

У статті наводиться аналіз різних технік генерування ландшафтів в історичному аспекті. Акцентується увага на важливості внесків окремих вчених у розвиток 3D-моделювання. Описується сучасний стан розробки методів процедурної генерації та окреслюються перспективні підходи до створення цифрових ландшафтів, що можуть якісно імітувати реальні тривимірні моделі.

Ключові слова: цифрові ландшафти, 3D-моделювання, процедурна генерація, віртуальний світ, імерсивні технології.

В епоху цифрових технологій перед розробниками інтерактивних 3D-середовищ постає важливе завдання — розвиток технік реалістичного представлення різних об’єктів у змодельованих віртуальних світах. Це потрібно тим, хто створює комп’ютерні ігри, науково-фантастичні та фентезійні фільми, цифрову мультиплікаційну продукцію та розважальні програми, тим, хто розвиває технології цифрового збереження культурної спадщини, а також і тим, хто націлений на розробку новітніх застосунків для розширеної реальності, що поступово впроваджується у широкий діапазоні сфер діяльності людини (розваги, маркетинг, нерухомість, будівництво, технічне обслуговування, медицина, навчання, віддалена робота, військова підготовка тощо).

Для формування реалістичних об’єктів, текстур, сцен, ландшафтів, у тому числі у режимі реального часу, використовується процедурна генерація — метод створення мультимедійного контенту за допомогою комбінацій детермінованих алгоритмів, поєднаних із випадковістю.

Завдяки ефективним алгоритмам процедурної генерації, що спираються на використання різноманітних цікавих математичних структур, стає можливим формування складного та об’ємного контенту знову і знову за тих самих початкових умов зі значною економією споживаних ресурсів (обчислювального часу та простору для зберігання).

У даній статті викладаються результати досліджень різноманітних технік генерування ландшафтів в історичному розрізі, описуватимуться сучасні методи процедурної генерації та окресляться перспективні напрями роботи.

З появою перших кольорових відеокарт для персональних комп'ютерів природно активізувались науково-технічні розвідки математиків, що стосувалися різних методів синтезу зображень на екранах моніторів. Прагнучи досягти на комп'ютері реалістичної візуалізації рельєфу та ряду інших природних явищ (у тому числі турбулентних потоків) на початку 1980-х років дослідники використовували стохастичні алгоритми та фрактальний броунівський рух [1].

Моделювання ділянок земної поверхні зі складним рельєфом з використанням фрактального броунівського руху вперше запропонував французько-американський математик Бенуа Мандельброт, засновник фрактальної геометрії.

Перші нескладні алгоритми для генерації фрактального рельєфу будували неймовірні на той час ландшафтні зображення, які імітували зовнішній вигляд природної місцевості. Більшість фрактальних моделей ландшафту ґрунтувались на одному з п'яти підходів: розлом Пуассона (англ. Poisson faulting), фільтрація Фур'є (англ. Fourier filtering), зміщення середньої точки (англ. midpoint displacement), послідовні випадкові додавання (англ. successive random additions) та підсумовування шумів з обмеженою смугою частот (англ. summing band-limited noises) [2]. Останній з перелічених підходів досить часто називають "синтезом шуму", він на відміну від інших при генерації фракталів не створює артефактів. Його, зокрема, використовували при створенні ландшафтів, наближених до еродованих (сформована проста фізична модель ерозії непогано імітувала гідравлічні та термічні процеси ерозії у глобальній мережі потоків/долин і схилів осипів).

Втім здебільшого широко вживаними у фрактальній геометрії довгий час були різні варіації методу зміщення середньої точки (відомого алгоритму "diamond-square"), за яким створювалися карти висот — спеціальні растрові зображення, що використовувалися переважно в якості дискретної глобальної сітки у вторинному моделюванні рельєфу. Вони фактично зберігали значення висот поверхонь (геометричних даних місцевості), за якими будувалися пейзажі досить пристойного вигляду [3]. Подібні карти були базовими елементами для генерування як точок на поверхні Землі, так і для точок над/під поверхнею. На їх основі формували різні текстури місцевості, текстури хмар тощо.

Однак використання карт висот обмежує рельєф як одну безперервну поверхню без будь-яких печер і виступів. Цей недолік вдавалося подолати за допомогою багатошарових карт висот або їх нелінійних трансформацій. Не має цього обмеження воксельний рельєф (побудований на основі значень ізоповерхні та який візуалізується з використанням кубічного відображення), але, як правило, він не економний до пам'яті, тому з метою зменшення навантаження на відеокарту пробудовується шматкоподібно.

Моделі ландшафтів, створені за допомогою фрактальних методів, здебільшого характеризувалися єдиною фрактальною розмірністю. Тому закономірно для вдосконалення візуальної реалістичності почали використовувати узагальнені мультифрактальні системи [4], динаміка яких описувалась неперервним спектром експонент (так званим спектром сингулярності). Відтак стало можливим імітувати схожі на справжні берегові лінії, більш-менш натуральну топографію гір, часові ряди природної світності.

Вже у другій половині 1980-х ініціювали використання технік генерування суцільних текстур з комбінуванням різних шумових функцій [5]. Почалось активне використання градієнтних шумів, зокрема розробленого у 1983 році американським вченим-інформатиком Кеном Перліном [6] математичного алгоритму генерування процедурної текстури псевдовипадковим методом, що допомагав збільшувати реалізм та графічну складність поверхонь різноманітних геометричних об'єктів.

Здавалося б, що вся математична основа процедурної генерації була розроблена ще у XX столітті. Але ж експоненціальне збільшення обчислювальних потужностей, що стали доступними для пересічних комп'ютерних користувачів у наш час, викликало потребу подальшого вдосконалення алгоритмів цифрової візуалізації ландшафтного дизайну.

Загалом, під ландшафтом розуміють візуальні особливості ділянок земної поверхні з певним сполученням природних компонентів (рельєф, гори, пагорби, клімат, ґрунти, річки, озера, моря, погодні умови, рослини, тварини) та об'єктів, створених людьми (будівлі, різноманітні споруди, сільськогосподарські лани, дороги, лісонасадження, сади, пасовиська, рекреаційні зони тощо).

Вочевидь, для того, щоб генерувати естетичну ландшафтну архітектуру, яка буде придатна для використання у перспективних просторових обчисленнях та імерсивних технологіях, що поєднують цифровий і фізичний світи, потрібно максимально якісно імітувати 3D-моделі у просторовому відображенні. Також необхідно забезпечувати реалістичну та органічну взаємодію з усіма віртуальними об'єктами, оскільки вони мають розміщуватись у спосіб, що відповідає фізичному світу, і маніпулювати ними у штучно створеному середовищі слід природним чином. Більше того, для максимальної залученості користувачів останнім часом розробники звертають увагу не лише на прагматичні якості цифрового дизайну, а й на гедонічні якості, що стосуються психологічних потреб та емоційного досвіду. Тому візуальна привабливість цифрових середовищ та позитивні емоції користувачів від їх використання стають пріоритетними.

Зрозуміло, що у повноцінному віртуальному світі повинні бути представлені і такі компоненти, про які ще не йшлося у статті, зокрема різноманітні віртуальні персонажі, біоми (рослини, тварини).

Існує два основних підходи до створення цифрової рослинності: процедурний та непроцедурний. Процедурний підхід передбачає побудову моделей алгоритмічно, при цьому вони контролюються зміною значень параметрів, мінімізуючи потребу у значному ручному контролю. До непроцедурних методів можна віднести "ручне" створення комп'ютерних моделей та методи, що спираються на відповідні зображення, наприклад світлини (таким є, зокрема, метод фотограмметрії). Такі методи забезпечують моделювання складних моделей рослинності з високим ступенем їх контролю. Також розроблено комбіновані методи, в яких поєднуються процедурні та непроцедурні алгоритми, це спрямовано на оптимізацію процесів розробки.

Цікаво, що здавна вчені намагалися моделювати поведінку рослинних клітин, процес зростання трав'янистих рослин, галуження деревної крони, біомеханічні реакції рослин на подразники тощо. Навіть розробляли комплексні алгоритми, щоб мати можливість гнучко генерувати моделі дерев, форми яких нагадують певні їх види.

Ще у 1968 році угорський біолог Арістід Ліденмайєр створив формальну мову, що отримала назву "L-система", за допомогою якої він моделював поведінку клітин рослин. Проте його детерміновані L-системи характеризувалися тим, що ними чітко визначалося як виглядатиме n-та ітерація, і вона завжди була однакова при повторному обчисленні. Розвиваючи ідеї Ліденмаєра, його послідовники запропонували способи створення стохастичних L-систем (так званих 0L-систем) [7]. Так з'явилися перші підходи природного моделювання рослин (дерев, лісів, садів), а також розташування будівель у ландшафтній архітектурі з певним елементом випадковості.

Трохи згодом японські біологи та біофізики, прагнучи зрозуміти значення будови дерев з погляду екології та еволюції близькоспоріднених видів, перейнялися задачами математичного моделювання дерев. Вони виявили принцип рекурсивної розгалуженої структури дерев [8], який лежить в основі більшості поширених у наш час генеративних моделей дерев. При цьому розрізняють дерева з горизонтальною плоскою моделлю (модель H), з моделлю перпендикулярної площини (модель P), що модифікована гравітропізмом (впливом сили тяжіння на зростання), а також з найбільш загальною геометричною моделлю — моделлю похилої площини (модель I).

Інший клас процедурних підходів до генерації рослинності включає методи, за яких моделюється рух частинок для побудови гілкової структури дерев. Приклади таких методів охоплюють дифузно-обмежену агрегацію (модель шумного зростання, обмеженого дифузією), колонізацію простору (адаптивний алгоритм, що моделює конкуренцію за простір як ключовий фактор, що визначає розгалужену структуру дерев) та моделювання потоку частинок (комбінований метод, за яким приблизний обсяг дерева оцінюється на основі вокселів, значення щільності вокселів використовується для отримання початкових позицій для набору частинок, за допомогою моделювання частинок генерується "скелет" дерева, а щільність листя оцінюється за вхідними фотоматеріалами).

Також розроблено техніки моделювання рослинності, що використовують функціональні можливості попередньо навчених згорткових нейронних мереж (англ. convolutional neural network, CNN) [9], за допомогою яких генерується карта щільності рослин на основі початкових ознак, що відповідають даним рельєфу.

Не використовуючи нейронні мережі, можна генерувати об'єкти ландшафту урбанізованих територій, скажімо, за алгоритмом колапсу хвильової функції, натхненним квантовою механікою. Він приймає архетипні вхідні дані та ітераційно генерує воксельні ландшафти з 3D-тайлами (зображеннями на зразок «черепиці», розміщеними пліч-о-пліч так, щоб місця стику були непомітними).

Не такі примітивні контури архітектурних моделей можна генерувати з використанням процедурних екструзій. Але синхронізований за стилем автоматично керований синтез деталей та реалістичне декорування масових моделей споруд у масштабах великих районів можуть забезпечити наразі лише генеративні змагальні мережі [10] (англ. generative adversarial networks, GAN) — алгоритми штучного інтелекту, що використовуються в некерованому навчанні та реалізовуються системою двох штучних нейронних мереж, які змагаються одна з одною в рамках гри з нульовою сумою.

Звісно, винайдені натепер способи моделювання ландшафтів потребують подальшого розвитку, оскільки сучасний цифровий дизайн у все більш вибагливих користувачів повинен викликати лише позитивні емоції, естетичне задоволення та прагнення у подальшої взаємодії в застосунках різноманітного призначення. Над цим працюють усі зацікавлені науковці, розробники галузі комп'ютингу, дизайнери-ентузіасти, цифрові художники. Нові виклики IT-індустрії не залишають байдужими і студентів вітчизняних університетів.

Список використаних джерел:

1. Fournier A., Fussell D., Carpenter L. Computer rendering of stochastic models. *Communications of the ACM*, 1982. Vol. 25, Issue 6. DOI : 10.1145/358523.358553.
2. Musgrave F. K., Kolb C. E., Mace R. S. The synthesis and rendering of eroded fractal terrains. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1989. Vol. 23, Issue 3. DOI : 10.1145/74334.74337.
3. Game Programmer Martz P. Generating random fractal terrain. URL : https://web.archive.org/web/20060420054134/http://www.gameprogrammer.com/fractal.html (дата звернення: 09.11.2023).
4. Lawick van Pabst J., Jense H. Dynamic Terrain Generation Based on Multifractal Techniques. *High Performance Computing for Computer Graphics and Visualisation*, 1996. DOI :10.1007/978-1-4471-1011-8_13.
5. Miller G. S. P. The definition and rendering of terrain maps. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1986. Vol. 20, Issue 4. DOI :10.1145/15886.15890.
6. Perlin K. Chapter 4. In the beginning: The pixel stream editor. URL : https://redirect.cs.umbc.edu/~olano/s2002c36/ch04.pdf (дата звернення: 09.11.2023).
7. Reffye P. De, Edilin C., Françon J., Jaeger M., Puech C.. Plant models faithful to botanical structure and development. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1988. Vol. 22, Issue 4. DOI : 10.1145/378456.378505.
8. Honda H., Hatta H., Fisher J. B. Branch geometry Incornus kousa (Cornaceae): computer simulations. American Journal of Botany, 1997. Vol.84(6): DOI : 10.2307/2445810.
9. Zhang J., Wang C., Li C., Qin H. Example-based rapid generation of vegetation on terrain via CNN-based distribution learning. The Visual Computer, 2019. Vol. 35. DOI : 10.1007/s00371-019-01667-w.

10. Kelly T., Guerrero P., Steed A., Wonka P., Mitra N. J. FrankenGAN: Guided detail synthesis for building mass models using style-synchonized GANs. URL : https://arxiv.org/pdf/1806.07179.pdf (дата звернення: 09.11.2023).

The article provides an analysis of various landscape generation techniques in a historical context. Emphasis is placed on the importance of the contributions of individual scientists to the development of 3D modeling. The current state of development of procedural generation methods is described. Prospective approaches to the creation of digital landscapes that can qualitatively imitate real three-dimensional models are outlined.

Keywords: *digital landscapes, 3D modeling, procedural generation, virtual world, immersive technologies.*

УДК 373.5.016:51
Томіч С. К., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Думанська Т. В.,** кандидат педагогічних наук

ПРОПЕДЕВТИКА ПАРАМЕТРІВ У КУРСІ МАТЕМАТИКИ 5–9 КЛАСІВ

Стаття присвячена ознайомленню з основними темами в курсі математики 5–9 класів, які є підготовчими для вивчення завдань з параметрами.

Ключові слова: *параметр, розв'язання, рівняння.*

Розв'язування завдань із параметрами зазвичай викликають певні труднощі в учнів. Більше того, в рамках шкільного курсу немає окремого розділу, присвяченого задачам із параметрами. Вивчення завдань з параметрами зазвичай обмежується розглядом невеликого набору прикладів, підібраних під можливості певного методу аналізу таких задач. У посібниках, присвячених завданням із параметрами, переважно демонструються первинні методи розв'язування і для кожного методу даються добірки завдань, які розв'язуються цим методом. Разом із тим, завдання з параметром, що пропонувалися і, мабуть, будуть ще пропонуватися, на зовнішньому незалежному оцінюванні в майбутньому, ніколи не супроводжуються вказівкою того, який метод можна застосувати для їхнього розв'язування, а учні зазвичай не мають багажу знань про різні методи, застосовні до таких завдань. Як наслідок, результати підсумкових випробувань, пов'язаних із виконанням завдань з параметрами, виявляються дуже невисокими.

Однією з основних причин такого явища є відсутність у навчальних матеріалах чітких первинних понять, що належать до завдань із параметрами, класифікації постановок задач, відпрацювання методів розв'язування завдань різних типів, механізмів вибору методів аналізу завдання. Виникає неоднозначна ситуація: з одного боку, завдання з параметрами, в принципі, не вимагають від учнів додаткових, у порівнянні зі шкільною програмою, знань, пропонуються на підсумковій атестації і є однією з ознак здатності учня продовжувати навчання у закладі вищої освіти, а з іншого, – їхнє розв'язування пов'язане зі специфічними підходами, які у шкільній програмі не передбачено. Тому важливо розглянути деякі теми, які нагадують параметри, в курсі 5–9 класів.

Перш ніж ввести поняття «параметр» учням 5-6 класу необхідно нагадати роль букви в алгебрі та запропонувати завдання, в яких треба виразити одну змінну через іншу.

Розв'язуючи завдання подібного змісту, учні 5-6 класів звикають до поняття «параметр». Дуже доцільно учням саме цих класів, коли задачі мають не великий алгоритм розв'язання, пропонувати задачі «з буквами», наприклад такого змісту:

« Довжини ребер прямокутного паралелепіпеда рівні $\boldsymbol{a}$*,* $\boldsymbol{b}$ і $\boldsymbol{c}$. Знайдіть його об'єм.»

Маємо таку відповідь: $\boldsymbol{V=abc}$.

«Довжина радіуса кола рівна $\boldsymbol{r}$. Знайдіть довжину кола і площу відповідного круга.»

Відповідь: $\boldsymbol{C=2\pi r}$; $\boldsymbol{S=\pi r^2}$.

Найголовніше, що повинен зрозуміти учень це те, що параметр – це число, хоча й невідоме, але фіксоване, яке має подвійну природу.

У школярів 7–9 класів доцільно запитати: «Чи зустрічалися вони з параметрами раніше?» Скоріш за все відповідь буде негативною. Але насправді потрібно звернути їх увагу на деякі їхні ж знання, які в них вже досить чітко сформовані, але те, що вони містять параметр, вони і не підозрювали, а саме:

- ✓ лінійна функція $y=kx+b$, де x та y – змінні, а k та b – параметри;
- ✓ квадратне рівняння $ax^2+bx+c=0$, де x – змінна, a, b, c – параметри;
- ✓ обернена пропорційність $y=k/x$, де x та y – змінні, а k – параметр.

Розглянемо завдання, які нагадують задачі з параметром у різних авторів.

1. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір:

Задача (5 клас). Яке число треба підставити замість a, щоб коренем рівняння:

1) $(x + a) - 7 = 42$ було число 22;

2) $(a - x) + 4 = 15$ було число 3?

Задача (6 клас). Порівняйте b і $4b$.

Задача (7 клас). При яких значеннях a і b пряма $ax + by = 24$ перетинає осі координат у точках $A(-6;0)$ і $B(0;12)$?

Задача (8 клас). Доведіть, що при будь-якому значенні b рівняння $x^2+bx-7=0$ має два корені.

Задача (9 клас). Дано два рівняння $ax^2+x+1=0$ і $x^2+ax+1=0$. Знайдіть усі значення a, при яких ці рівняння мають принаймні один спільний корінь.

2. Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Д.В. Васильєва, Н.Г. Владімірова:

Задача (5 клас). З бідона, у якому було 30 л молока, 7 разів відливали по x л. Скільки літрів залишилося в бідоні? Яким може бути x?

Задача (6 клас). Якого найбільшого значення і при якому значенні a може набувати вираз $18 - (a + 2)^2$?

Задача (7 клас). При яких значеннях a рівносильними є рівняння:

$2(x - 1) = 4 - x$ і $ax = x + a$?

Задача (8 клас). При яких значеннях m рівняння матиме три корені:

$(5x^2 - 2x - 3)(x^2 - mx + 4) = 0$?

Задача (9 клас). Знайдіть значення b, якщо графік функції $y=x^2+bx$ симетричний відносно прямої $x=3$.

3. Н.А. Тарасенкова, І.М. Богатирьова, О.М. Коломієць:

Задача (5 клас). На кінцевій зупинці в автобус зайшло a осіб. На першій зупинці вийшло b осіб, а зайшло в 3 рази більше, ніж вийшло. На другій зупинці вийшло c осіб, а зайшло стільки само, як на кінцевій зупинці. Скільки пасажирів стало в автобусі?

Задача (6 клас). Дано рівняння $x + 2 = a$. Знайдіть x, якщо а = 3.

Задача (7 клас). Розв'яжіть рівняння $ax + 1 = 5 - 2x$.

Задача (8 клас). У рівнянні $x^2 - 3x + p = 0$ сума квадратів коренів дорівнює 5. Знайдіть p.

Задача (9 клас). За якого значення параметра a рівняння $x^2 - (a - 2)x + 0{,}25=0$ має розв'язки?

4. О.С. Істер:

Задача (5 клас). Яке число треба поставити замість a, щоб коренем рівняння:

1) $(x + a) - 12 = 25$ було число 37;

2) $(a - x) + 42 = 83$ було число 53?

Задача (6 клас). Для якого значення a рівняння $(a - 8)x = 5 + 3a$ має корінь, що дорівнює числу 2?

Задача (7 клас). Розв'яжіть рівняння відносно x:

$2x + a = x + a$.

Задача (8 клас). При яких значеннях параметра a рівняння має лише один корінь:

1) $2x^2 + x - a = 0$;

2) $x^2 - ax + 4 =0$?

Задача (9 клас). При якому значенні c найменше значення функції $y = x^2 - 4x + c$ дорівнює 4?

5. В.Р. Кравчук, Г.М. Янченко:

Задача (5 клас). Знайдіть таке значення a, щоб число $x = 4$ було коренем рівняння $45 - (a + x) = 20$.

Задача (6 клас). Знайдіть значення b, для якого коренем рівняння $4x - 2b = b - 5x$ є число -4.

Задача (7 клас). Знайдіть таке число a, щоб коренем рівняння $2x + a = -1$ було число 1.

Задача (8 клас). Доведіть, що рівняння $5x^2 - 3x - a^2 - 2 = 0$ для будь-якого значення a, має корені різних знаків.

Задача (9 клас). Знайдіть усі значення b, для яких функція $y = x^2 - 3x + b$ на проміжку (0;3) набуває лише від'ємних значень.

Як бачимо, задачі з параметрами, або подібні до них, зустрічаються, починаючи з 5 класу. Але вони викликають в учнів певні труднощі. Найчастіше ці завдання позначають як завдання підвищеного рівня, і тому ці завдання, в основному, пропускають, адже частина учнів, інколи не знають й основного матеріалу, не кажучи вже про завдання підвищеного рівня.

Список використаних джерел:

1. Прус А.В., Швець В.О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Навчально-методичний посібник. Житомир : Вид-во «Рута», 2016. 468 с.

2. Електронні версії підручників : веб-сайт. URL: https://lib.imzo.gov.ua/yelektronn-vers-pdruchnikv/ (дата звернення: 10.10.2023).

The article is devoted to familiarization with the main topics of the mathematics course for grades 5–9, which are preparatory to learning problems with parameters.

Keywords: *parameter, solution, equation.*

УДК 004.02/.05

Чернявський А. А., здобувач вищої освіти

Науковий керівник: **Пилипюк Т. М.,** кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПРОГРАМНИЙ КОМПЛЕКС "СТУДЕНТ" ДЛЯ СИСТЕМИ ANDROID

Розвиток цифрових технологій у вищій освіті вимагає створення зручних мобільних рішень доступу здобувачів освіти до навчальних ресурсів.

Стаття зосереджується на важливості мобільного додатку для ефективного електронного документообігу в освітньому процесі, оскільки розробка мобільного додатку забезпечує швидкий доступ до освітніх матеріалів та документів.

Висновки демонструють оптимальність вибору технологій для розробки додатку.

Ключові слова*: електронний документообіг, Android, IOS, Flutter, Firebase.*

На сучасному етапі розвитку вищої освіти з'являється все більше вимог до мобільності, гнучкості та доступності освітніх ресурсів. Під час навчання у закладі вищої освіти, здобувачі вищої освіти часто стикаються з труднощами доступу до таких навчально-організаційних документів, як індивідуальні навчальні плани, графіки освітнього процесу, залікові книжки, коли ці документи доступні тільки у фізичному форматі або знаходяться в університеті. Тим не менш, у них міститься інформація, яка може стати корисною для здобувача освіти в організації свого освітнього середовища, правильного розподілення часу на навчання, аналізу власної студентської успішності. Оскільки значна частина студентів постійно використовує мобільні пристрої, ефективність навчального процесу може бути значно підвищена шляхом впровадження спеціалізованого мобільного застосунку, який надавав би доступ до цих матеріалів у електронному вигляді. Під час впровадження дистанційного та змішаного типів навчання у закладах вищої освіти використання програм для доступу до навчально-організаційних документів набуло особливої актуальності [1].

Для вибору платформи для розробки такого додатку аналіз ринку операційних систем для мобільних пристроїв показав, що на сьогоднішній день майже 98% усіх мобільних пристроїв працюють на платформах Android або IOS. Згідно з даними 2022 року, Android займає понад 72,2% світового ринку, тоді як iOS контролює 27% [2].

Поширеність Android-смартфонів в Україні достатньо висока, що дає змогу задовільнити потреби великої кількості користувачів. У порівнянні з головною конкуруючою платформою IOS, Android є відкрита для початку створення програмного забезпечення для будь-якого розробника та дає можливість використовувати додаток здобувачам освіти відразу після завершення процесу розробки, в той час як закритість платформи IOS є певною перешкодою як для розробника додатку, так і для вільного розповсюдження його серед користувачів, а також потребує певних фінансових витрат для створення програмного продукту [3]. Саме тому платформа Android є оптимальним вибором для створення такого мобільного застосунку.

Наприклад, щоб створити Android-додаток, розробнику необхідно мати тільки персональний комп'ютер, який може працювати під керуванням будь-якої з сучасних операційних систем, таких як Windows, macOS чи Linux. Google, як розробник основної платформи Android, надає все необхідне програмне забезпечення для створення додатків абсолютно безкоштовно, включно з інтегрованим середовищем розробки (IDE) Android Studio та різноманітними бібліотеками та API для реалізації функціоналу додатка.

Коли розробка додатка завершена, розробник може зібрати його у вигляді програмного пакету (APK), який потім може бути встановлений на різних пристроях без необхідності витрачати додаткові кошти. Також існує можливість розповсюдження додатку через Google Play Store, що вимагає сплатити одноразовий внесок за реєстрацію облікового запису розробника у розмірі 25$, та потребує очікування ручної перевірки додатку адміністрацією Google Play Store, але надає доступ до широкого ринку потенційних користувачів.

У порівнянні, розробка для платформи iOS має значно вищі первинні витрати. Apple вимагає використання комп'ютерів Mac для розробки додатків на iOS, що може стати перешкодою для розробників, які не володіють потрібними технічними засобами, особливо беручи до уваги, що вартість продукції Apple зазвичай вища за аналоги інших виробників. Крім того, для розповсюдження iOS-додатків через App Store, розробники мають платити щорічний внесок за участь у програмі для розробників Apple, що становить 99$ у рік. Також слід врахувати, що процес схвалення додатку в App Store може бути доволі тривалим та складним, існують строгі вимоги до дизайну та функціональності, а регулярні оновлення додатку також потребують повторного розгляду. При цьому, способу безкоштовно розповсюдити свій додаток серед користувачів, як це можна зробити з додатком на Android, не існує.

Для вибору технічних засобів для розробки додатку розглянемо основні види та інструменти створення програмних продуктів для платформи

Нативна розробка. Нативна розробка для платформи Android передбачає використання мов програмування Java або Kotlin, а також інструментів і API, наданих Android SDK. Нативні додатки виділяються своєю високою продуктивністтю, оптимальним використанням апаратних ресурсів пристрою та тісну інтеграцію з операційною системою. Це дозволяє повною мірою використовувати можливості пристрою, такі як камера, геолокація та сенсори. Нативні додатки можуть пропонувати найкращий користувацький досвід, але розробка та підтримка окремих додатків для різних платформ може бути часомісткою та дороговартісною.

WebViews дозволяють інтегрувати веб-контент у мобільний додаток, використовуючи стандартні веб-технології, такі як HTML, CSS і JavaScript. Цей підхід може бути ефективним для швидкого перенесення існуючого веб-сайту або веб-додатку на мобільну платформу. Проте, залежно від складності взаємодії з користувацьким інтерфейсом, продуктивність може бути нижчою, ніж у нативних додатків, а доступ до апаратних можливостей пристрою – обмеженим.

PWA – це веб-додатки, які використовують сучасні веб-технології та API для надання користувацького досвіду, подібного до нативних додатків. Вони можуть працювати офлайн, надсилати push-сповіщення та мати доступ до апаратних можливостей пристрою. PWA забезпечують легкість доступу та установки, але їх продуктивність та інтеграція з системою все ще гірша, ніж у нативних додатків.

React Native – це фреймворк кросплатформеної розробки від Facebook, який дозволяє розробникам створювати нативні мобільні додатки, використовуючи React і JavaScript. Це забезпечує можливість швидкої розробки додатку для платформ iOS і Android. Водночас, додатки на React Native можуть досягати швидкості роботи майже як у нативного додатку. React Native досі залишається найпопулярнішим фреймворком для кросплатформеної розробки, однак втрачає популярність на корсить конкуруючого фреймворку Flutter [5].

, розроблений Google, є відносно новим фреймворком для створення нативних інтерфейсів для мобільних, веб- та десктопних додатків з єдиної кодової бази. Він використовує мову програмування Dart і надає широкі можливості для створення гладких анімацій та високопродуктивних додатків. Однією з переваг Flutter є висока швидкість роботи готових додатків, яка досягається завдяки компіляції в машинний код. На сьогодні популярність цього фрейворку швидко зростає, що робить його актуальним інструментом для розробки мобільного додатку.

Саме тому у результаті дослідження різних способів та інструментів створення програмного забезпечення для платформи Android, обрано фреймворк Flutter як основний комплект засобів розробки програмного комплексу “Студент”. Серед переваг можна виділити:

- швидкість розробки та комфорт для розробника – мова Dart, яку використовує фреймворк Flutter, статистично є однією з улюблених мов серед програмістів завдяки своїй простоті, сучасним функціональним можливостям і підтримці об'єктно-орієнтованого програмування [6]. Система віджетів у Flutter дозволяє легко створювати складні інтерфейси з повторного використання компонентів, що суттєво прискорює процес розробки;
- використання вбудованих віджетів Material Design у Flutter – можливість для розробників легко створювати візуально привабливі інтерфейси, які відповідають сучасним стандартам дизайну, встановленим Google. Ці віджети не лише прискорюють процес розробки, але й забезпечують цілісність дизайну на різних пристроях та платформах;
- проста та швидка інтеграція іншого продукту Google-сервісів Firestore. Firestore є гнучкою, масштабованою базою даних. Вона дозволяє легко синхронізувати дані між користувачами в реальному часі, що є важливим для програмного комплексу «Студент». Flutter має вбудовану підтримку Firestore, що дозволяє легко і швидко інтегрувати хмарну базу даних без потреби у складному налаштуванні;
- можливість кросплатформового розвитку – за необхідністю з тієї ж кодової бази можна легко створити версію додатка на інших платформах, таких як IOS, Windows або Web.

Для створення таких програмних застосунків, як мобільних додаток для електронного документообігу, необхідно зберігати та використовувати масив користувацьких даних. Для цього необхідно обрати сервіс хмарних баз даних для взаємодії з додатком [7]. Важливі критерії вибору – масштабованість, висока доступність, синхронізація даних в реальному часі, безпека, а також легкість інтеграції з технологіями, що використовуються для розробки додатку.

База даних Amazon DynamoDB пропонує високу продуктивність і автоматичне масштабування, але може мати вищі витрати на запуск і управління, а також вимагає більш глибоких знань для оптимальної конфігурації.

Azure Cosmos DB – глобально розподілена база даних від Microsoft, яка підтримує декілька моделей даних і запитів, включаючи документ, ключ-значення, граф і колоночні моделі даних. Вона має високі показники пропускної здатності та глобальної дистрибуції даних.

Couchbase і MongoDB Atlas пропонують open-source рішення з хмарними версіями для розробників, які віддають перевагу більшому контролю над своєю інфраструктурою та базами даних. Обидва пропонують гнучкість у виборі типу запитів та управління даними.

Firebase Cloud Firestore є гнучкою, масштабованою базою даних для мобільних, веб- та серверних розробок від Google. Вона надає синхронізацію даних у реальному часі та дозволяє створювати багатокористувацькі додатки, які безперервно синхронізують дані.

Враховуючи вищевказані критерії, Firebase є оптимальним рішенням для нашого мобільного додатку. Саме Firebase Authentication та Firebase Cloud Firestore найчастіше використовуються Flutter-розробниками [8]. Використання цих сервісів є безкоштовним для проєктів невеликого масштабу. Авторизацію користувачів Firebase Authentication можна дуже просто реалізувати у коді Flutter-проєкту. Firebase Cloud Firestore дозволяє реалізовувати ієрархічну структуру бази даних, яка використовується у програмному продукті для роботи з інформацією.

Отже, у результаті наукового дослідження можна зробити висновки про аргументовану актуальність та практичну необхідність створення мобільного додатку – програмного комплексу “Студент”. Також досліджено та обрано платформу, стек технологій та інструменти реалізації програмного продукту. Обрані параметри є оптимальними як для розробника, так і для користувачів.

Перспективами подальших розвідок у цьому напрямку може бути створення та імплементація такого мобільного додатку, а також практичне використання здобувачами освіти закладу вищої освіти для організації власного освітнього середовища.

Список використаних джерел:

1. Віктор Шекера. Стимул переходу на електронний документообіг. URL: https://kpmg.com/ua/uk/home/media/press-releases/2020/05/stymul-perekhodu-na-elektronnyy-dokumentoobih.html
2. Root Nation. Частка ринку Android та iOS: оприлюднено статистику 2022 року. URL: https://root-nation.com/ua/news-ua/it-news-ua/ua-android-ios-statistika-2022/
3. Swing2app. How Much Does It Cost To Publish An App On The App Store? URL: https://www.swing2app.com/blog/how-much-does-it-cost-to-publish-an-app-on-the-app-store/
4. Simon Jones. 5 different ways to develop a mobile app. URL: https://www.creativebloq.com/features/5-different-ways-to-develop-a-mobile-app
5. ITcreativelabs. Flutter vs. React Native in 2023: Which is Better for Mobile App Development? URL: https://itcreativelabs.com/blog/flutter-vs-react-native-in-2023-which-is-better-for-mobile-app-development/
6. Stackowerflow survey. Most loved, dreaded, and wanted Programming, scripting, and markup languages. URL: https://survey.stackoverflow.co/2022#technology-most-loved-dreaded-and-wanted
7. Ishir. Choosing the Right Database for your Mobile App & 7 Emerging Mobile App Database. URL: https://www.ishir.com/blog/74529/choosing-the-right-database-for-your-mobile-app-7-emerging-mobile-app-databases.htm
8. Firebase. Google's Mobile and Web App Development Platform. URL: https://firebase.google.com

The development of digital technologies in higher education requires the creation of convenient mobile solutions for the higher education student`s access to educational resources.

The article focuses on the importance of a mobile application for effective electronic document management in the educational process, as the development of a mobile application provides quick access to educational materials and documents.

The conclusions demonstrate the optimality of the choice of technologies for application development.

Keywords: *electronic document management, Android, IOS, Flutter, Firebase.*

УДК 37.016:53

Швачій Д. Ю., здобувач вищої освіти
Науковий керівник: **Теплінський Ю. В.**, доктор фізико-математичних наук, професор

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ, ОБ'ЄМІВ ТА ПЛОЩ ПОВЕРХОНЬ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 11 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ

У статті розкрито деякі питання методики вивчення геометричних тіл, об'ємів та площ поверхонь в курсі математики 11 класу на рівні стандарту, яка відповідає діючим підручникам математики для 11 класів.

Ключові слова*: об'єм, площі поверхонь, циліндр, конус, куля, тіла обертання.*

На сучасному етапі розвитку суспільства забезпечення належного рівня математичної підготовки набуває особливої актуальності. Збільшується не тільки кількість наук, які вже не можуть обходитись без математики, а й обсяг математичних знань, що застосовується цими науками. Ось чому так важливо, щоб наша молодь мала ґрунтовну математичну підготовку [1].

На сучасному етапі розвитку освіти зусилля психологів, дидактиків, методистів, передових учителів у нашій країні та за кордоном спрямовані на розробку таких методичних систем, у результаті застосування яких учні повинні володіти не лише визначеною програмою системою знань, умінь та навичок, а й загальними прийомами розумової діяльності, раціональними прийомами навчальної роботи, були підготовлені до самостійного здобування знань, неперервної освіти [3].

В результаті проведення дослідження, проаналізувавши різну психолого-педагогічну та методичну літературу з питань, що конкретно стосуються теми дослідження та діючі шкільні підручники, можна зробити висновок, що матеріал не повністю відповідає чотирьохрівневому навчанню. Також у 2010-2011 навчальному році старша школа перейшла на нові програми та підручники, а методика застаріла і не відповідає їм. Саме тому виникла необхідність розробити методику вивчення теми «Об’єми та площі поверхонь тіл обертання» в курсі стереометрії 11 класу на різних рівнях, яка б сприяла кращому засвоєнню матеріалу, підвищувала інтерес до вивчення математики, розвивала розумові здібності школярів.

Над розробленням методики вивчення об’ємів і площ поверхонь тіл обертання працювали такі методисти, як Бевз Г.П., Бевз В.Г., Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. та ін., але розроблені методики недостатньо задовольняють чотирьохрівневе навчання і не завжди відповідають новим підручникам з геометрії для 11 класу.

У зв’язку з цим методика вивчення об’ємів і площ поверхонь тіл обертання, яка б відповідала цим рівням, ще не повністю розроблена. Тому тема даного дослідження є досить актуальною.

Для досягнення поставленої мети нами були визначені наступні завдання:

- дати характеристику рівнів навчання математики в старшій школі;
- з’ясувати, в якій мірі методична література, підручники та посібники задовольняють умови викладу матеріалу та рівневого навчання;
- розробити методику вивчення об’ємів і площ поверхонь тіл обертання у курсі стереометрії 11 класів на різних рівнях.

При реалізації завдань дослідження використовувалися наступні методи:

- вивчення і узагальнення досвіду роботи передових вчителів математики;
- вивчення і аналіз методичної літератури з математики по темі дослідження, підручників з математики;
- педагогічний експеримент та опрацювання його результатів методами математичної статистики.

Розроблена методика вивчення теми «Об’єми та площі поверхонь тіл обертання» в курсі математики 11 класу на рівні стандарту полягає у тому, що подається більша кількість рівневих задач. Зокрема, для пояснення теми «Об’єм конуса та зрізаного конуса» подається дві теореми з доведенням та комплекс рівневих задач, а також подається матеріал про обчислення об’ємів тіл за допомогою інтеграла та розширений комплекс задач.

На цьому рівні рекомендується менша кількість задач для розв’язування, ніж на профільному рівні. Також, задачі на різних рівнях відрізняються своєю складністю. Розглянемо приклади рекомендованих задач з різних тем та переконаємось, що вони різні за складністю. Рівень стандарту:

1. Площа повної поверхні циліндра дорівнює 144π м^2. Знайти об’єм циліндра, якщо радіус основи дорівнює 2 м.

2. Знайдіть об’єм конуса, якщо його твірна дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α.

3. Знайдіть об’єм кулі, описаної навколо конуса, твірна якого дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α.

Профільний рівень:

1. В основі циліндра проведено хорду, яку видно із центра цієї основи під кутом β. Відстань від центра цієї основи до хорди дорівнює d. Відрізок, який

з'єднує центр однієї основи з точкою кола другої основи, утворює з площиною основи кут α. Знайдіть об'єм циліндра.

2. Хорда основи конуса дорівнює a і стягує дугу α. Відрізок, який сполучає вершину конуса із серединою хорди, нахилений до основи під кутом φ. Визначте об'єм конуса.

3. У півкулі радіуса R через середину її висоти проведено переріз, паралельний основі півкулі. Знайдіть об'єм утвореного кульового сегмента і об'єм другої частини півкулі (кульового поясу).

Аналогічно розглядається і матеріал інших параграфів теми дослідження.

Також в роботі розроблено матеріал для діагностики навчальних досягнень учнів – рівневі тематичні контрольні роботи відповідно до критеріїв оцінювання. Для перевірки розробленої методики була проведена експериментальна перевірка, яка і показала, що розроблена методика є ефективною.

Використання даної методики в школі забезпечить більш високий рівень засвоєння учнями навчального матеріалу, сприятиме розвитку в учнів більш стійкого інтересу до вивчення математики, розвиватиме логічне мислення, прагнення до пошуку, виховає потребу в самовдосконаленні, прагненні до самопізнання.

Список використаних джерел:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики : навч. посібник, 3-є вид. – К. : Вища школа. 1989. 367 с.
2. Мерзляк А. Г. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Мерзляк А. Г. та ін. Х. : Гімназія, 2019. 208 с.
3. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2006. 240 с.

The article reveals some issues of the methodology of studying geometric bodies, volumes and surface areas in the 11th grade mathematics course at the standard level, which corresponds to the current mathematics textbooks for 11th grades.

Keywords: *volume, surface areas, cylinder, cone, sphere, bodies of revolution.*

Здано в набір 24.11.2023. Підписано до друку 30.11.2022.
Формат 60х84/16. Гарнітура Times. Умов. друк. арк. 5,6
Обл. вид. арк. 6. Папір офсетний. Тираж 100 прим.

32302, Хмельницька обл., м. Кам’янець-Подільський,
вул. Симона Петлюри, 1а
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
Серія КВ № 14707-3678 ПР від 12.12.2008 р.